

La misura del dettaglio: dal “rappresentabile” al “fabbricabile”

Mara Capone
 Angela Cicala
 Gianluca Barile

Abstract

Gli strumenti di rappresentazione e le tecnologie di lavorazione influenzano da sempre la definizione del dettaglio; in particolare, nella contemporaneità, il disegno della decorazione risulta essere il prodotto di un processo mediato tra le potenzialità offerte dalla diffusione di strumenti computazionali, la lavorabilità dei materiali e le tecnologie di fabbricazione digitale. Partendo dal concetto di “dettaglio rappresentabile” connesso al Disegno e alla scala di rappresentazione il contributo affronta la questione del dettaglio “fabbricabile” traducendo in ambiente Visual Programming Language (VPL) le condizioni che consentono di definire il tracciato del taglio in funzione degli strumenti e dei materiali utilizzati. Oggetto di studio sono i rosoni gotici ed una sperimentazione in corso per la costruzione di un allestimento avente come tema la luce e i pattern decorativi nell'architettura gotica. Dalla ricostruzione delle matrici geometriche su cui si struttura il partito decorativo dell'elemento rosone fino alla costruzione dell'oggetto parametrico semanticamente scomposto nei microelementi che consentono di modulare il livello di dettaglio in funzione della necessità, la ricerca propone una metodologia replicabile basata su antiche regole e nuovi strumenti.

Parole chiave

rosoni gotici, shape grammar, modellazione algoritmica, fabbricazione digitale, decorazione



Sperimentazione dello script per la fabbricazione digitale dei prototipi in MDF. Immagine di Mara Capone.

Introduzione

Il concetto di dettaglio “rappresentabile”, storicamente connesso all'utilizzo di un media e ad una determinata scala, è stato oggetto di riflessioni soprattutto in relazione all'ambito del digitale che amplia il confine del “rappresentabile” teoricamente all'infinito. Il gemello digitale approssima sempre meglio il suo analogo reale non solo nella configurazione geometrica ma anche nei suoi comportamenti fisici. L'approccio parametrico ha stimolato molteplici riflessioni sul concetto di livello di dettaglio, e quindi level of definition (LOD), tanto da esigere la definizione di apposite normative che stabiliscono precisi criteri sui livelli di semplificazione a seconda dei casi o delle necessità, cioè level of information need (LOIN).

In questo ambito vasto, obiettivo della sperimentazione è quello di definire, attraverso un caso studio emblematico, un approccio metodologico basato sul concetto di misura e di dettaglio.

L'opportunità nasce da un progetto in corso per la realizzazione di un allestimento multisensoriale avente come tema la luce e i pattern decorativi nell'architettura gotica. Nell'ambito del progetto si prevede la costruzione di installazioni luminose composte da pannelli forati progettati e gestiti con strumenti parametrici.

Partendo dallo studio dei rosoni, elementi fondamentali per la definizione del concetto di luce nell'architettura gotica, la ricerca ha tra gli obiettivi quello di definire algoritmi in grado di stimolare e supportare il processo progettuale basato proprio sul concetto di dettaglio e di misura.

Approccio metodologico

Da un punto di vista metodologico, l'obiettivo è quello di individuare le regole compositive dell'elemento rosone e tradurre queste regole in un algoritmo in grado di generare la maggior parte delle tipologie di rosoni esistenti. La prima fase della ricerca, basata sullo studio dei trattati e sull'osservazione di casi reali, ha consentito di definire la matrice geometrico configurativa e costruire uno script per generare l'oggetto parametrico. La scomposizione in microelementi dell'apparato decorativo è stato il punto di partenza per individuare i criteri di semplificazione e scegliere i parametri da assumere come riferimento per definire un processo facilmente controllabile.

Gli algoritmi costruiti possono essere utilizzati sia per la rappresentazione di rosoni realmente esistenti, la MISURA, sia per generare rosoni “simili”, secondo il principio della shape grammar.

La seconda fase della ricerca consiste nel testare l'adattabilità dello script ai diversi casi studio e nel definire un algoritmo genetico in grado di modulare automaticamente il livello di dettaglio in funzione di una determinata “misura”, scelta per la rappresentazione dell'elemento o per la sua fabbricazione digitale. Il processo si conclude, infatti, con un'attività sperimentale che prevede la realizzazione di alcuni prototipi necessari per sviluppare la progettazione definitiva dell'allestimento.

I rosoni gotici

La maggior parte degli apparati decorativi hanno una struttura geometrica che si fonda sulle principali simmetrie elementari e sulle modalità associative dei pattern, sui principi della tassellazione, della moltiplicazione modulare e/o sulla divisione della circonferenza [Rossi 2022]. Caso emblematico a tal proposito è rappresentato proprio dal rosone gotico. Evoluzione della semplice finestra circolare presente nelle basiliche romaniche, il rosone è uno degli elementi caratterizzanti dell'architettura gotica che assolve alle molteplici funzioni di illuminare, areare e alleggerire. Presente in configurazioni isolate nelle facciate o composte nelle finestre, è caratterizzato da una matrice geometrica che si configura a partire dalla divisione della circonferenza e su cui si compongono gli apparati decorativi delle strutture in pietra e

delle vetrate policrome.

In sintonia con i processi costruttivi gotici, basati sull'utilizzo di semplici regole geometriche grazie alle quali i maestri muratori sviluppavano in cantiere le imponenti cattedrali, anche i rosoni si fondano su questa logica compositiva che consente di derivare da una struttura geometrica di base una grande varietà di esiti formali, applicando un approccio che oggi si potrebbe definire computazionale. Gli strumenti algoritmici attualmente disponibili non fanno altro che rendere più rapida ed agile la ricerca di soluzioni alternative ma, di fatto, si applicano sempre le antiche regole.

Le matrici geometriche e l'approccio computazionale

Dallo studio del trattato di Viollet le Duc e dall'analisi di alcuni rosoni esistenti è stata formulata una prima ipotesi di classificazione in base a due configurazioni ricorrenti, quella "a ruota" e quella "a petali", che si dimostrano derivare da una stessa matrice geometrica.

L'elemento rosone può essere scomposto in due sottoelementi corrispondenti ai due partiti decorativi. Il sottoelemento primario è rappresentato dalla struttura in pietra, sottoelemento 1=layer PIETRA, e quello secondario corrisponde alla vetrata policroma, sottolivello 2=layer VETRO.

Partendo dalle regole geometriche è stato definito il processo che permette di individuare i parametri di riferimento per costruire uno script adattabile a più casi studio. L'approccio algoritmico prevede una successione di step logici che racchiudono specifiche costruzioni geometriche basate sulla divisione del cerchio di base dal quale è possibile ottenere uno schema radiale gerarchico.

Il sottoelemento 1 stabilisce la dimensione massima del cerchio esterno sul quale insiste la geometria dell'intero rosone. La scelta è stata quella di ridurre al minimo i parametri per controllare le diverse possibili configurazioni. Solo due sono i parametri utilizzati: n , che rappresenta il numero di parti in cui si divide il cerchio principale, e il coefficiente f , variabile

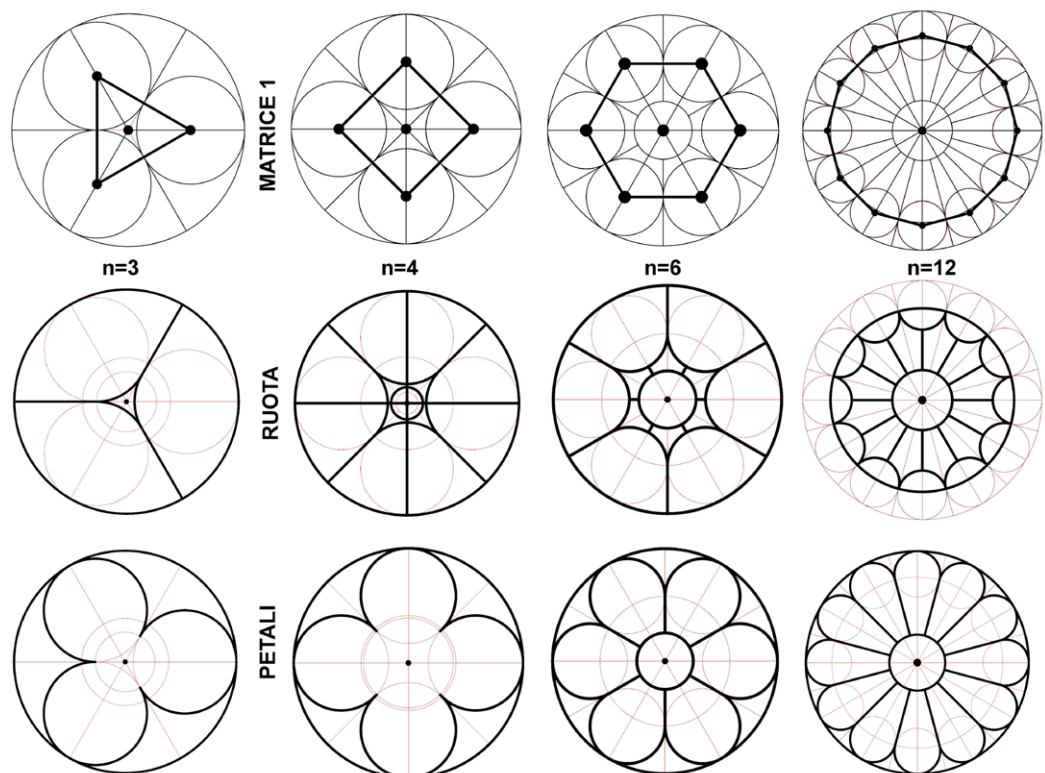
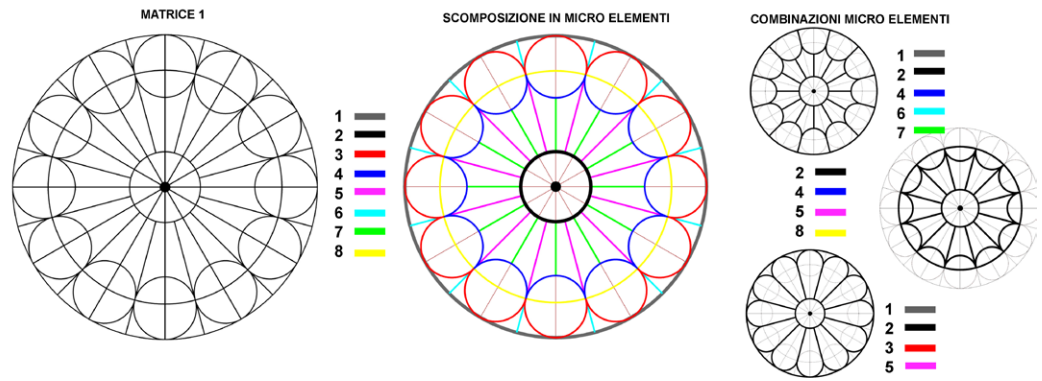


Fig. 1. Matrice 1=layer PIETRA. Alcune delle possibili configurazioni che si possono ottenere dalla matrice base cambiando solo il parametro n , numero di divisioni, ed eventualmente la misura del cerchio interno. Immagine di Mara Capone

Fig. 2. Scomposizione semantica dell'elemento rosone. Individuazione dei microelementi della matrice 1 la cui combinazione consente di ottenere i diversi esiti figurativi. Immagine di Mara Capone.



$0 < f < 1$, che consente di definire il raggio del cerchio interno in proporzione al raggio del cerchio principale.

