

# La bellezza della misura. Controllo, disegno, progetto a Milano da Bramante a Leonardo

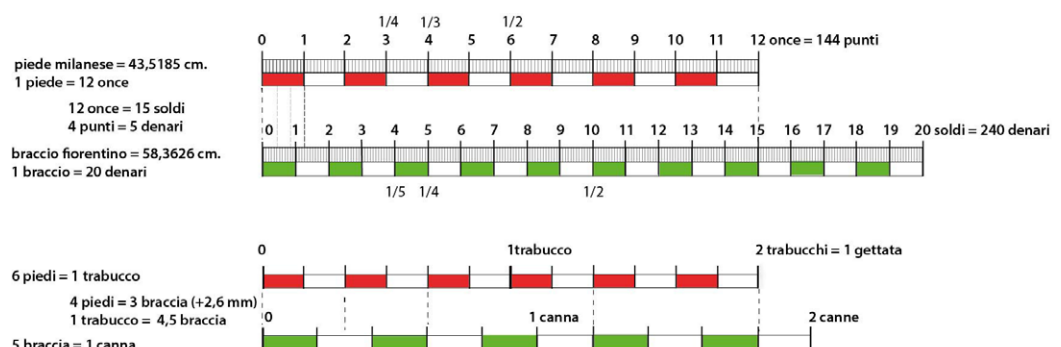
Giampiero Mele  
Michela Rossi

## Abstract

La *misura*, intesa come valutazione quantitativa di un fenomeno, è sempre stata un elemento significativo di indagine e conoscenza. In Architettura la si riconduce al Rilievo, considerato il più potente strumento di indagine, e al dimensionamento del progetto. Questo definisce e caratterizza lo spazio artificiale esprimendo le dimensioni attraverso numeri che controllano la costruzione. Nell'architettura classica la *misura* significava *proporzione* e il progetto è un programma numerico che definisce le parti nel tutto, dove il numero è legato all'unità del sistema metrico vigente. Il tardo Quattrocento milanese offre due capolavori esemplari di come numero e misura caratterizzano il progetto anche nella creazione di spazi capaci di generare uno spazio visivo che espande la realtà fisica della costruzione. Le due interpretazioni sperimentali della prospettiva a scala architettonica adottate da Bramante e Leonardo nella chiesa di Santa Maria presso San Satiro e nel refettorio di Santa Maria delle Grazie, rivelano un programma progettuale nel quale la geometria dello spazio (numero e misura) è la chiave dell'artificio che genera uno spazio virtuale diverso da quello reale in una sorta di anticipazione analogica della realtà aumentata. La prospettiva, che è *misura dello spazio*, crea interni virtuali nel quale l'armonia dei numeri che controllano il programma progettuale diventa *conciinnitas*.

## Parole chiave

numero e misura, giusta misura, spazio virtuale, divina proporzione, simulazione prospettica



Relazioni metriche tra piede milanese e braccio fiorentino. Elaborazione degli autori.

Il Rilievo, ovvero la lettura della misura, rivela a posteriori le trasformazioni tra la costruzione e il progetto di un edificio. A monte c'è il ruolo assunto nella redazione del progetto come fattore di controllo del dimensionamento organico delle strutture e degli spazi, quindi del rapporto tra l'uomo e lo spazio artificiale dell'architettura. La misura, regolando i rapporti quantitativi tra gli elementi della costruzione, controlla l'economia complessiva della fabbrica. Se oggi anche nel progetto prevale l'attenzione all'aspetto tecnico della precisione costruttiva, nell'architettura classica la misura significava proporzione, ovvero corretto dimensionamento delle parti [Scholfield 1958] a garanzia dell'armonia e della solidità della fabbrica. La relazione tra firmitas e venustas della triade vitruviana, ovvero l'euritmia delle parti nel tutto, sottintende la misura come insieme di rapporti, più che come insieme di dimensioni indipendenti. Il progetto classico è un programma numerico che controlla l'articolazione formale dello spazio attraverso moduli antropometrici. un programma progettuale complesso è decodificabile in relazione ad un sistema di multipli e sottomultipli correlati che legano il tre livelli strutturale, costruttivo e ornamentale in un insieme organico [Migliari 1991]. La reinterpretazione rinascimentale della regola [Wittkover 1949] adatta il principio modulare dell'ordine architettonico ai sistemi metrologici locali, cristallizzando l'unità metrica di riferimento del progetto, senza rinnegare la centralità del principio proporzionale, che va ben oltre la verifica geometrica delle strutture, basata sulla proporzione e non sulla dimensione. Il progetto era definito da un programma che traduceva la concinnitas albertiana in un insieme coerente di numeri, nei quali l'unità metrica sostituisce il modulo, mentre il numero misura la dimensione assoluta.

Il numero non dipende dalla dimensione, ma dall'unità metrica, ed ha una doppia possibilità di lettura: la proporzione, indipendente dal numero sebbene espressa da un rapporto di misure, e quella definita dal programma numerico della misura, vincolato al sistema metrico vigente.

Il tardo Quattrocento milanese offre due esempi significativi di come numero e misura caratterizzano il progetto. Nei capolavori di Bramante e Leonardo, il ricorso a dimensioni espresse da misure significative in piedi milanesi dimostra l'adozione progettuale dell'unità locale. L'origine toscana dei due artisti induce ad ipotizzare una sorta di 'bilinguismo metrico' con l'uso di un sistema diverso da quello della formazione già in fase di progettazione, piuttosto che una 'traduzione' successiva. Infatti, nonostante la relazione diretta tra la lunghezza del piede milanese e il braccio fiorentino in rapporto di 4 a 3 (4 piedi milanesi = 3 braccia fiorentine), la conversione dal braccio avrebbe dato valori numerici interi solo per i multipli di 3, generando multipli di 4 [Martini 1883]. I due sistemi hanno anche scansioni differenti (1 piede = 12 onces e un braccio = 20 soldi, con 5 soldi di braccio = 4 onces milanesi), con la conseguenza di sviluppare rapporti di scala diversi.

I numeri confermano l'adozione del sistema metrico locale, forse per manifestare la perfezione del progetto attraverso la magia dei numeri.

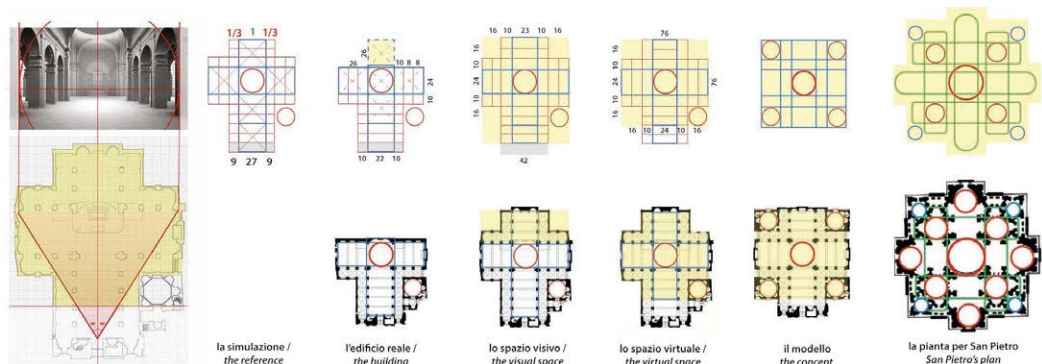


Fig. 1. Da S. Maria presso San Satiro al San Pietro bramantesco, l'idea dello spazio centrale nella geometria e modularità dell'architettura reale/virtuale. Elaborazione degli autori.