Assegnando ad n il valore corrispondente alla prima divisione del rosone si costruisce il poligono regolare di n lati e sui vertici di tale poligono le n circonferenze tangenti tra loro. Il raggio del cerchio di base rappresenta il modulo che alla fine del processo avrà la dimensione di una unità, in questo modo per adattare il modello ad una determinata misura, basterà moltiplicare il raggio di base per la dimensione reale e tutte le misure dei sotto-moduli verranno scalate di conseguenza mantenendo costanti le relazioni proporzionali tra le parti.

Lo script è stato definito in modo che la matrice base 1 sia il più flessibile possibile. Si dimostra, infatti, che per ogni valore di n si possono ottenere al minimo le due configurazioni base, quella a "ruota" e quella a "petali" (fig. 1). La scomposizione semantica dell'elemento rosone consente di definire i microelementi che possono essere liberamente combinati (fig. 2). L'at-

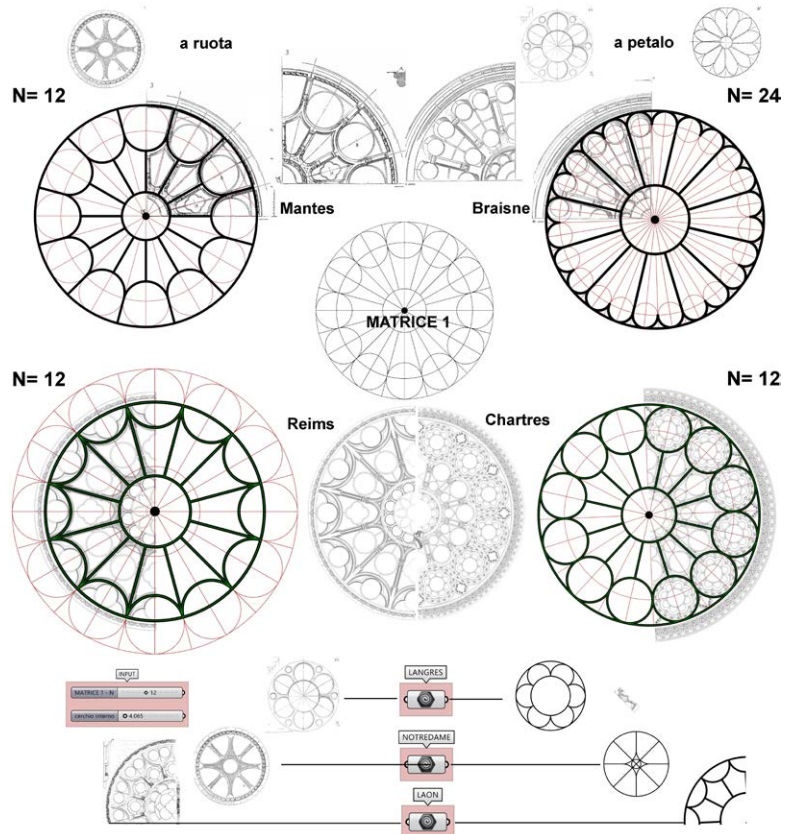


Fig. 3. Test di adattabilità della matrice 1=layer PIETRA. Applicazione ad alcuni casi studio. Immagine di Mara Capone, script Gianluca Barile.

tività di testing consiste nel confrontare la matrice 1 con una casistica più ampia possibile, per verificarne l'efficienza e implementare l'algoritmo con nuovi tracciati qualora sia necessario. Per generare la matrice geometrica relativa ad un caso studio basta assegnare ai due parametri i valori corrispondenti e, selezionando opportunamente i macroelementi, si ottiene la griglia geometrica per tracciare le nervature di pietra (fig. 3). Qualora si individuassero casi in cui la matrice non possa essere utilizzata si dovrà studiare una nuova matrice in relazione alla diversa geometria.

Per la definizione della matrice 2, layer VETRO, si procede ricostruendo con la stessa logica la struttura geometrica del partito decorativo secondario, che talvolta segue il principio dei frattali. In altri termini si osserva che in molti dei casi analizzati lo schema geometrico della decorazione principale in pietra si ripropone nella decorazione della vetrata, come nel caso emblematico della cattedrale di Chartres, in cui i cerchi che compongono la corona principale riprendono lo stesso motivo del rosone (fig. 4).

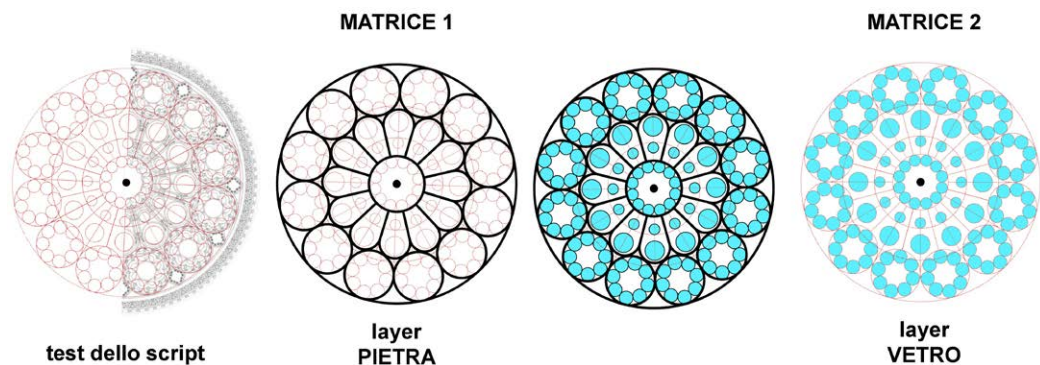


Fig. 4. Approccio metodologico per la definizione della Matrice 2=layer vetro. Cattedrale di Chartres. Immagine di Mara Capone, script Gianluca Barile.

I livelli di dettaglio

Gli strumenti di rappresentazione e le tecnologie di lavorazione influenzano da sempre la definizione del dettaglio; in particolare, nella contemporaneità, il disegno della decorazione risulta essere il prodotto di un processo mediato tra le potenzialità offerte dalla diffusione di strumenti di disegno computazionale, la lavorabilità dei materiali e le tecnologie di fabbricazione digitale

Per comprendere l'approccio metodologico utilizzato per modulare i diversi livelli di dettaglio è stato individuato un caso studio tra quelli illustrati da Viollet le Duc nel suo trattato: il rosone occidentale della cattedrale di Mantes in Francia caratterizzato dalla divisione del cerchio di base in 12 parti.

La prima semplificazione consiste nell'individuazione dei due livelli corrispondenti alle due matrici (layer PIETRA e layer VETRATA) che rappresentano il pieno e il vuoto e a cui corrispondono i due partiti decorativi [Samper 2016].

La scomposizione di ciascuna matrice in microelementi consente nel selezionare le parti che compongono il partito decorativo secondo una scala gerarchica che modula il livello di dettaglio da un minimo S0, in cui il rosone è sinteticamente rappresentato solo dalla circonferenza, ad un massimo M in cui il livello di dettaglio comprende sia la parte in pietra che la vetrata (fig. 5).

Ponendo $n=12$ l'algoritmo finale, che contiene tutte le geometrie e controlla la generazione delle diverse configurazioni, offre la possibilità di costruire il rosone di Mantes con il massimo livello dettaglio (la MISURA), di generare delle versioni semplificate ponendo $n<12$, o di generare versioni più complesse ponendo $n>12$ (la DISMISURA) (fig. 6).

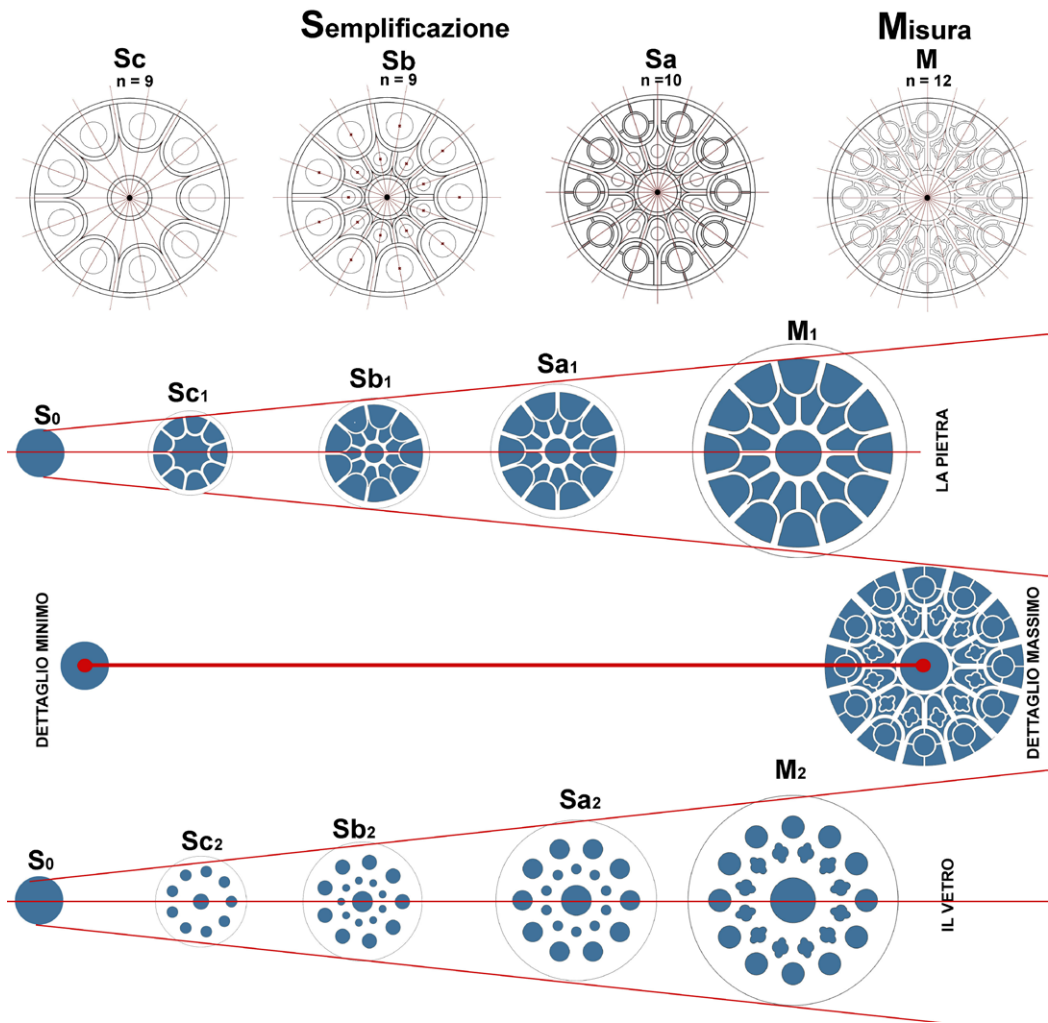


Fig. 5. Rosone della cattedrale di Mantes: definizione dei diversi livelli di dettaglio. Immagine di Mara Capone, script Gianluca Barile.

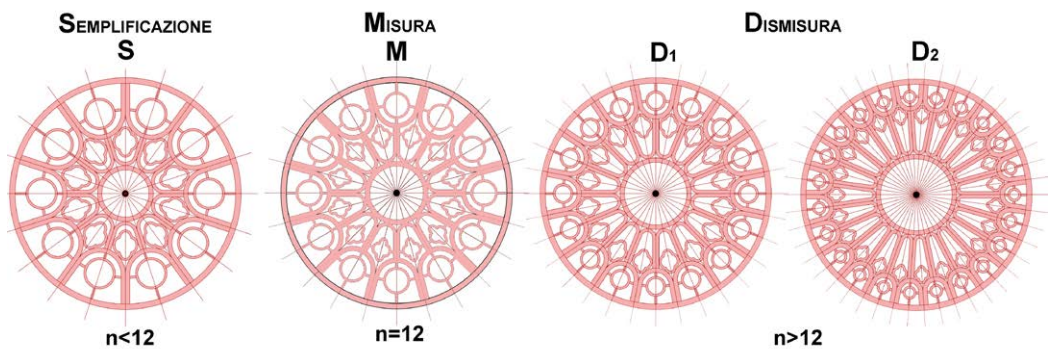


Fig. 6. Test di utilizzo dello script per generare il rosone reale M, una versione semplificata, S, e altre possibili versioni simili, D1 e D2. Immagine di Mara Capone, script Gianluca Barile.

I prototipi per la definizione del pannello

Obiettivo della ricerca è quello di esplorare la possibilità di utilizzare gli algoritmi appositamente definiti per la progettazione di una parte dell'allestimento multisensoriale previsto nella chiesa dell'Incoronata.

Ripercorrendo la prassi operativa dei costruttori medioevali, che lavoravano in cantiere disegnando in scala 1:1 progettando i dettagli in relazione al materiale e alle tecniche costruttive,

l'obiettivo è quello di definire un processo per modulare automaticamente il livello di dettaglio in funzione della dimensione del prototipo.

In particolare, la prima sperimentazione consiste nella costruzione di un pannello forato, realizzato per costruire un'installazione luminosa, utilizzando i disegni definiti in relazione ai diversi livelli di semplificazione per il rosone di Mantes al quale, nel progetto definitivo, si aggiungeranno altre tipologie di rosoni.

Punto di partenza è la definizione del disegno dei tagli da effettuare sul pannello in base ai diversi livelli di dettaglio, così come precedentemente definiti.

I tracciati dei tagli di progetto saranno realizzati mediante laser cutter, pertanto, il livello di dettaglio è stato definito in relazione alle caratteristiche dello strumento di taglio.

Il laser brucia una porzione di materiale quando lo attraversa e la larghezza del taglio in genere può variare da 0.08 mm a 1 mm a seconda del tipo di materiale e di altri fattori condizionanti.

Si definisce quindi una distanza minima t tra due linee in relazione al materiale e al laser utilizzato, in genere questa distanza non dovrebbe mai essere inferiore allo spessore del materiale per evitare che i pezzi possano essere troppo fragili. Il parametro t è quindi il valore

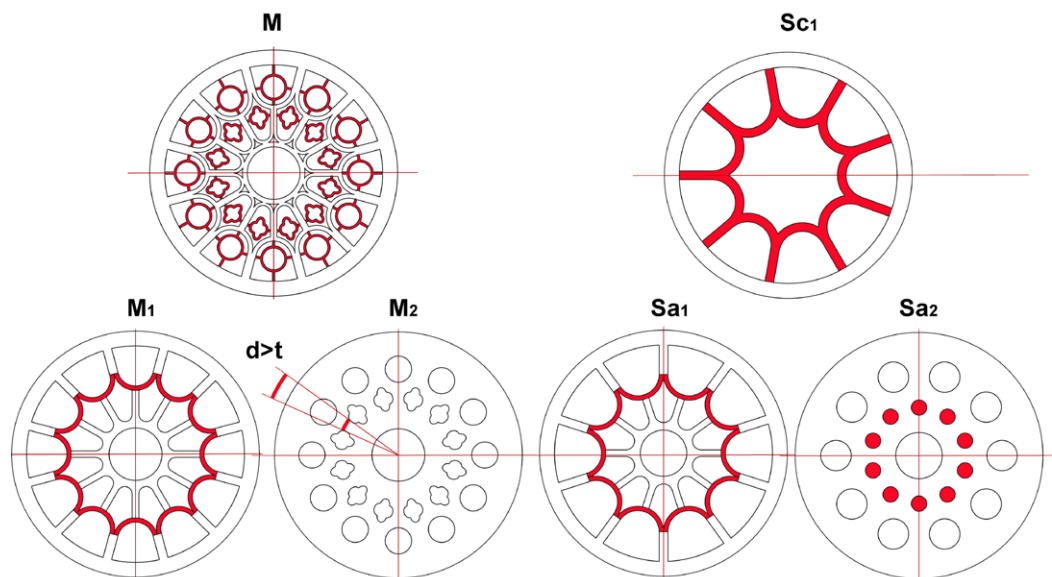


Fig. 7. Per ciascun tracciato sono state individuate le linee più vicine che non potranno essere tagliate se la distanza $d < t$, dove t è la distanza minima di due linee stabilita in funzione della tecnologia utilizzata per la fabbricazione e del materiale. Immagine di Mara Capone.

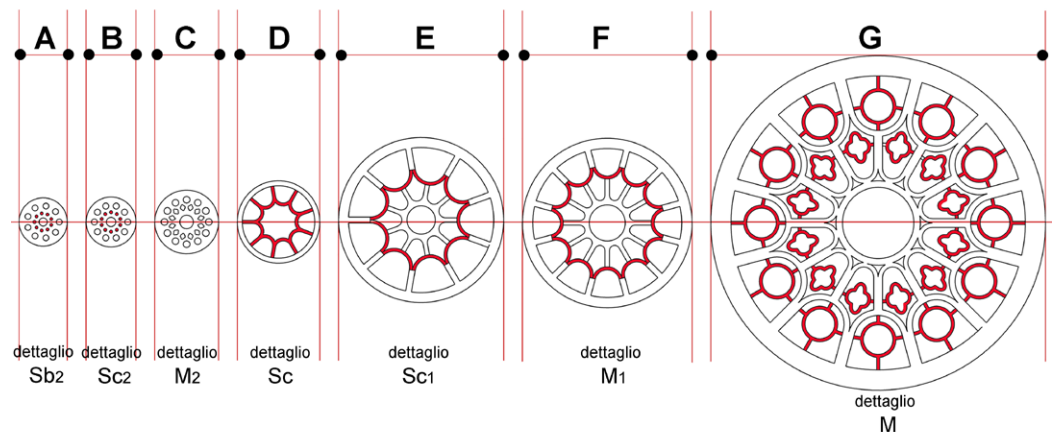


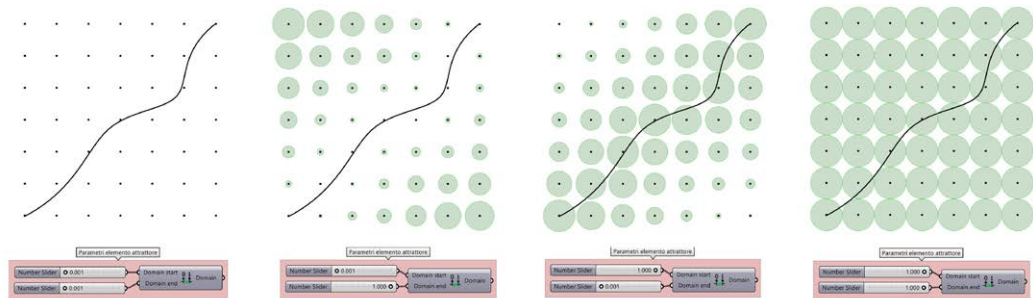
Fig. 8. Scalando tutti i tracciati definiti in modo che le linee più vicine si trovino ad una distanza uguale a t , valore definito in funzione della tecnologia costruttiva e del materiale, si ottengono le minime dimensioni di ciascun pezzo. Immagine di Mara Capone.

di riferimento per definire il livello di dettaglio in funzione della scala di riduzione utilizzata e, quindi, la distanza minima tra due linee dovrà essere maggiore di t poiché per valori $d < t$ il pezzo potrebbe bruciarsi.

Per mettere in relazione il livello di dettaglio con la misura del rosone ridotta sono stati individuati i livelli di semplificazione $M, M1, M2, \dots$, per ciascun disegno è stato considerato come riferimento la distanza d minima tra due linee ed è stato determinato il fattore di scala tale che la distanza d risulti pari a t . (fig. 7)

Scalando tutti i disegni in modo che $d=t$ si ottengono le misure minime per poter tagliare ogni pezzo con il dettaglio definito. In altri termini il livello M potrà essere tagliato con una misura $x > G, S_c > D, S_c l > E$ e così via (fig. 8).

Fig. 9. Definito il valore $R_{max} = x \sqrt{2}$ il dominio ri-parametrizzato in modo da poter variare da 0 Start a 1 End e viceversa. Le due posizioni limite si hanno per: $S=E=1$ i cerchi sono tutti uguali ed hanno raggio $R=R_{max}$, $S=E=0$ i cerchi hanno tutti raggio nullo, e $S=0$ e $E=1$ i cerchi più lontani dall'elemento attrattore avranno raggio tendente a R_{max} e i cerchi più vicini avranno raggio tendente a 0 e viceversa per $S=1$ ed $E=0$, cerchi più vicini avranno raggio maggiore e cerchi più lontani avranno R tendente a 0.



La sperimentazione del processo per la progettazione del pannello

L'installazione di progetto prevede una doppia proiezione dei tracciati dei rosone gotici: una proiezione dell'immagine su una superficie e una proiezione luminosa attraverso un pannello forato retroilluminato sulle pareti circostanti.

La prima sperimentazione per la definizione del progetto parte dalla costruzione di un algoritmo che gestisce il livello di semplificazione in funzione della misura del raggio, in cui il disegno del rosone dovrà essere inciso o proiettato, quindi rappresentato.

Per simulare l'esperimento si definisce una geometria qualsiasi, un punto o una linea, rispetto alla quale si distribuiranno cerchi di misura variabile utilizzando la regola dei punti attrattori. Impostando una griglia di base composta da celle quadrate il cui passo è $x = L/n$, dove L è la lunghezza del pannello e n è il parametro che consente di controllare la griglia, si costruiscono delle circonferenze aventi centro nei punti della griglia e raggio R . Impostando un range di valori che, per semplicità, possono essere ri-parametrizzati su un dominio che va da 0 a 1, ciascun cerchio sarà scalato in funzione della distanza minima tra il suo centro e la curva. Per evitare che i cerchi si sovrappongano si definisce il valore massimo di R in modo che le circonferenze al limite possano essere tra loro tangenti, ciò accade ovviamente quando il raggio $R = x \sqrt{2}$ (fig. 9).

Se S ed E sono rispettivamente il punto iniziale e il punto finale del dominio si definiscono le seguenti posizioni limite: per $S=E=1$ i cerchi sono tutti uguali ed hanno raggio $R=R_{max}$, per $S=E=0$ i cerchi hanno tutti raggio nullo, per $S=0$ e $E=1$ i cerchi più lontani dall'elemento attrattore avranno raggio tendente a R_{max} e i cerchi più vicini avranno raggio tendente a 0 e viceversa per $S=1$ ed $E=0$, cerchi più vicini avranno raggio maggiore e cerchi più lontani avranno R tendente a 0.

I parametri che consentono di generare le diverse soluzioni sono quindi: la geometria dell'elemento attrattore, la griglia (lunghezza L e n , numero di colonne) e il valore del dominio (fig. 10).