## Santa Maria presso San Satiro

Santa Maria presso San Satiro, chiesa edificata a fine Quattrocento [Buratti 1992] per ospitare un'immagine miracolosa, esemplifica come l'architettura possa risultare da un programma progettuale 'chiuso', definito da numero e misura. Quest'ultima è il fulcro di un programma numerico che lega lo spazio reale e quello virtuale, nella relazione tra la costruzione reale e lo spazio visivo generato dal finto coro. La chiesa è celebrata proprio per l'efficacia del coro prospettico, che la critica ha riferito allo sviluppo della pianta centrale e al dibattito per la costruzione di San Pietro a Roma. L'ipotesi trova una conferma nel programma numerico che definisce il Mirabile artificio [Buratti, Mele, Rossi 2019].

L'edificio reale ha una pianta a Tau, scandita da 5 campate nella navata e 3 nei transetti e nella simulazione del coro, che ovvia la mancanza di spazio che impediva lo sviluppo in lunghezza di pianta a una croce latina. La navata, coperta a botte come il transetto e il coro, è fiancheggiata da navatelle simmetriche, che nel lato est dei transetti sono simulate da nicchie come nel finto coro. Lo spazio virtuale generato dalla prospettiva focalizza la grande cupola a cassettoni, evocando uno spazio centrale inesistente. (fig. 1).

Lo schema planimetrico di riferimento è definito da un quadrato maggiore diviso in 9 quadrati minori, 5 dei quali disegnano la croce commissa della pianta reale. Navata e transetto risultano tripartiti dalla scansione delle navate. Il quadrato d'ingresso perde una campata in facciata, rimaneggiata nell'Ottocento e occupata dall'ingresso e dalla scaletta che sale alla balconata dell'organo.

L'unità di misura è il piede milanese (= 0,435185 m.), avvalorata dall'altezza del punto di vista dedotto dall'elaborazione del rilievo, pari a 4 piedi milanesi, corrispondenti a 3 braccia fiorentine secondo quanto indicato da Leon Battista Alberti nel *De Pictura*, con 1 centimetro di scarto. Il riferimento avvalorava anche la correttezza del posizionamento a 42 piedi (7 trabucchi) dal fondo del finto coro.

Le misure in piedi emerse dal rilievo laser [Buratti, Mele, Rossi 2021] sono abbastanza precise. La differenza di 1 piede nella luce di navata e transetto, si giustifica nella compensazione della mancanza della navata orientale nel transetto.

L'impostazione generale di pianta e alzato è controllata da uno schema ad quadratum nonostante la maggiore lunghezza della navata rispetto al transetto, definendo l'impianto teorico

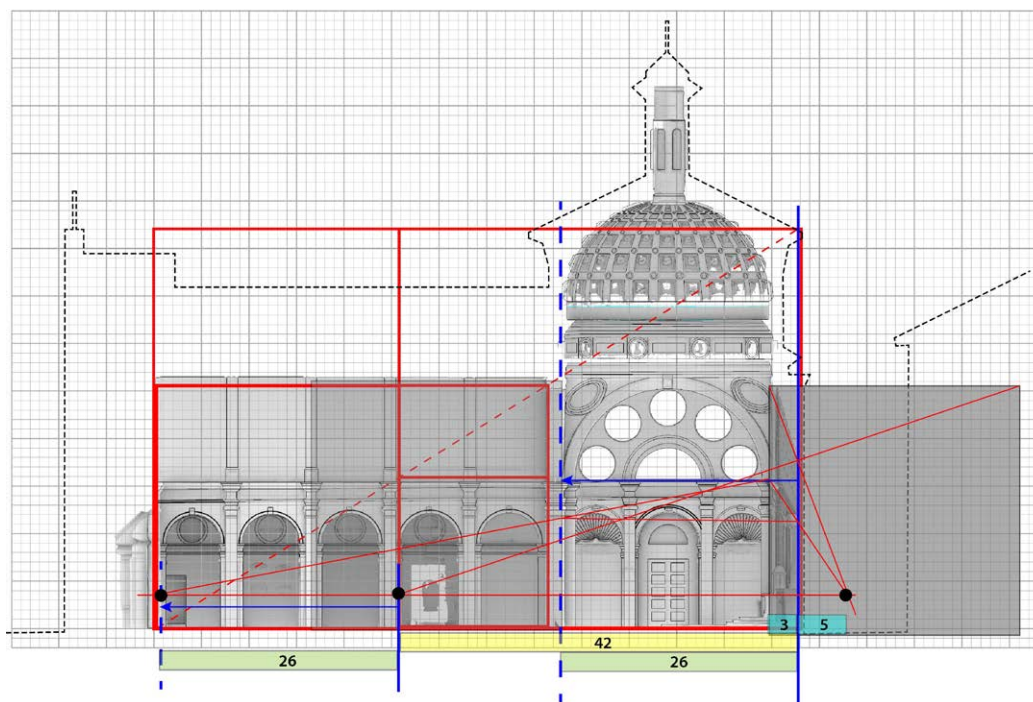


Fig. 2. Schema metrico-proporzionale della doppia prospettiva bramatesca, serie armonica e rapporti aurei nella sezione della chiesa. Elaborazione degli autori.

della Tau come un 'quadrato' di 76 piedi di lato, alla quale il finto coro aggiunge un quadrato virtuale di 26 piedi di lato.

Il punto di vista, nella campata centrale del secondo quadrato della navata, permette di apprezzare la completezza della pianta centrale dello spazio virtuale della chiesa a pianta centrale a croce greca, considerata il riferimento del progetto bramantesco per San Pietro. La sua posizione rivela una serie di grandezze in rapporto aureo, che misurano l'edificio con interi significativi (fig. 2):

- 6 piedi la luce della campata della navata minore,
- 10 piedi la sua larghezza, 16 piedi il doppio modulo che completa il transetto,
- 26 piedi la profondità del braccio teorico della croce greca e del percorso nel quale si genera l'effetto dinamico della percezione corretta [Buratti, Mele, Rossi 2021] con lo spostamento dell'osservatore dal punto privilegiato all'ingresso sino al punto di vista che proietta il coro, oltre il quale l'artificio si dissolve,
- 42 piedi la lunghezza reale della navata,
- 68 piedi la lunghezza totale dell'interno.

La verifica geometrica sul rilievo documenta un modesto adattamento della proporzione esatta al numero, in un disegno d'insieme dominato dalla ricerca di proporzioni auree approssimate dalla misura intera. Pianta e sezioni della chiesa rivelano infatti la ricorrenza di misure riconducibili a 3 diverse serie armoniche approssimate (fig. 3), tra cui la serie di Lucas, che risulta essere quella che meglio risolve il rapporto aureo (fig. 4). Adattando il quadrangolus albertiano, ripreso dall'esercizio XIII di Piero della Francesca, alle misure alla sezione trasversale, si osserva come la ricostruzione del punto di vista dalla profondità virtuale del coro, lo collochi un piede oltre la soglia del Saccello di San Satiro, a 36 (26+10) piedi dall'asse del coro (fig. 5). Anche il punto privilegiato dell'anamorfosi dinamica lungo la navata è un passo oltre il portone [Rossi, Mele, Buratti 2021]: lo spazio percepito di chi entra nel transetto dal saccello è lo stesso di chi si avvicina lungo la navata, materializzando l'impressione di uno spazio centrale nonostante la diversa lunghezza reale.