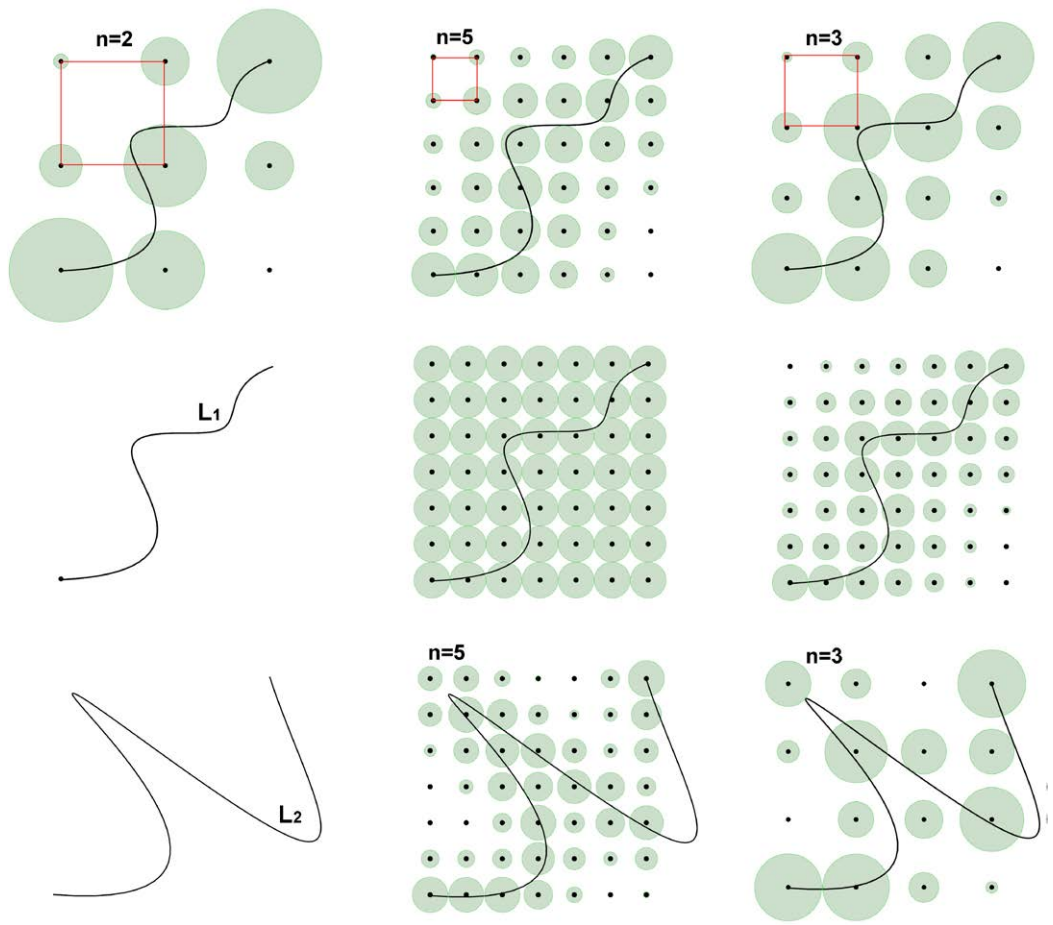


Fig. 10. Simulazione del processo per definire le dimensioni dei cerchi in funzione della distanza da una linea L. I parametri che consentono di generare soluzioni sono la lunghezza complessiva del pannello e il parametro n che definisce il numero di celle della griglia. Immagine di Mara Capone, script Angela Cicala.

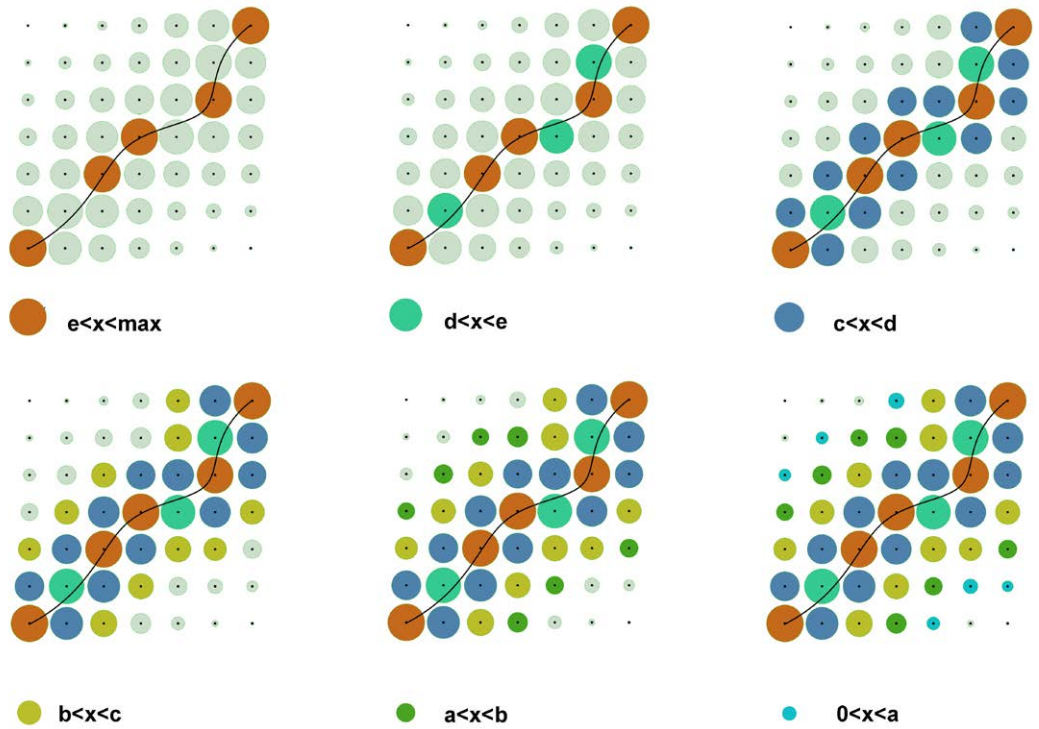


Fig. 11. È stato definito un algoritmo intelligente che seleziona tutti i cerchi che hanno il raggio appartenente ad un determinato dominio. Immagine di Mara Capone, script Angela Cicala.

Script per la selezione “intelligente” dei rosoni

Dopo aver ottenuto, grazie alla regola dei punti attrattori, una griglia di circonferenze scalate in funzione della distanza dei loro centri dall'elemento attrattore, il passaggio successivo è stato quello di definire un algoritmo che faccia corrispondere automaticamente a cerchi con specifici raggi, rosoni con un livello di dettaglio adeguato alla dimensione.

Il primo passaggio consiste nella suddivisione del dominio principale che va da 0 a 1 in un numero di sottodomini pari al numero delle diverse configurazioni definite. È stato costruito un algoritmo di ricerca intelligente che prende come input i cerchi scalati della griglia, ne analizza il raggio e li ridistribuisce automaticamente nel proprio sottodominio di riferimento (fig. 11).

Il processo si conclude creando una corrispondenza tra i cerchi di ciascun sottodominio e i rosoni con i rispettivi livelli di dettaglio. Per i cerchi più grandi appartenenti al primo sottodominio, corrisponderà il rosone con il massimo livello di dettaglio M, fino ad arrivare all'ultimo sottodominio a cui corrisponderà il livello minimo S0, solo un cerchio. Una volta impostati tutti i parametri l'algoritmo può essere finalmente utilizzato per generare soluzioni diverse: cambiando la curva che definisce il campo di punti attrattori, si visualizza in modo interattivo la distribuzione dei rosoni con diverso livello di dettaglio, il quale cambierà automaticamente.

Conclusioni

La costruzione dell'oggetto parametrico, strutturato gerarchicamente, offre, attraverso la definizione dei microelementi, la possibilità di comporre la maggior parte dei rosoni esistenti e definire una strategia per modulare i diversi livelli di dettaglio in funzione delle diverse esigenze.

Il contributo approfondisce solo una delle possibili applicazioni di questo studio legata alla fabbricazione digitale affrontando trasversalmente il concetto di scala.

La descrizione concettuale del processo travalica il caso studio per individuare un approccio computazionale migliorabile e, soprattutto replicabile, al tema del disegno del dettaglio.

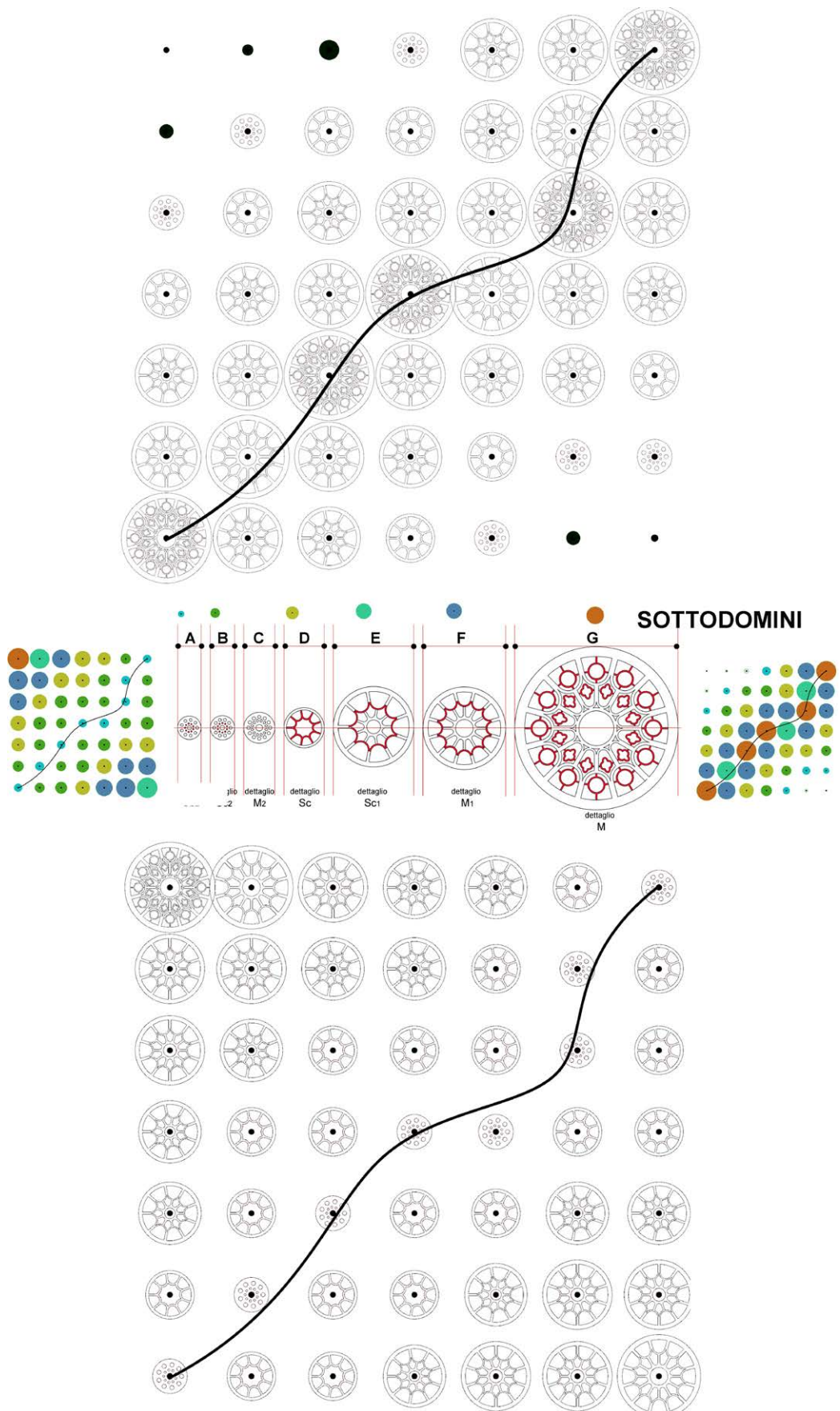


Fig. 12. Utilizzo dello script per valutare le diverse ipotesi di distribuzione del rosone sul pannello di progetto. Immagine di Mara Capone, script Angela Cicala.

Riferimenti bibliografici

- Beardon A.I., Springborn B.A. (2003). Variational principles for circle patterns and Koebe's theorem. In *AMS*, n. 356, pp. 659-689.
- Bony J. (1985). *French Gothic Architecture of the 12th and 13th Centuries*. Berkeley: University of California Press.
- Booth, D. W. (1996). Mathematics as a design tool: The case of architecture reconsidered. In *Design issues*, vol. 12, n. 3, pp. 77-87.
- Bork R. (2011). *The Geometry of Creation: Architecture Drawing and the Dynamics of Gothic Design*. Burlington: Ashgate.
- Bowers P. L. (2009). Book review of: Kenneth Stephenson, Introduction to circle packing. The theory of discrete analytic functions. In *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 4, n. 3, pp. 511 – 525.
- Charbonneau N., Boulerice D., Booth D. W. (2006). Computer-aided modeling applied to architectural know-how: The gothic rose window. In *ITcon*, n. 11, pp. 361-371.
- Cicalò E., Savini F., Trizio I. (2022). *Linguaggi Grafici. Decorazione*. Alghero: Publica.
- Giordano M., Barba S. (2012). *Le geometrie del decoro architettonico. Sistemi di presa scanning 3D e prototipazione*. Salerno: CUES.
- Inglis T. C., Kaplan, C. S. (2012). Circle patterns in Gothic architecture. In *Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture*, pp. 133-140.
- James J. (1973). Medieval geometry: The western rose of Chartres cathedral. In *AAQ: Architectural association quarterly*, vol. 5, n. 2, pp. 4-10.
- Mitchell W. J. (1990). *The logic of architecture: Design, computation and cognition*. Cambridge: MIT Press.
- Ramzy N. S. (2015). The Dual Language of Geometry in Gothic Architecture. The Symbolic Message of Euclidian Geometry versus the Visual Dialogue of Fractal Geometry. In *Peregrinations: Journal of Medieval Art and Architecture*, vol. 5, n. 2, pp. 135-172.
- Sala N. (2005). Matematica e Arte: simmetria e rottura della simmetria. In *Mathematics, Art and Cultural Industry*.
- Samper, A., Herrera, B. (2016). A Study of the Roughness of Gothic Rose Windows. In *Nexus Network Journal*, n. 18, pp. 397-417.
- Viollet-le-Duc, E.-E. (1854-1868). *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle*. Paris: Morel.

Autori

Mara Capone, Università degli Studi di Napoli Federico II, mara.capone@unina.it
Angela Cicala, Università degli Studi di Napoli Federico II, angela.cicala@unina.it
Gianluca Barile, Università degli Studi di Napoli Federico II, gianluca.barile@unina.it

Per citare questo capitolo: Mara Capone, Angela Cicala, Gianluca Barile (2024). La misura del dettaglio: dal "rappresentabile" al "fabbricabile"/The measurement of detail: from the "representable" to the "manufacturable". In Bergamo F., Calandriello A., Ciammaichella M., Friso I., Gay F., Liva G., Monteleone C. (a cura di). *Misura / Dismisura. Atti del 45° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione/Measure / Out of Measure. Transitions. Proceedings of the 45th International Conference of Representation Disciplines Teachers*. Milano: FrancoAngeli, pp. 213-236.

The measurement of detail: from the “representable” to the “manufacturable”

Mara Capone
Angela Cicala
Gianluca Barile

Abstract

The tools of representation and processing technologies have always influenced the definition of detail; particularly in contemporary times, the design of decoration has become the product of a mediated process between the capabilities offered by the widespread use of computational tools, the workability of materials, and digital fabrication technologies. Starting from the concept of “representable detail” connected to Drawing and the scale of representation, this contribution addresses the issue of “fabricable” detail by translating the conditions that allow defining the cutting path into a Visual Programming Language (VPL) environment, depending on the tools and materials used. The study focuses on Gothic rose windows and an ongoing experiment for the construction of an installation themed around light and decorative patterns in Gothic architecture. From the reconstruction of the geometric matrices that structure the decorative layout of the rose window element to the construction of the parametric object semantically decomposed into microelements that allow modulating the level of detail according to necessity, the research proposes a replicable methodology based on ancient rules and new tools.

Keywords

rose windows, shape grammar, algorithmic modelling, digital fabrication, decoration



Experimentation for the script. Elaboration by Mara Capone.

Introduction

The concept of “representable” detail, historically connected to the use of a medium and a specific scale, has been the subject of reflections, particularly in relation to the digital realm, which theoretically extends the boundary of the “representable” to infinity. The digital twin increasingly approximates its real-world counterpart, not only in geometric configuration but also in its physical behaviors. The parametric approach has stimulated numerous reflections on the concept of the level of detail, or level of definition (LOD), to the extent that specific regulations have been defined to establish precise criteria on the levels of simplification depending on the cases or needs, referred to as the level of information need (LOIN).

In this vast context, the objective of the experimentation is to define a methodological approach based on the concept of measure and detail through an emblematic case study. The opportunity arises from an ongoing project for the creation of a multisensory installation themed around light and decorative patterns in Gothic architecture. The project involves the construction of luminous installations composed of perforated panels designed and managed with parametric tools.

Starting from the study of rose windows, fundamental elements for defining the concept of light in Gothic architecture, the research aims to define algorithms capable of stimulating and supporting the design process based precisely on the concept of detail and measure.

Methodological Approach

From a methodological standpoint, the goal is to identify the compositional rules of the rose window element and translate these rules into an algorithm capable of generating most existing types of rose windows. The first phase of the research, based on the study of treatises and the observation of real cases, has made it possible to define the geometric and configurative matrix and to construct a script to generate the parametric object. The decomposition of the decorative apparatus into microelements was the starting point for identifying the simplification criteria and selecting the parameters to use as references to define a process that is easily manageable.

The algorithms constructed can be used both for the representation of existing rose windows, the MEASURE, and to generate “similar” rose windows, according to the principle of shape grammar.

The second phase of the research consists of testing the adaptability of the script to different case studies and defining a genetic algorithm capable of automatically modulating the level of detail based on a specific “measure” chosen for the representation of the element or for its digital fabrication. The process concludes with an experimental activity involving the creation of some prototypes necessary to develop the final design of the installation.

The gothic rose windows

Most decorative apparatuses have a geometric structure based on the main elementary symmetries and the associative modes of patterns, on the principles of tessellation, modular multiplication, and/or the division of the circumference [Rossi 2022]. An emblematic case in this regard is the Gothic rose window. An evolution of the simple circular window present in Romanesque basilicas, the rose window is one of the defining elements of Gothic architecture, fulfilling multiple functions of illumination, ventilation, and lightening. Found in isolated configurations on facades or composed in windows, it is characterized by a geometric matrix that is configured from the division of the circumference and upon which the decorative apparatuses of the stone structures and stained-glass windows are composed.

In harmony with Gothic construction processes, based on the use of simple geometric rules by which master masons developed the imposing cathedrals on site, the rose windows are also based on this compositional logic. This logic allows a great variety of formal outcomes

to be derived from a basic geometric structure, applying an approach that could today be defined as computational. The currently available algorithmic tools only make the search for alternative solutions faster and more agile, but in fact, the ancient rules are always applied.

Geometric matrices and the computational approach

From the study of Viollet-le-Duc's treatise and the analysis of some existing rose windows, a preliminary classification hypothesis has been formulated based on two recurring configurations: the "wheel" and "petal" configurations, which are shown to derive from the same geometric matrix.

The rose window element can be decomposed into two sub-elements corresponding to the two decorative approaches. The primary sub-element is represented by the stone structure, sub-level 1=layer STONE, and the secondary sub-element corresponds to the stained glass, sub-level 2=layer GLASS.

Starting from the geometric rules, the process has been defined to identify the reference parameters for constructing a script adaptable to multiple case studies. The algorithmic approach involves a succession of logical steps that encompass specific geometric constructions based on the division of the basic circle, from which it is possible to obtain a hierarchical radial pattern.

Sub-element 1 establishes the maximum size of the outer circle on which the geometry of the entire rose window is based. The choice was made to minimize the parameters to control the various possible configurations. Only two parameters are used: n , representing the number of parts into which the main circle is divided, and the coefficient f , where $0 < f < 1$, which defines the radius of the inner circle in proportion to the radius of the main circle.

By assigning n the value corresponding to the first division of the rose window, a regular polygon of n sides is constructed, with n circles tangent to each other at the vertices of this polygon. The radius of the base circle represents the module that, at the end of the process, will

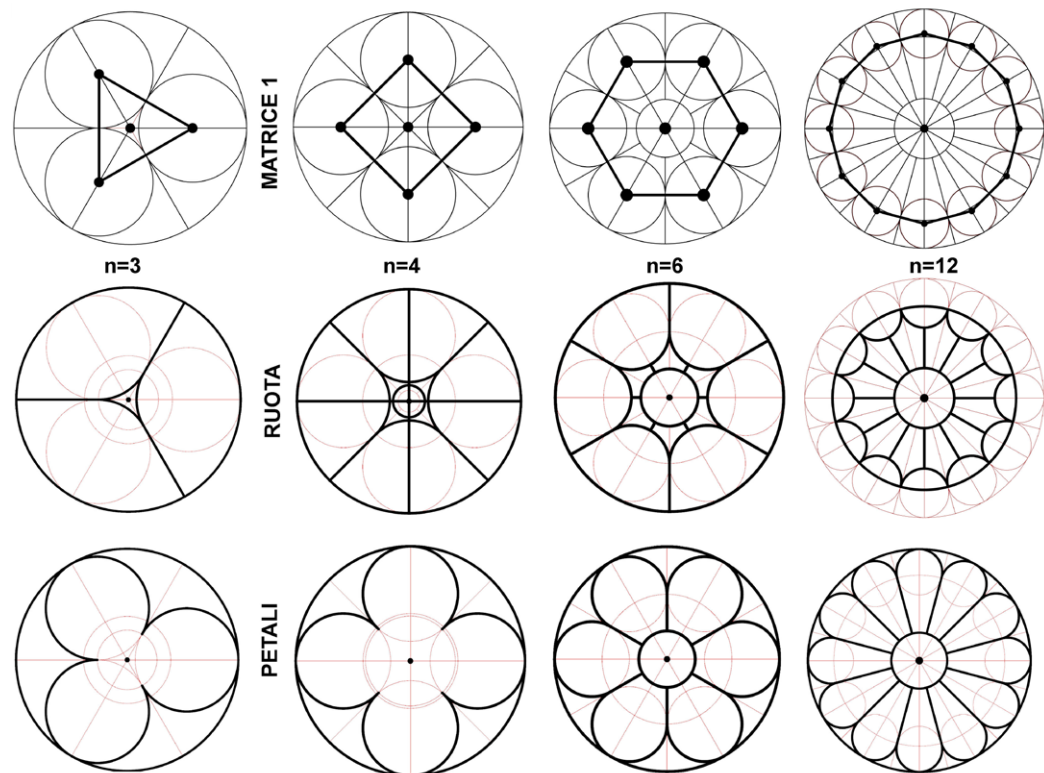
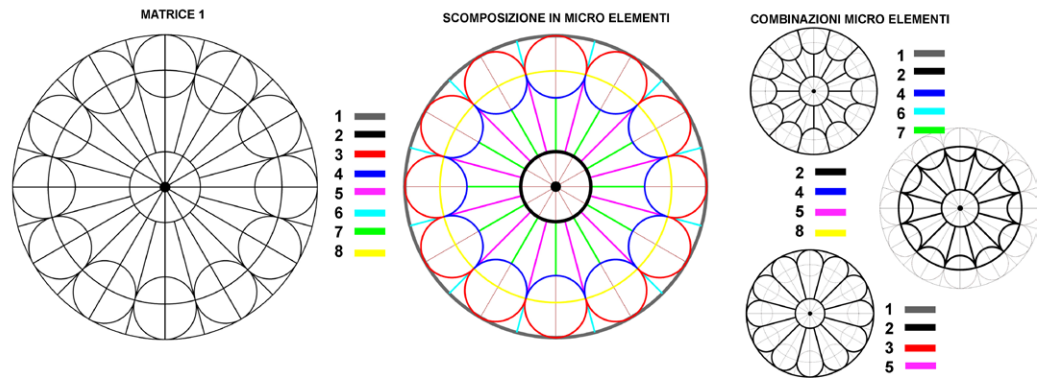


Fig. 1. Matrix 1=layer STONE. Some of the possible configurations that can be obtained from the basic matrix by changing only the parameter n , number of divisions, and possibly the size of the inner circle. Experimentation for the script. Elaboration by Mara Capone.