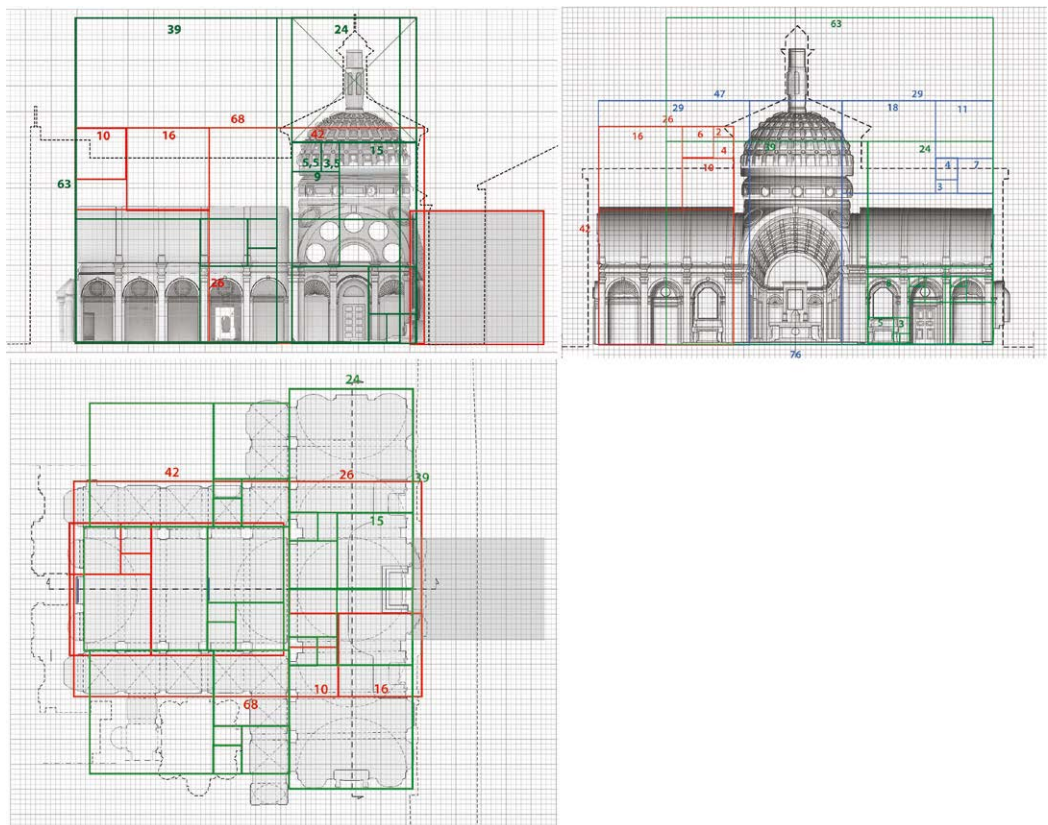
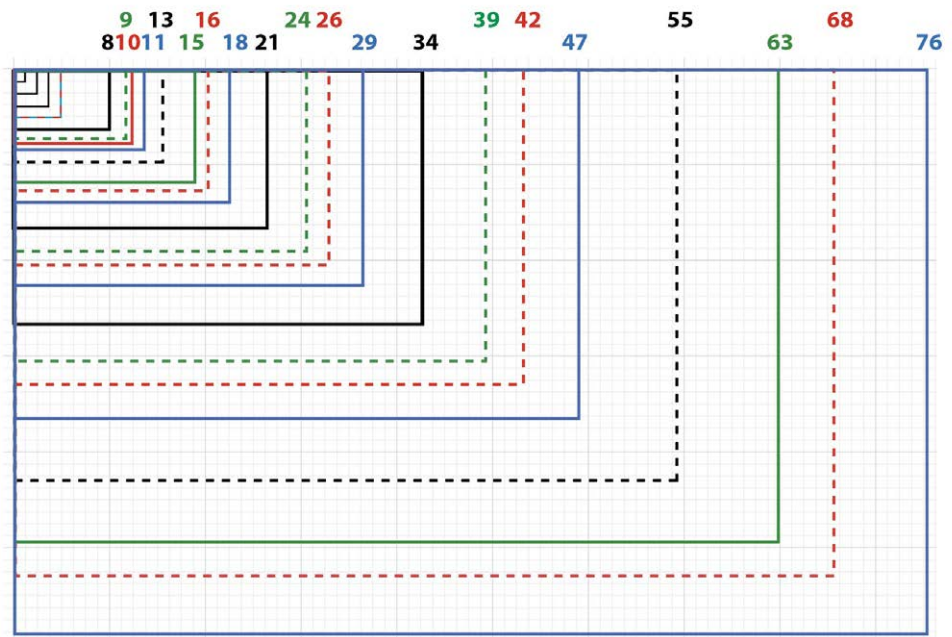


Fig. 3. Relazioni auree nel disegno della chiesa, le misure in Piedi milanesi si inseriscono in serie numeriche diverse, che sviluppano la regola di Fibonacci. Elaborazione degli autori.





1 - 2 - 3 - 5 - 8 - 13 - 21 - 34 - 55 ... **Fibonacci**  
 1 - 3 - 4 - 7 - 11 - 18 - 29 - 47 - 76 ... **Lucas**  
 2 - 4 - 6 - 10 - 16 - 26 - 42 - 68 ... **prospettiva**  
 3 - 3 - 6 - 9 - 15 - 24 - 39 - 63 ... **crociera**

Fig. 4. Relazione tra i rettangoli aurei delle tre serie della chiesa e quella di Fibonacci (misure esatte e arrotondate, le ultime tratteggiate). Elaborazione degli autori.