Fig. 2. Semantic decomposition of the rose element. Identification of the microelements of matrix 1 whose combination enables the different figurative outcomes. Elaboration by Mara Capone.



have the dimension of one unit. In this way, to adapt the model to a specific measurement, it is sufficient to multiply the base radius by the real dimension, and all the measurements of the sub-modules will be scaled accordingly, maintaining constant proportional relationships between the parts.

The script has been designed so that the base matrix 1 is as flexible as possible. Indeed, it demonstrates that for every value of n, at least the two basic configurations, the “wheel” and “petal” configurations (fig. 1), can be obtained. The semantic decomposition of the rose window element allows for the definition of microelements that can be freely combined (fig. 2). The testing

activity involves comparing matrix 1 with as wide a range of cases as possible to verify its efficiency and implementing the algorithm with new designs if necessary.

To generate the geometric matrix for a case study, simply assign the corresponding values to

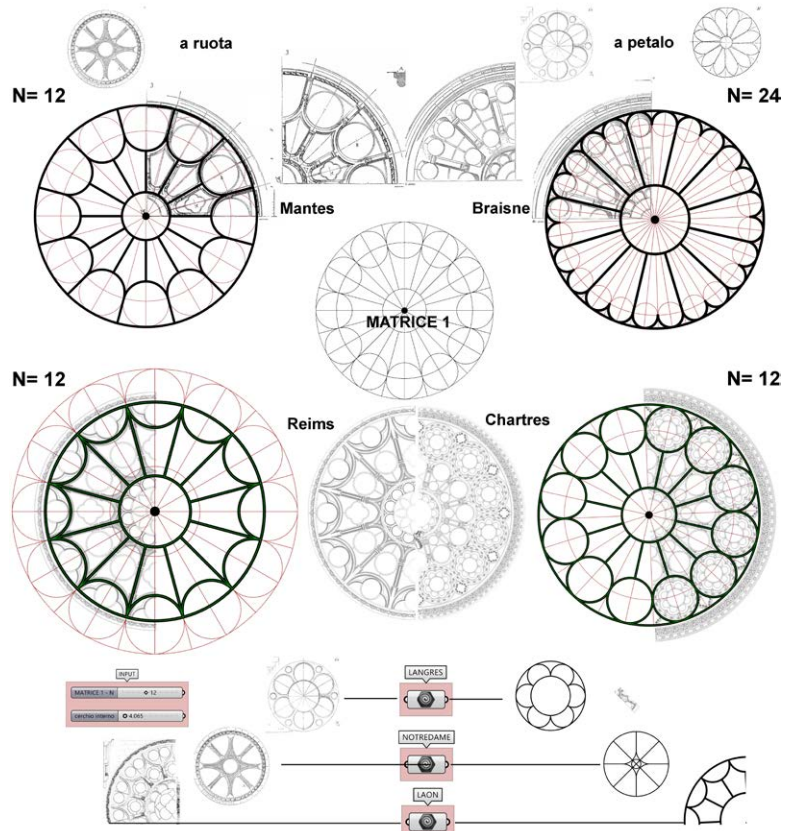


Fig. 3. Fit test of the 1=layer STONE matrix. Application to some case studies. Image by Mara Capone, script by Gianluca Barile.

the two parameters and, by selecting the macroelements appropriately, the geometric grid is obtained for tracing the stone ribs (fig. 3). If cases are identified where the matrix cannot be used, a new matrix related to the different geometry must be studied.

For the definition of matrix 2, layer GLASS, the process involves reconstructing with the same logic the geometric structure of the secondary decorative approach, which sometimes follows the principle of fractals. In other words, it is observed that in many of the analyzed cases, the geometric pattern of the main stone decoration is reproduced in the stained-glass decoration, as in the emblematic case of Chartres Cathedral, where the circles composing the main crown repeat the same motif of the rose window (fig. 4).

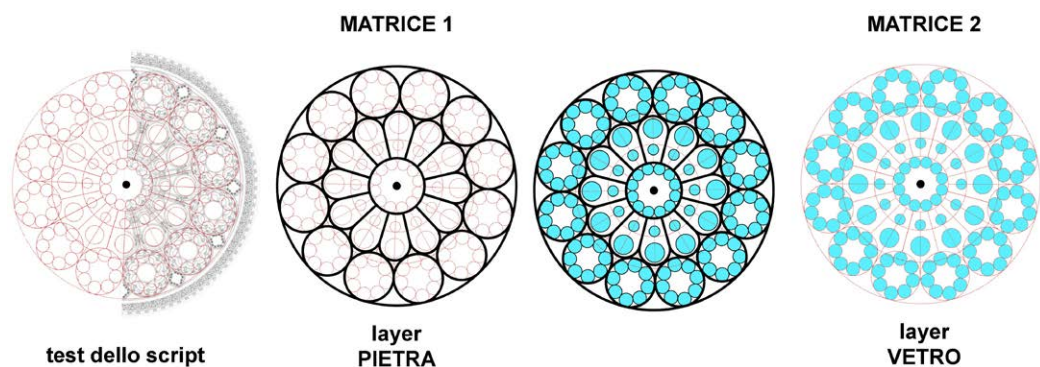


Fig. 4. Methodological approach for defining the 2=layer glass matrix. Chartres Cathedral. Image by Mara Capone, script by Gianluca Barile.

Levels of detail

Representation tools and processing technologies have always influenced the definition of detail; particularly in contemporary times, the design of decoration has become the product of a process mediated by the capabilities offered by the widespread use of computational drawing tools, the workability of materials, and digital fabrication technologies.

To understand the methodological approach used to modulate the different levels of detail, a case study was identified from those illustrated by Viollet-le-Duc in his treatise: the western rose window of the Cathedral of Mantes in France, characterized by the division of the base circle into 12 parts. The first simplification consists of identifying the two corresponding levels represented by two matrices (layer STONE and layer GLASS), which represent solid and void, corresponding to the two decorative approaches [Samper 2016].

The decomposition of each matrix into microelements allows for the selection of parts that compose the decorative approach according to a hierarchical scale that modulates the level of detail from a minimum S_0 , where the rose window is synthetically represented only by the circumference, to a maximum M where the level of detail includes both the stone part and the stained glass (fig. 5).

Setting $n=12$, the final algorithm, which includes all geometries and controls the generation of different configurations, offers the possibility to construct the rose window of Mantes with the maximum level of detail (the MEASURE), to generate simplified versions with $n < 12$, or to generate more complex versions with $n > 12$ (the DISMEASURE) (fig. 6).

Prototypes for panel definition

The objective of the research is to explore the possibility of using specially defined algorithms for designing a part of the multisensory installation planned in the Incononata church.

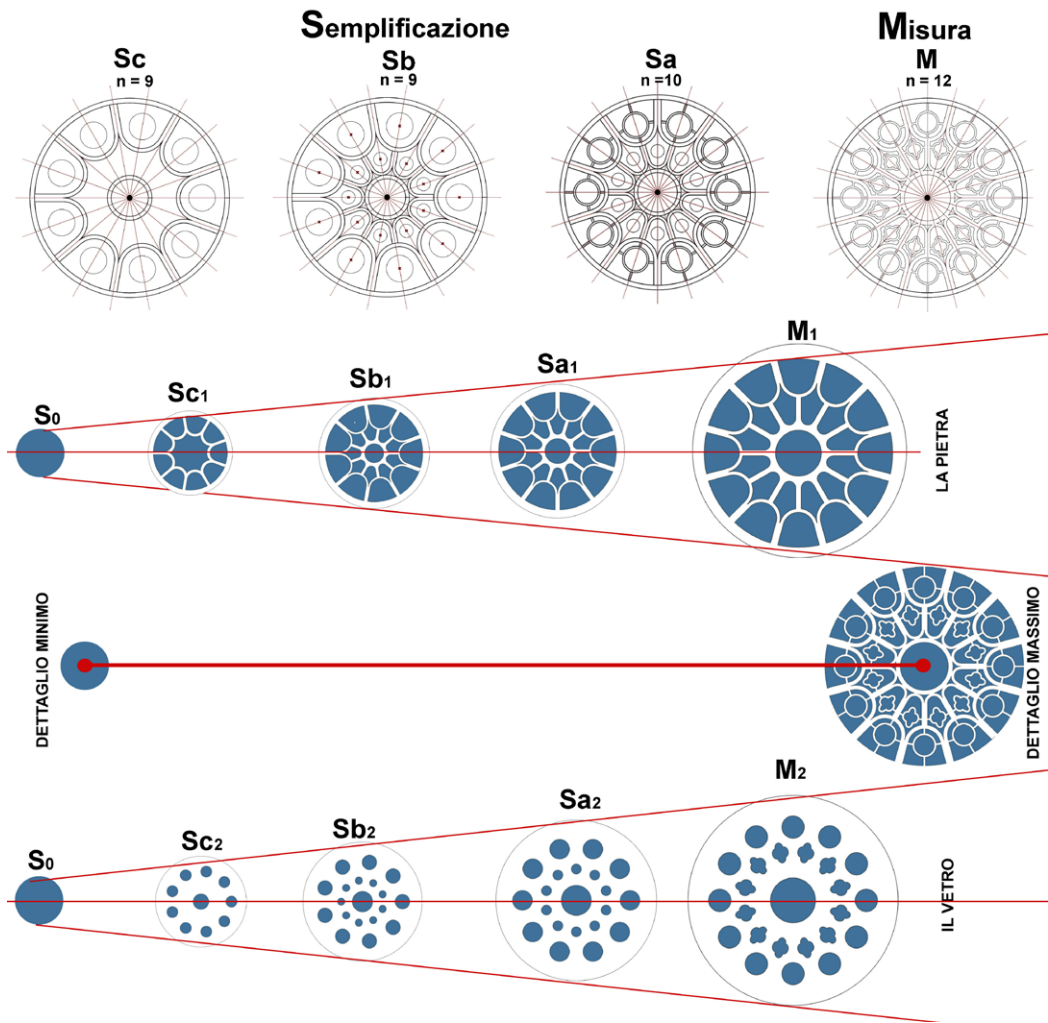


Fig. 5. Mantes Cathedral rose window: defining the different levels of detail. Image by Mara Capone, script by Gianluca Barile.

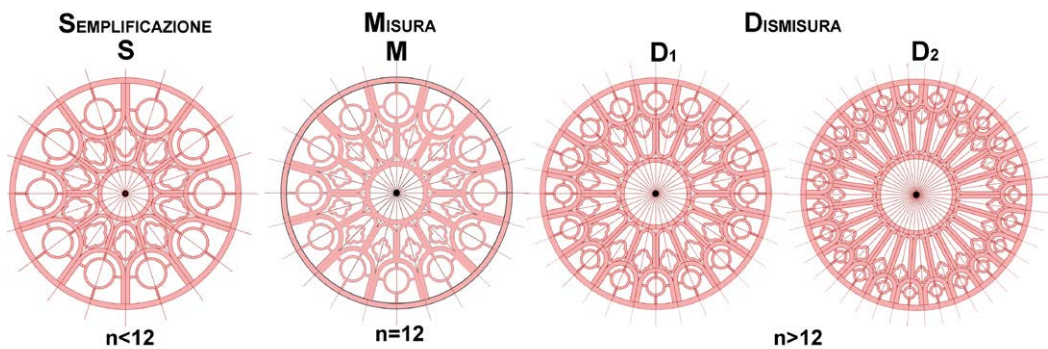


Fig. 6. Using test script to generate the real rose M, a simplified version, S, and other possible similar versions, D1 and D2. Image by Mara Capone, script by Gianluca Barile.