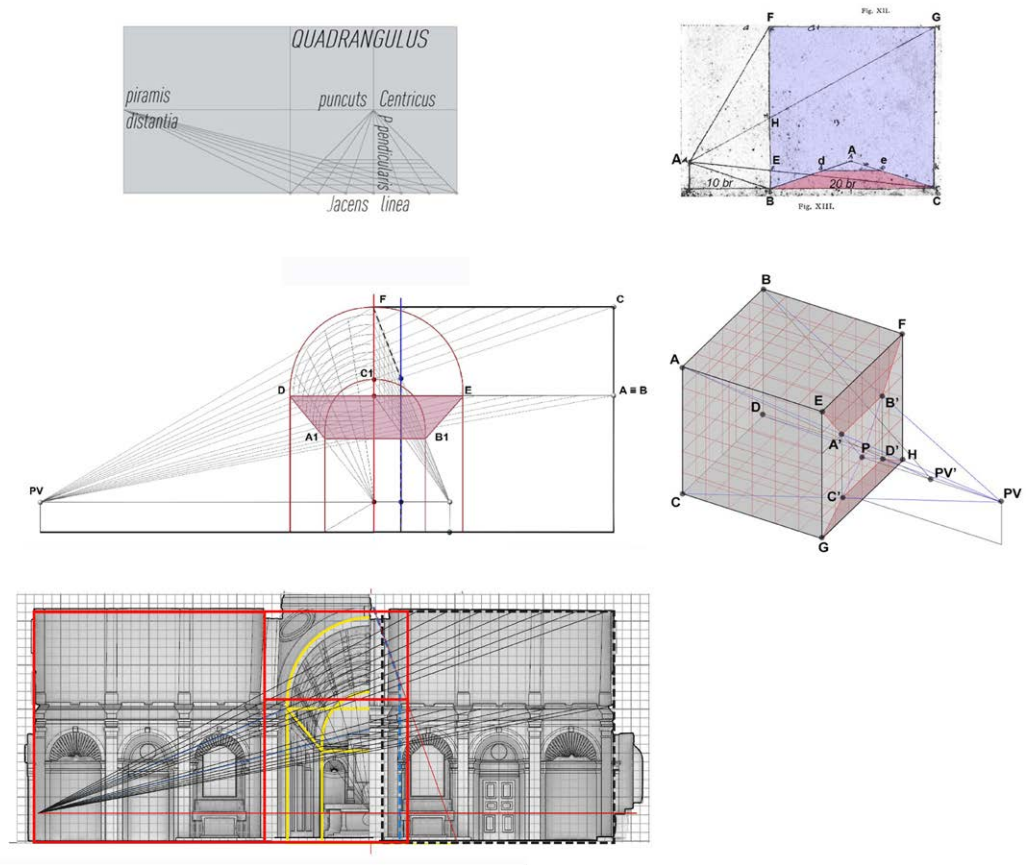


Fig. 5. Adattamento dell'esercizio XIII di Piero al transetto, lo schema prospettico fissa il punto principale davanti all'ingresso come nella navata. Elaborazione degli autori.

Conciliando la pulizia della misura dello schema di riferimento e la prospettiva che genera lo spazio virtuale con il proporzionamento armonico dello spazio interno, l'intero edificio risulta dominato dalla ricerca della divina proporzione.

Considerando i molti vincoli del programma, le approssimazioni sono trascurabili rispetto alla raffinatezza della misura nel doppio impianto costruttivo e percettivo.

### Il Cenacolo del refettorio di Santa Maria delle Grazie

La misura è il comune denominatore fra la descrizione fornita nel De Pittura da L.B. Alberti e quella ripresa da Piero Della Francesca nell'esercizio XIII del De Prospectiva Pingendi: la posizione del quadro, quella dell'osservatore e del geometrale hanno proporzioni che sono in rapporto l'una con l'altra. Il quadrato, con la misura del lato, è il motivo generatore che lega il pavimento alla griglia del quadro, presenti anche nel Cenacolo di Leonardo, ed è uno strumento insostituibile per la misura dello spazio rappresentato in prospettiva.

Il cenacolo si trova sulla parete nord del refettorio, sul lato corto. Qui Leonardo rappresenta uno dei passi evangelici più drammatici, quello nel quale Cristo annuncia con eterea commozione 'in verità, in verità vi dico: uno di voi mi tradirà'. Dentro la scatola prospettica della stanza, illuminata da tre aperture sul retro e con la fonte di luce frontale proveniente da sinistra come se arrivasse dall'antica finestra reale del refettorio, Leonardo ambientò in primo piano la lunga tavola dell'ultima cena con la figura di Cristo isolata al centro e gli apostoli divisi a gruppi di tre.

L'ipotesi che attraverso lo studio della prospettiva legata alla unità di misura storica miri a ricavare le misure dello spazio rappresentato nel dipinto, evidenzia una coerenza geometrica fra lo spazio rappresentato e lo spazio reale. La dimostrazione è logica e mostra un'attinenza con la geometria che ha generato il refettorio.

Le misure del refettorio desunte dal rilievo di Agnoldomenico Pica (1937) riportano una larghezza del refettorio pari a 8,80 mt ed una lunghezza di 35,00 mt. L'analisi metrica della pianta del convento, in piedi di Milano, individua lo schema geometrico proporzionale che sottende alla costruzione del convento. La larghezza del refettorio risulta di 20 piedi, la lun-

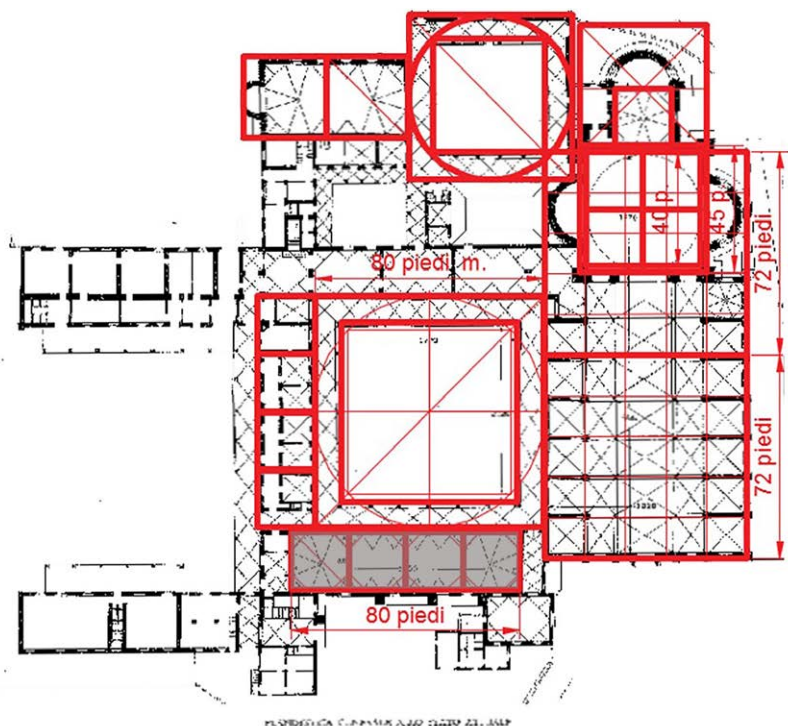


Fig. 6. Santa Maria delle Grazie, schema geometrico dell'impianto. Elaborazione degli autori.

ghezza 80. Quest'ultima è la misura che genera anche il quadrato (80 x 80 piedi) del chiostro adiacente al lordo del porticato (Fig. 6).

Nel refettorio il muro che accoglie il dipinto di Leonardo è largo ed alto 20 piedi (altezza misurata al cervello dell'arco della lunetta centrale). La matrice quadrata di 20 x 20 piedi trova quindi ragione sia nell'individuazione dell'icnografia della pianta che nell'ortografia dell'alzato. Il dipinto di Leonardo ha una larghezza pari a quella della parete che lo accoglie (20 piedi), è alto 10 piedi e dista dal pavimento 5 piedi. L'ambiente, pur essendo semplice, è estremamente calibrato dal punto di vista geometrico. Elementari espedienti prospettici (la quadratura del pavimento, il soffitto a cassettoni, gli arazzi appesi alle pareti, le tre finestre del fondo e la posizione della tavola) creano l'effetto di sfondamento della parete su cui si trova il dipinto, mostrandolo come un ambiente nell'ambiente del refettorio stesso: una sorta di raffinato trompe l'oeil che evoca la prospettiva solida pensata da Bramante.

L'ambiente che Leonardo rappresenta in pianta ha matrice quadrata. Le dimensioni sono 20 x 40 piedi [Mele 2012]. Per ripercorrere il tracciamento della prospettiva bisogna partire da un rettangolo 10 x 20 piedi collocato ad un'altezza di 5 piedi dal pavimento. La linea d'orizzonte è collocata alla metà del lato corto del rettangolo (5+5 piedi dal pavimento) ed il punto di vista ad una distanza dal quadro di 20 piedi. La costruzione è simile a quella descritta dall'Alberti e da Piero della Francesca, con la differenza che l'altezza dell'osservatore è nettamente più in alto (Alberti la fissa a 3 braccia fiorentine = 4 piedi milanesi).

Una griglia costruita dividendo il quadrato (20 x 20 piedi) in 6 parti individua il vano in pianta con un doppio quadrato ed in alzato in un rettangolo di proporzione 3:4. Unendo i vertici inferiori del rettangolo e le rette uscenti dai punti 3 e 9 con il punto principale si ottiene per intersezione la scatola prospettica. La costruzione dei lacunari è veloce, mandando al punto principale i punti 4, 5, 6, 7 ed 8 e tracciando la diagonale dal punto 3 al punto d'intersezione che individua la prospettiva corrispondente al quadrato. L'intersezione della retta diagonale con quelle prima tracciate determina i punti per i quali passano le rette parallele al quadro che costruiscono i lacunari (Fig. 7).

La scatola prospettica di Leonardo altro non è che la continuazione dello spazio del refettorio, al quale si aggiungono in pianta due moduli di 20 x 20 piedi [Mele e Duvernoy 2017]. La proporzione di 3:4 dell'alzato, considerato che la finestra prospettica della scena comincia

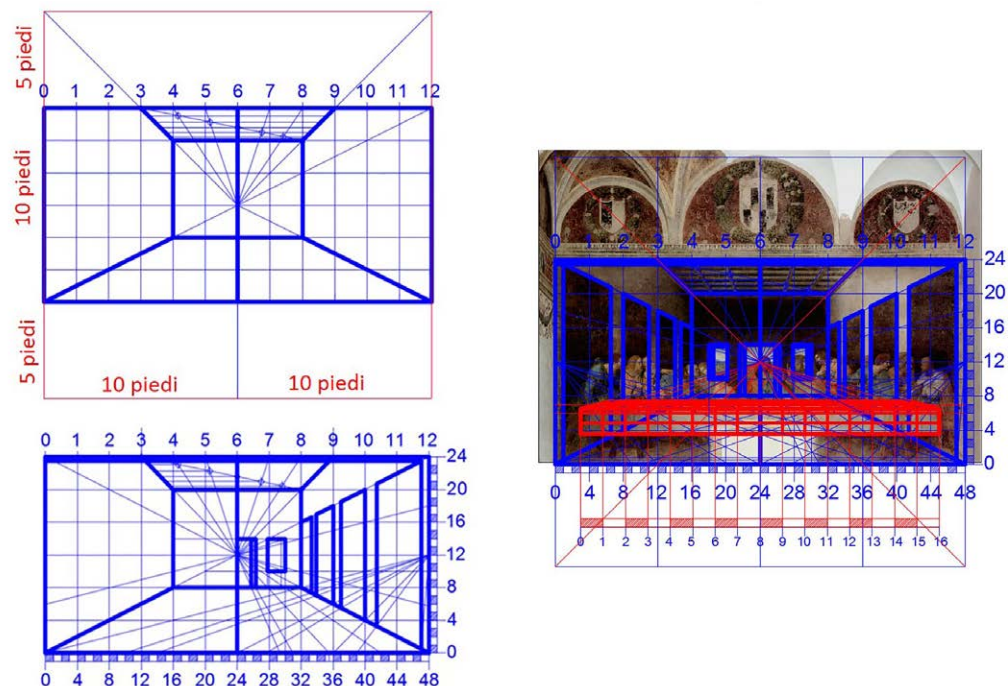


Fig. 7. Sovrapposizione dello schema geometrico all'immagine del Cenacolo. Elaborazione degli autori.

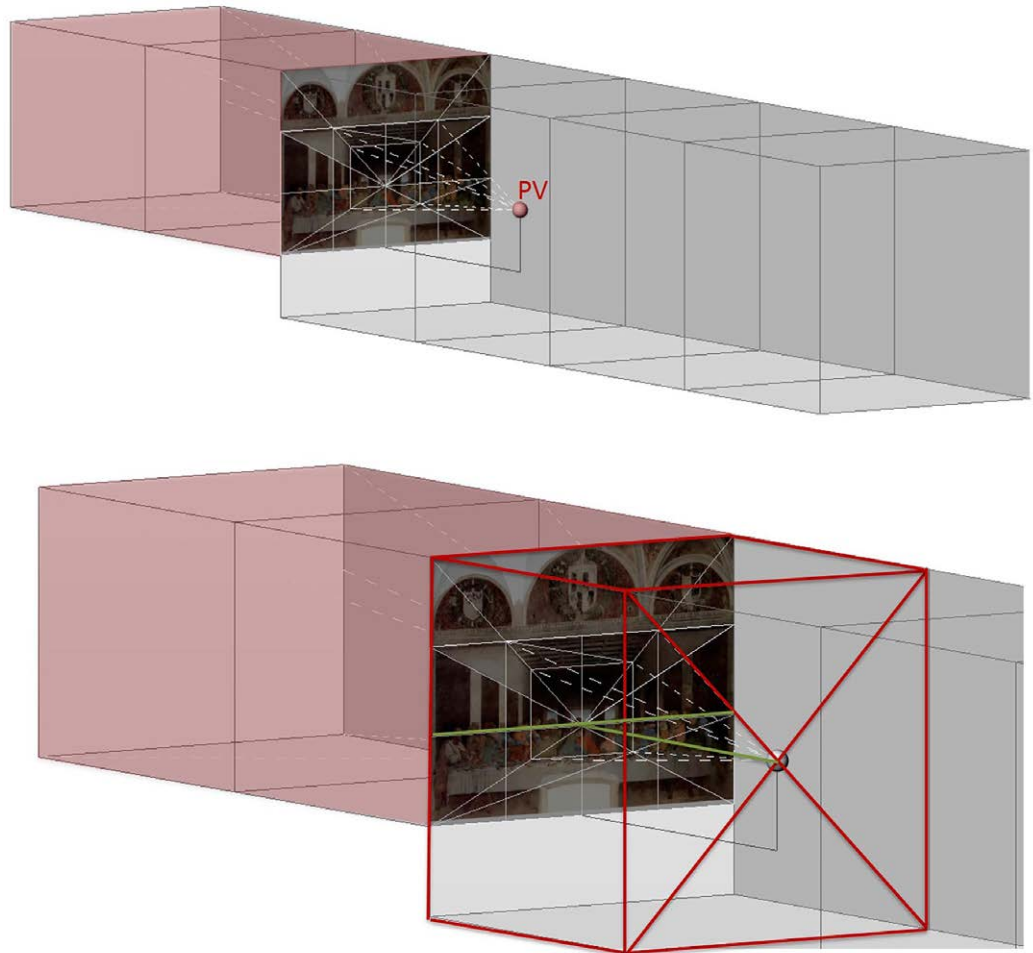


Fig. 8. Schema tridimensionale del refettorio in proporzione 1:4 con il prolungamento dei due moduli rappresentati come fondale nell'affresco leonardesco. Elaborazione degli autori.

ad un'altezza di 5 piedi, completa proporzionalmente lo spazio rappresentato nel dipinto del cenacolo con una continuità proporzionale-numerica più che scenografica. La proporzione utilizzata da Leonardo per il proporzionamento dell'alzato rispecchia quella della divisione in gruppi degli Apostoli, quattro gruppi da tre (Fig. 8). La griglia ottenuta aiuta la lettura dello spazio nel quale Leonardo colloca i personaggi. Il punto principale cade sulla tempia di Cristo e gli apostoli hanno quasi tutti gli occhi collocati sulla linea d'orizzonte. Il dito di Tommaso è più lungo quasi ad indicare la posizione dell'orizzonte. Lo spazio pensato, estremamente misurato, guida l'osservatore dallo spazio reale a quello prospettico, rendendolo partecipe della scena.