By revisiting the operational practices of medieval builders, who worked on site drawing in 1:1 scale, designing details in relation to the material and construction techniques, the goal is to define a process to automatically modulate the level of detail based on the prototype's dimensions.

In particular, the initial experimentation involves constructing a perforated panel, created to build a lighting installation, using designs defined according to various levels of simplification for the Mantes rose window, to which other types of rose windows will be added in the final project.

The starting point is defining the cutting pattern on the panel based on the various levels of detail, as previously defined.

The cutting paths will be created using a laser cutter, so the level of detail has been defined in relation to the characteristics of the cutting tool.

When the laser passes through, it burns a portion of the material, and the width of the cut generally varies from 0.08 mm to 1 mm depending on the type of material and other influencing factors.

Therefore, a minimum distance t between two lines is defined in relation to the material and laser used; generally, this distance should never be less than the material thickness to prevent the pieces from being too fragile. The parameter t is the reference value to define the level of detail based on the reduction scale used, and thus the minimum distance between two lines must be greater than t because for values where $d < t$, the piece could burn.

To relate the level of detail to the reduced size of the rose window, simplification levels $M, M1, M2, \dots$ were identified. For each design, the minimum distance d between two lines was considered as a reference, and the scaling factor was determined such that the distance d equals t (fig. 7).

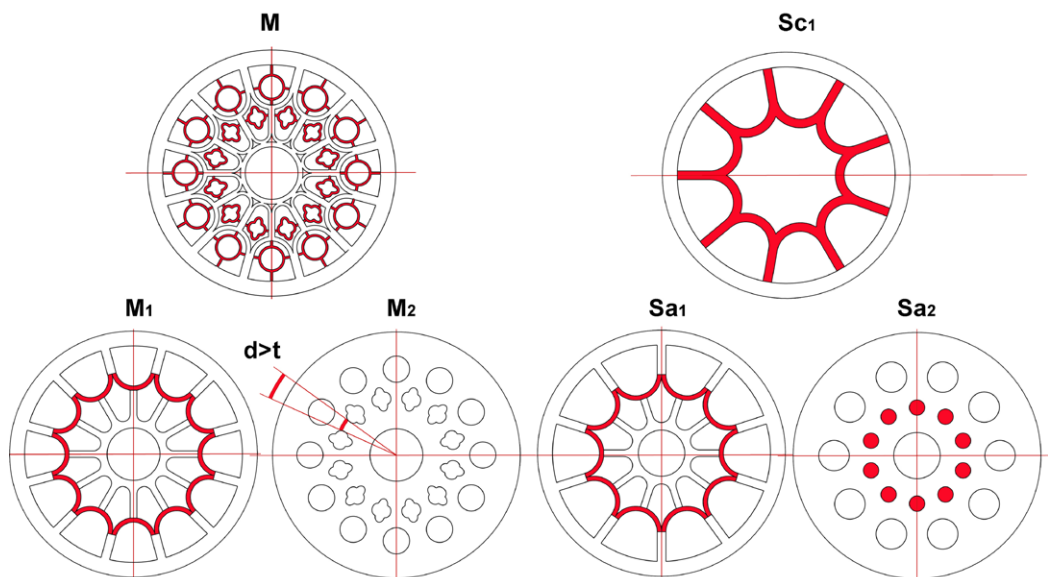


Fig. 7. For each track, the closest lines have been identified that cannot be cut if the distance $d < t$, where t is the minimum distance of two lines established according to the technology used for manufacturing and the material. Image by Mara Capone.

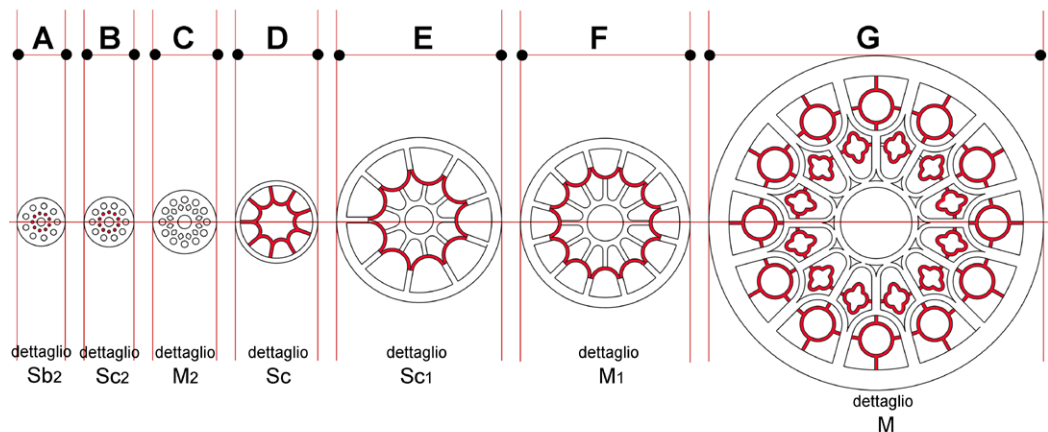


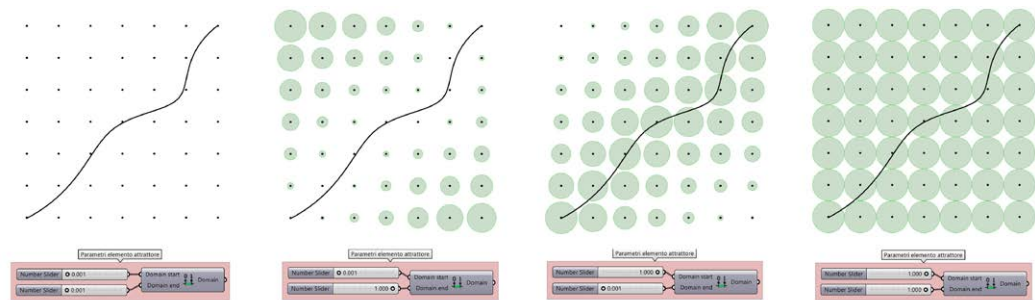
Fig. 8. By scaling all defined paths so that the nearest lines are at a distance equal to t , a value defined according to construction technology and material, the minimum dimensions of each part are obtained. Image by Mara Capone.

Scaling all the designs so that $d=t$ yields the minimum measurements required to cut each piece with the defined detail. In other words, level M can be cut with measurement $x>G$, $Sc>D$, $ScI>E$, and so on (fig. 8).

The process experimentation for panel design

The project installation involves a dual projection of the Gothic rose window patterns: an image projection onto a surface and a luminous projection through a backlit perforated panel on the surrounding walls.

Fig. 9. Defined the value $R_{max}=x\sqrt{2}$ the domain re-parametrized so that it can vary from 0 Start to 1 End and vice versa. The two limiting positions occur for: $S=E=1$ the circles are all equal and have radius $R=R_{max}$, $S=E=0$ the circles all have zero radius, and $S=0$ and $E=1$ the circles farthest away from the attractor element will have radius tending to R_{max} and the circles closest to it will have radius tending to 0 and vice versa for $S=1$ and $E=0$, circles closer will have larger radius and circles farther away will have R tending to 0. Image by Mara Capone, script by Angela Cicala.



The first experiment for defining the project starts with constructing an algorithm that manages the level of simplification based on the radius measurement, where the design of the rose window will be engraved or projected, and thus represented.

To simulate the experiment, a random geometry, such as a point or a line, is defined, around which circles of varying sizes will be distributed using the rule of attractor points. Setting a base grid composed of square cells with a step of $x=L/n$, where L is the length of the panel and n is the parameter controlling the grid, circles are constructed with centers at the grid points and a radius R . Setting a range of values that can be re-parameterized on a domain ranging from 0 to 1, each circle will be scaled based on the minimum distance between its center and the curve. To prevent circles from overlapping, the maximum value of R is defined so that the circles at the boundary can be tangent to each other; this occurs when the radius $R=x\sqrt{2}$ (fig. 9).

If S and E are respectively the initial and final points of the domain, the following boundary conditions are defined: for $S=E=1$ all circles are equal and have a radius $R=R_{max}$, for $S=E=0$ all circles have a radius of zero, for $S=0$ and $E=1$ circles farther from the attractor element will have a radius approaching R_{max} and circles closer will have a radius approaching 0, conversely for $S=1$ and $E=0$, circles closer will have a larger radius and circles farther will have a radius approaching 0.

The parameters allowing the generation of different solutions are therefore: the geometry of the attractor element, the grid (length L and n , number of columns) and the value of the domain (fig. 10).

Script for “intelligent” rose selection

After obtaining a grid of scaled circles around an attractor point using the attractor points rule, the next step was to define an algorithm that automatically matches circles with specific radii to rose windows with an appropriate level of detail based on their size.

The first step involved subdividing the main domain, which ranges from 0 to 1, into a number of subdomains equal to the number of defined configurations. An intelligent search

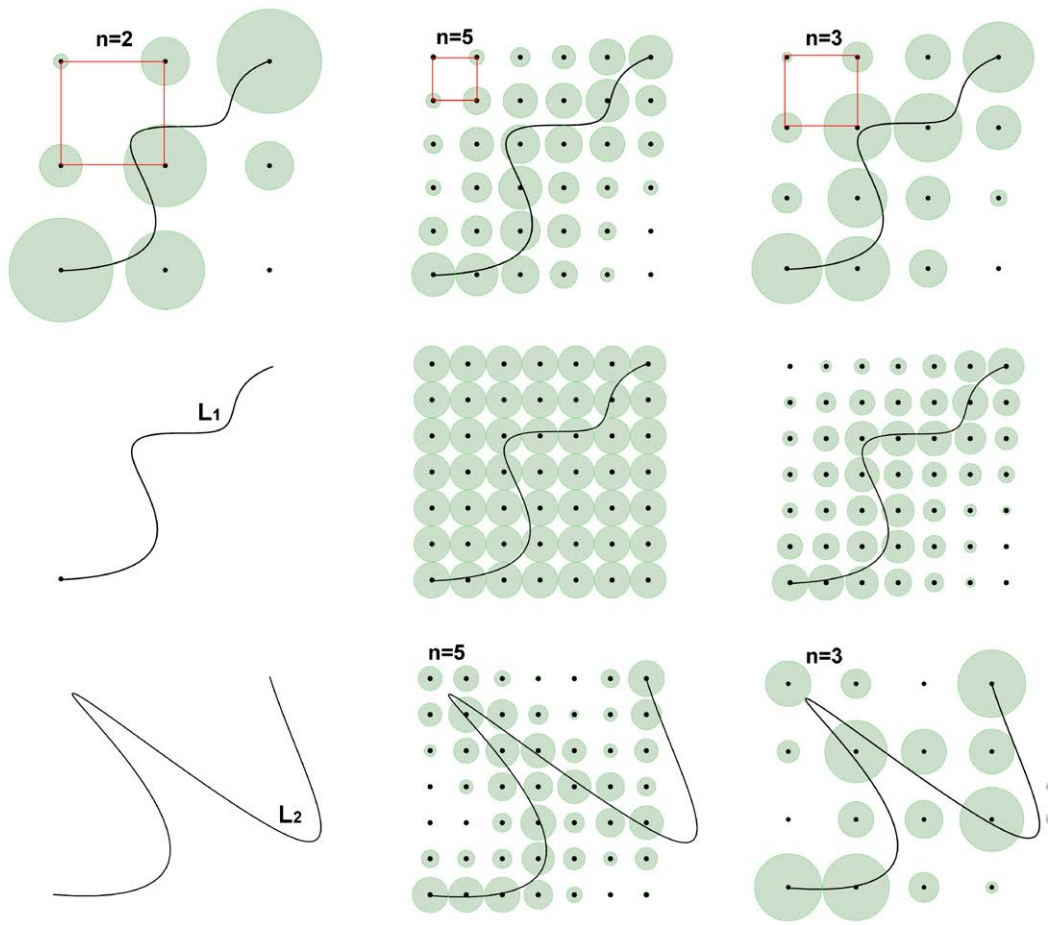


Fig. 10. Process simulation to define the size of circles as a function of distance from a line L. The parameters that allow generating solutions are the overall panel length and the parameter n that defines the number of grid cells. Image by Mara Capone, script by Angela Cicala.