L'effetto non è equiparabile al risultato raggiunto da Bramante nel finto coro. La differenza è che nel cenacolo il punto di vista non è all'altezza reale dell'osservatore, come in Santa Maria presso San Satiro, ma è ad un'altezza ideale, a metà dell'altezza del vano reale. Questo tipo di prospettiva non vuole essere un vero trompe l'oeil come San Satiro, ma un punto di vista ideale che guida l'uomo verso Dio.

## Conclusione

Dall'esame comparato dell'opera di Bramante e di Leonardo si evince una prima importante conclusione nella constatazione che per la comprensione intima di determinate opere prospettiche, di natura piana o solida, non si può prescindere dalla conoscenza misurata dello spazio che le contiene.



In questo senso l'analisi metrica consente di appropriarsi non solo della forma percepibile ma anche dei principi di quella forma. Una seconda conclusione è relativa al fatto che la grammatica del linguaggio delle misure è ampia e, legando la forma al numero, consente di descrivere oggetti architettonici che mostrano una bellezza che dipende dal racconto generato dalla cultura che l'ha costruito.

La prospettiva deriva dalla misura e con il termine *perspectiva* si indicava la pratica di misurare distanze e lunghezze inaccessibili tramite un rilevamento diretto. Dunque, la misura è lo strumento che lega la forma reale a quella rappresentata e, nel caso particolare, controlla la definizione dello spazio architettonico. La misura si lega alla bellezza in quanto genera la forma, che a sua volta è definita dal progetto e si esprime attraverso il numero e la misura con un linguaggio enunciabile solo con il termine albertiano *concinnitas* [Vagnetti 1973].

Infatti, se *pulchritudo* significa letteralmente bellezza, la bellezza dell'architettura è un attributo che trascende dal suo aspetto visibile, espressa dall'armonia formale e dalle proporzioni, che sono le sue qualità esteriori. Senza ignorare tutto ciò, la misura attinge ad unica sintesi parametrica più complessa che si identifica la *concinnitas*, nella quale nulla si può cambiare se non in peggio.

#### Riconoscimenti

Il contributo riunisce riflessioni che seguono anni di studio comune sulla prospettiva architettonica dei monumenti milanesi. Nello specifico del presente articolo, Michela Rossi ha redatto l'introduzione e il paragrafo su Santa Maria presso San Satiro, Giampiero Mele quello su Santa Maria delle Grazie e le conclusioni.

#### Riferimenti bibliografici

Scholfield P.H. (1958). *The Theory of Proportion in Architecture* Cambridge: Cambridge University Press.

Wittkover R. (1949). *Principi architettonici nell'Età dell'Umanesimo*. Torino: Einaudi.

Migliari R. (1991) Il disegno degli ordini e il rilievo dell'architettura classica: cinque pezzi facili, in *Disegnare, Idee Immagini*, vol. 2. Roma: Gangemi.

Martini A. (1883). *Manuale di metrologia ossia misure, pesi e monete in uso attualmente e anticamente presso tutti i popoli*. Torino: Loescher.

Buratti A. (a cura di) (1992). *Insula Ansperti: il complesso monumentale di S. Satiro*. Milano: Banca Agricola Milanese.

Rossi M., Buratti G., Mele G., (2019). Perspective Trials in the Manipulation of Space. The Bramante's Fake Choir of Santa Maria presso San Satiro in Milan. In *Disegno*, vol. 4, pp. 41-52.

Buratti G., Mele G., Rossi M. (2022). The Masterly Perspective and Design of Bramante's "Mirabile Artificio" in Milan. In *Nexus Network Journal*, vol. 24 Cham: Springer Nature, pp. 545-565.

Mele G. (2012). Santa Maria delle Grazie e Cenacolo Vinciano, in Rossi M., Duvernoy S., Mele G., (a cura di). *Milano. Maths in the city: a mathematical tour of Milan architecture*. Santarcangelo di Romagna: Maggioli, pp. 78-85.

Mele G., Duvernoy S. (2017). Early Trompe-l'oeil Effects in the Last Supper Depictions by Domenico Ghirlandaio. In: *Nexus Network Journal*, vol. 9. Cham: Springer Nature, pp. 345-361.

Vagnetti L. (1973). *Concinnitas*; riflessioni sul significato di un termine albertiano. In *studi e documenti di architettura*, n. 2. Firenze: Teorema edizioni, p. 141.

#### Autori

Giampiero Mele, Università telematica E-Campus, giampiero.mele@uniecampus.it

Michela Rossi, Politecnico di Milano, michela.rossi@polimi.it

*Per citare questo capitolo:* Giampiero Mele, Michela Rossi (2024). La bellezza della misura. Controllo, disegno, progetto a Milano da Bramante a Leonardo/The beauty of measure. Control, drawing, design in Milan in Bramante's and Leonardo's work. In Bergamo F., Calandriello A., Ciamaichella M., Friso I., Gay F., Liva G., Monteleone C. (a cura di). *Misura / Dismisura. Atti del 45° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione/Measure / Out of Measure. Transitions. Proceedings of the 45th International Conference of Representation Disciplines Teachers*. Milano: FrancoAngeli, pp. 483-500.

# The beauty of measure. Control, drawing, design in Milan in Bramante's and Leonardo's work

Giampiero Mele  
Michela Rossi

## Abstract

Measurement, intended as a quantitative evaluation tool, has always been a significant instrument of investigation and knowledge. In architecture, it refers to the survey, considered the most powerful tool for investigating the project and the building's dimensioning. Measure defines and characterizes the artificial space by expressing dimensions through numbers and controlling the construction. In Classical architecture, measurement used to mean proportion and the design is a numerical program that defines the parts in the whole, where the number is linked to the unit of the metric system in use.

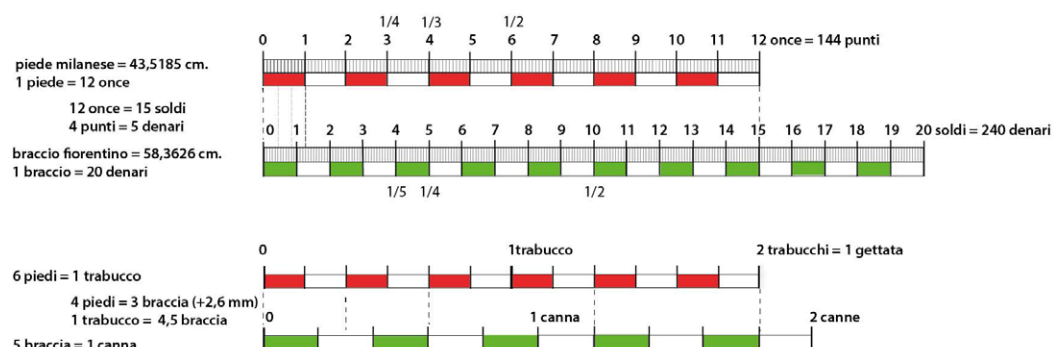
Late 15th-century Milan architecture offers two exemplary masterpieces of how numbers and measurements characterize design in creating spaces, which can generate a visual space that expands the physical reality of construction.

These are the two experimental interpretations of perspective on an architectural scale, adopted by Bramante and Leonardo in the church of Santa Maria presso San Satiro and in the refectory of Santa Maria delle Grazie, revealing a design program in which the geometry of space (number and measure) is the key to the artifice generating a virtual space that differs from the real one in a sort of analogical anticipation of augmented reality.

Perspective, meaning the measure of space, creates virtual interiors where the harmony of numbers that define the concept controls becomes concinnitas.

## Keywords

number and measure, right size, virtual space, golden ratio, perspective simulation



Metric relations between the Milanese Foot and the Florentine Braccio. Elaboration by the authors.

The architectural survey, meaning the reading of measurement, reveals the transformations between the construction and design of a building. Upstream is the role assumed in the drafting of the project as a factor controlling the organic sizing of structures and spaces, thus the relationship between man and the artificial space of architecture. Measurement controls the overall economy of the factory by regulating the quantitative relationships between the building elements.

Today, even in design, attention to the technical aspect of construction precision prevails. In classical architecture, measure meant proportion, that is, correct sizing of the parts [Scholfield 1958], to guarantee the harmony and solidity of the factory. The relationship between *firmitas* and *venustas* of the Vitruvian triad, or the eurythmy of the parts in the whole, implies measurement as a set of ratios, rather than as a set of independent dimensions. The classical design is a numerical program that controls the formal articulation of space through anthropometric modules. A complex design program is decodable concerning a system of related multiples and submultiples that bind the structural, constructive, and ornamental three levels into an organic whole [Migliari 1991].

The Renaissance reinterpretation of the rule [Wittkover 1949] adapts the modular principle of architectural order to local metrological systems, crystallizing the metric unit of reference of the project without disavowing the centrality of the proportional principle, which goes far beyond the geometric verification of structures, based on proportion and not dimension. A program focused on Alberti's *concinnitas* translates the design into a coherent set of numbers, in which the metric unit replaces the module. In contrast, the measurement fixes the absolute size.

Therefore, the measure depends not on the size but on the metric unit. Furthermore, it has a double possibility of reading: on the one hand, as proportion expressed by a ratio of measures and thus is independent of the size. On the other hand, it expresses a numerical measurement program bound to the metric system in use.

Late fifteenth-century Milan offers two significant examples of how numbers and measures may characterize the design. In the masterpieces of Bramante and Leonardo, the use of dimensions expressed by significant measures in Milanese demonstrates the design adoption of local unity. The Tuscan origin of the two artists induces one to hypothesize a kind of 'metric bilingualism' with a system other than formation already at the design stage rather than a later 'translation'. In fact, despite the direct relationship between the length of the Milanese foot and the Florentine arm in a 4 to 3 ratio (4 Milanese = 3 Florentine Arms), the conversion from the Arm would have given integer numerical values only for multiples of 3, generating multiples of 4 in [Martini, 1883]. The two systems also have different scans (1 foot = 12 ounces; 1 arm = 20 soldi, with 5 soldi of an arm = 4 Milanese ounces), developing different scale ratios.

The numbers confirm the adoption of the local metric system, to manifest the perfection of the design through the magic of numbers.

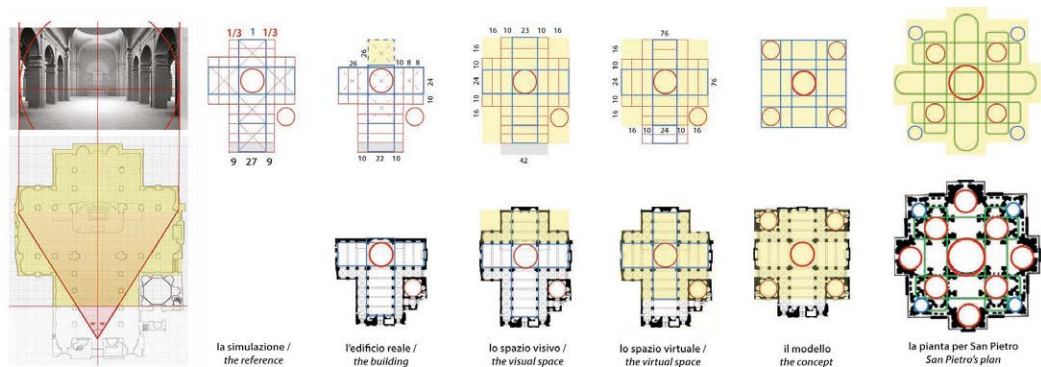


Fig. 1. From S. Maria presso San Satiro to Bramante's San Pietro, the idea of central space in the geometry and modularity of real/virtual architecture. Elaboration by the authors.

## Santa Maria Presso San Satiro

Santa Maria presso San Satiro, a church built in the late 15th century [Buratti 1992] to house a miraculous image, exemplifies how architecture can result from a 'closed' design program defined by number and measure. The latter is at the heart of a numerical program that links real and virtual space in the relationship between the actual construction and the visual space generated by the fake choir. The church is celebrated precisely for the effectiveness of the perspective choir, which critics have referred to as the development of the central plan and the debate for the construction of St. Peter's in Rome. The hypothesis finds confirmation in the numerical program that defines the Miraculous Artifice [Buratti Mele Rossi 2019].

The actual building has a Tau plan, punctuated by 5 bays in the nave and 3 in the transepts and the simulation of the choir, which obviates the lack of space that prevented the development in plan length to a Latin cross. The nave, barrel-vaulted like the transept and chancel, is flanked by symmetrical aisles, which on the east side of the transepts are simulated by niches as in the faux chancel. The virtual space generated by the perspective focuses on the vast coffered dome, evoking an illusorial central space. (fig. 1).

The plan pattern is a giant square divided into 9 minor squares, 5 of which draw the tau cross of the actual plan. Nave and transept are tripartite from the bays. The entrance square loses a bay in the façade, remodelled in the 19th century and occupied by the entrance and the staircase rising to the organ balcony.

The measurement unit is the Milanese Foot (= 0.435185 m.), corroborated by the height of the viewpoint, from the survey elaboration that is 4 Milanese, corresponding to 3 Florentine Arms, as Leon Battista Alberti's teaching in *De Pictura*, with less than 1-centimeter deviation. This reference also corroborates the correctness of the positioning at 42 (7 Trabucchi) from the bottom of the false choir.

The measurements by the laser survey [Buratti, Mele, Rossi 2021] are rather accurate. The difference of 1 Foot between the span of the nave and the transept's one is justified in compensating for the lack of the east aisle in the transept.

An ad quadratum scheme fits the plan and elevation layouts, despite the difference in the length of nave and transept. This pattern defines the theoretical layout as a major 76 square, to which the fake choir adds a virtual square measuring 26.