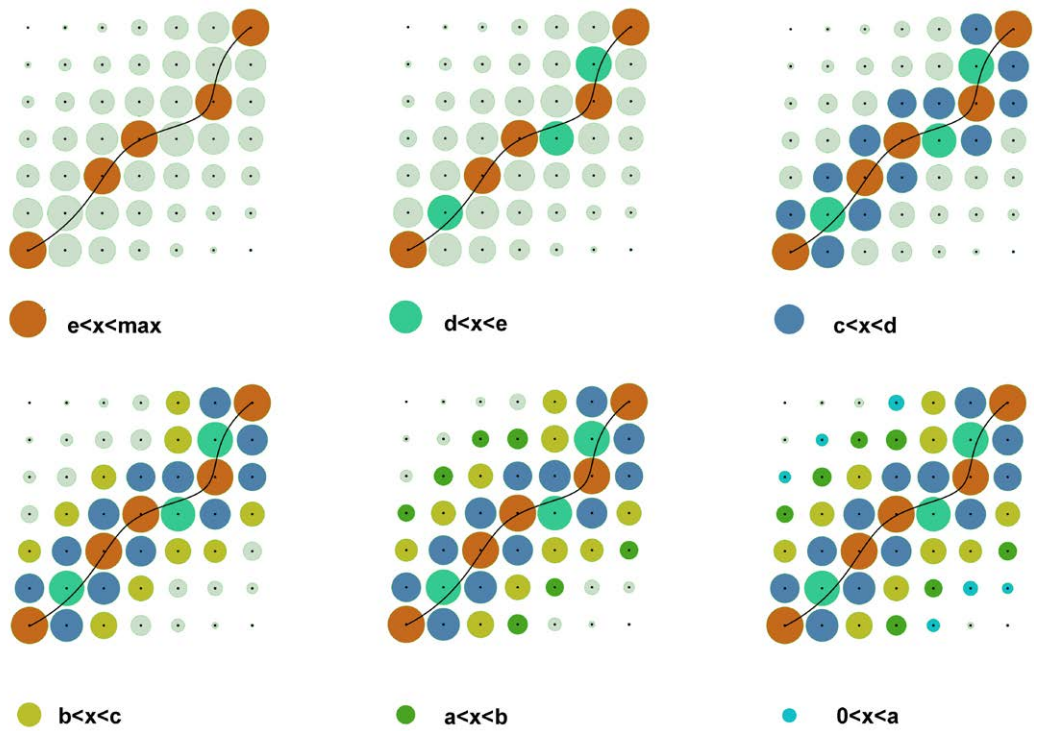


Fig. 11. An intelligent algorithm has been defined that selects all circles that have the radius belonging to a given domain. Image by Mara Capone, script by Angela Cicala.

algorithm was built that takes the scaled circles from the grid as input, analyzes their radii, and redistributes them automatically into their respective subdomain (fig. 11). The process concludes by establishing a correspondence between the circles in each subdomain and the rose windows with their respective levels of detail. The largest circles in the first subdomain correspond to the rose window with the maximum level of detail M, down to the last subdomain corresponding to the minimum level S0, which has only one circle. Once all parameters are set, the algorithm can finally be used to generate different solutions: by changing the curve that defines the field of attractor points, the distribution of rose windows with different levels of detail can be visualized interactively, automatically changing.

Conclusion

The construction of the parametric object, structured hierarchically, offers the possibility, through the definition of microelements, to compose most of the existing rose windows and define a strategy to modulate different levels of detail according to various needs. The contribution delves into just one of the possible applications of this study, related to digital fabrication, while transversally addressing the concept of scale.

The conceptual description of the process goes beyond the case study to identify a computationally improvable and, above all, replicable approach to the design of detail.

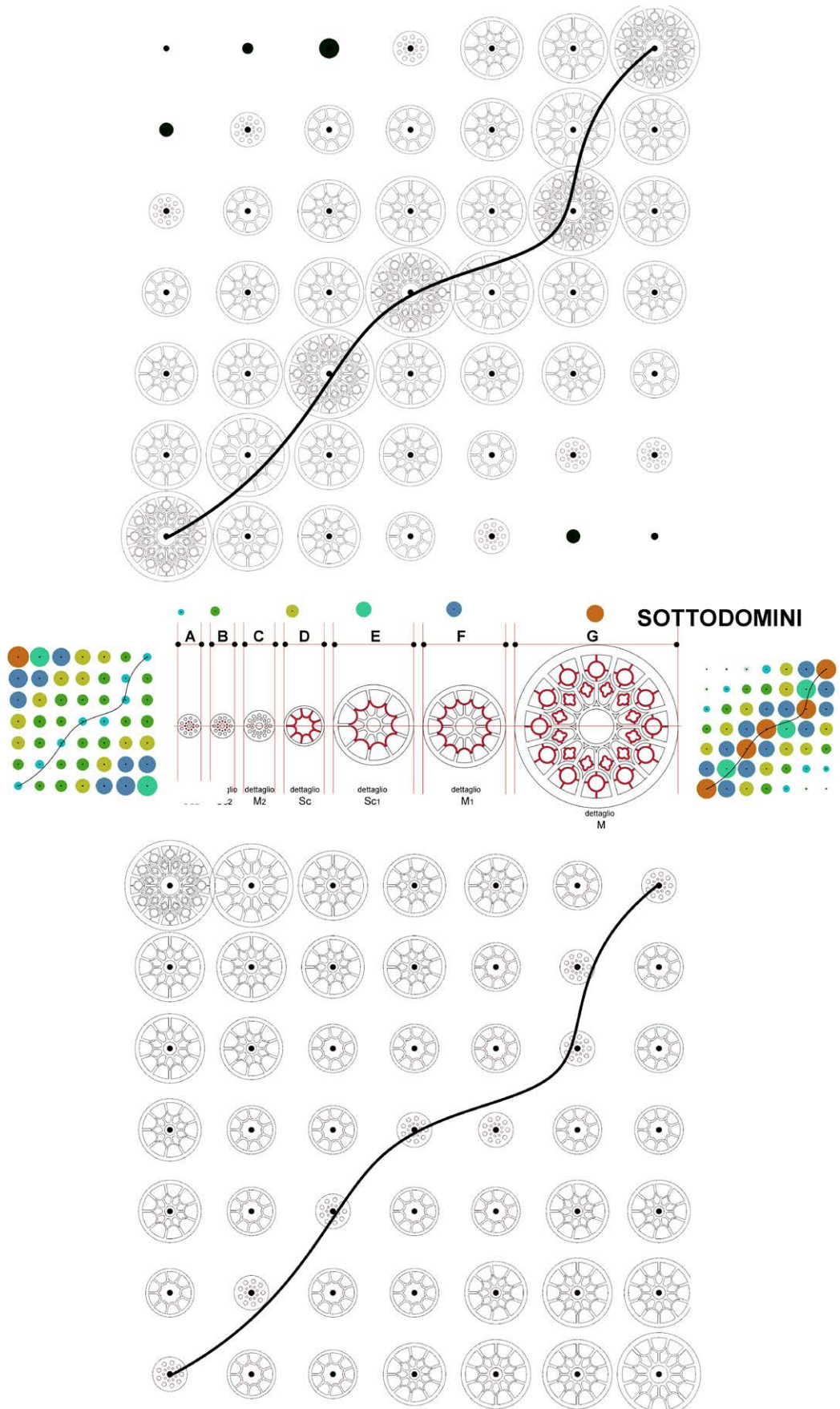


Fig. 12. Using the script to evaluate the different hypotheses of rosette distribution on the projecta panel. Image by Mara Capone, script by Angela Cicala.

References

- Beardon A.I., Springborn B.A. (2003). Variational principles for circle patterns and Koebe's theorem. In *AMS*, n. 356, pp. 659-689.
- Bony J. (1985). *French Gothic Architecture of the 12th and 13th Centuries*. Berkeley: University of California Press.
- Booth, D. W. (1996). Mathematics as a design tool: The case of architecture reconsidered. In *Design issues*, vol. 12, n. 3, pp. 77-87.
- Bork R. (2011). *The Geometry of Creation: Architecture Drawing and the Dynamics of Gothic Design*. Burlington: Ashgate.
- Bowers P. L. (2009). Book review of: Kenneth Stephenson, Introduction to circle packing. The theory of discrete analytic functions. In *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 4, n. 3, pp. 511 – 525.
- Charbonneau N., Boulerice D., Booth D. W. (2006). Computer-aided modeling applied to architectural know-how: The gothic rose window. In *ITcon*, n. 11, pp. 361-371.
- Cicalò E., Savini F., Trizio I. (2022). *Linguaggi Grafici. Decorazione*. Alghero: Publica.
- Giordano M., Barba S. (2012). *Le geometrie del decoro architettonico. Sistemi di presa scanning 3D e prototipazione*. Salerno: CUES.
- Inglis T. C., Kaplan, C. S. (2012). Circle patterns in Gothic architecture. In *Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture*, pp. 133-140.
- James J. (1973). Medieval geometry: The western rose of Chartres cathedral. In *AAQ: Architectural association quarterly*, vol. 5, n. 2, pp. 4-10.
- Mitchell W. J. (1990). *The logic of architecture: Design, computation and cognition*. Cambridge: MIT Press.
- Ramzy N. S. (2015). The Dual Language of Geometry in Gothic Architecture. The Symbolic Message of Euclidian Geometry versus the Visual Dialogue of Fractal Geometry. In *Peregrinations: Journal of Medieval Art and Architecture*, vol. 5, n. 2, pp. 135-172.
- Sala N. (2005). Matematica e Arte: simmetria e rottura della simmetria. In *Mathematics, Art and Cultural Industry*.
- Samper, A., Herrera, B. (2016). A Study of the Roughness of Gothic Rose Windows. In *Nexus Network Journal*, n. 18, pp. 397-417.
- Viollet-le-Duc, E.-E. (1854-1868). *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle*. Paris: Morel.

Authors

Mara Capone, Università degli Studi di Napoli Federico II, mara.capone@unina.it
Angela Cicala, Università degli Studi di Napoli Federico II, angela.cicala@unina.it
Gianluca Barile, Università degli Studi di Napoli Federico II, gianluca.barile@unina.it

To cite this chapter: Mara Capone, Angela Cicala, Gianluca Barile (2024). La misura del dettaglio: dal "rappresentabile" al "fabbricabile"/The measurement of detail: from the "representable" to the "manufacturable". In Bergamo F., Calandriello A., Ciammaichella M., Friso I., Gay F., Liva G., Monteleone C. (Eds.). *Misura / Dismisura. Atti del 45° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione/Measure / Out of Measure. Transitions. Proceedings of the 45th International Conference of Representation Disciplines Teachers*. Milano: FrancoAngeli, pp. 213-236.