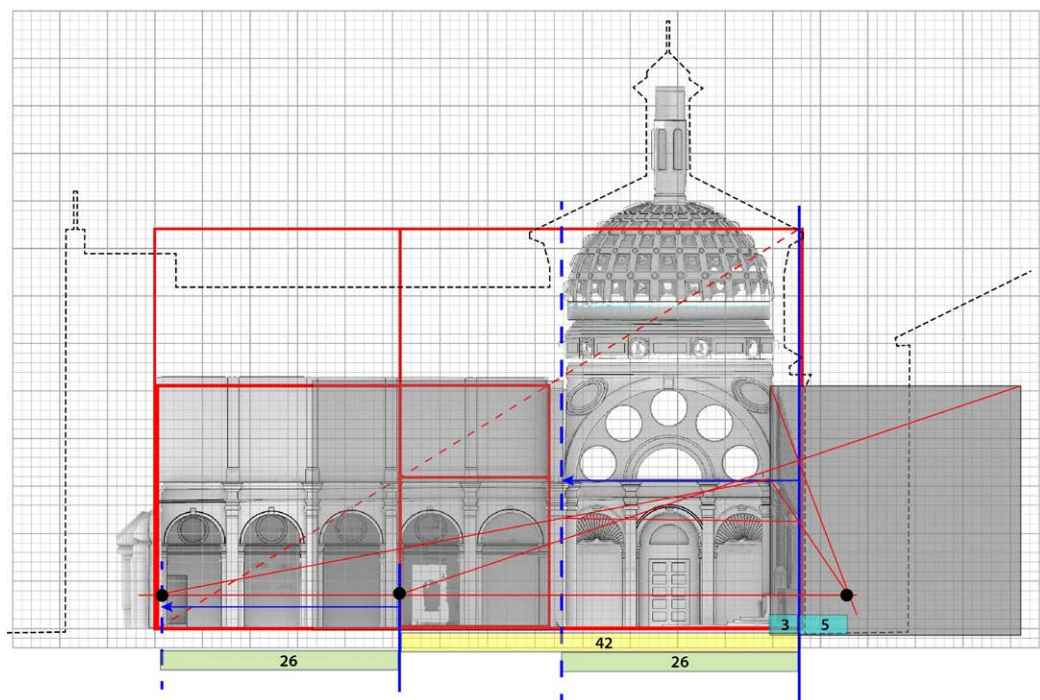


Fig. 2. Metric-proportional scheme of Bramante's double perspective, harmonic series and golden ratios in the section of the church. Elaboration by the authors.



The choir's vantage point lays in the central bay of the second square of the nave. It allows us to appreciate the completeness of the central plan of the virtual space of the Greek-cross plan church. This is meant as the reference of Bramante's design for the St. Peter Church in Rome. Its position reveals a series of Golden Ratio magnitudes, measuring the building with significant numbers (fig 2):

- 6, the span of the nave span,
- 10 the width, 16 the double module that completes the transept,
- 26, the depth of the theoretical arm of the Greek cross and of the path in which the dynamic effect of correct perception is generated [Buratti Mele Rossi 2021] with the displacement of the observer from the privileged point at the entrance up to the point of view that projects the chancel, beyond which the artifice dissolves,
- 42, the actual length of the nave,
- 68, the total length of the interior.

The geometric verification on the surveyed documents a modest adaptation of the exact proportion to the number, in an overall design dominated by the search for golden proportions approximated by the integer measure. In fact, the plan and sections of the church reveal the recurrence of measures that can be traced back to three different approximate harmonic series (fig. 3), including the Lucas series, which turns out to be the one that best resolves the golden ratio (fig. 4). By adapting Piero della Francesca's Exercise XIII that refers to Alberti's quadrangolus, to the cross-sectional measurements, one observes how the reconstruction of the viewpoint from the virtual depth of the chancel places it one foot beyond the threshold of the Sacello di San Satiro, 36 (26+10) from the axis of the chancel (fig. 5). The vantage point of the dynamic anamorphosis along the nave is also one step beyond the doorway [Rossi, Mele, Buratti 2021]: the perceived space of those entering the transept from the sacello is the same as that of those approaching along the nave, materialising the impression of a central space despite the different actual length.

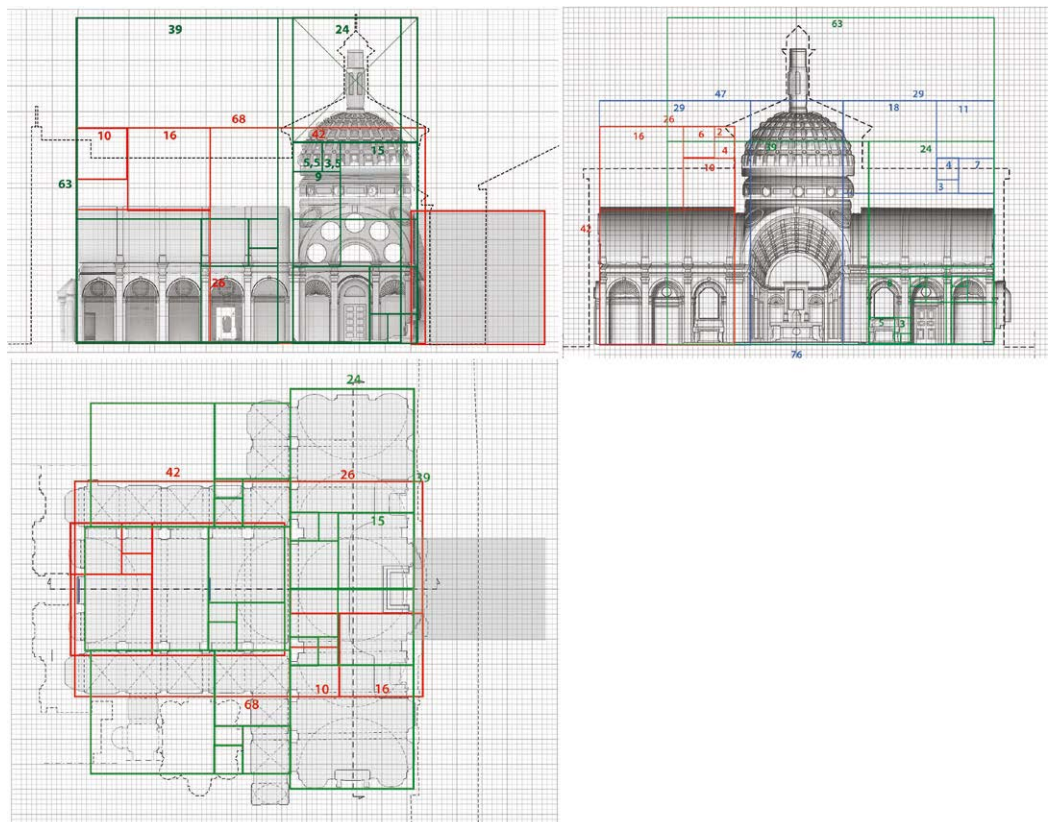


Fig. 3. Golden ratios in the design of the church, the measurements in Milanese Feet fit into different numerical series that develop the Fibonacci's rule. Elaboration by the authors.



By reconciling the cleanliness of the measurement of the reference scheme and the perspective that generates the virtual space with the harmonious proportioning of the interior space, the entire building is dominated by the quest for the divina proportione. Considering the many constraints of the programme, the approximations are negligible, compared to the refinement of the measurement in the double layout of the actual building and its visual space.

### The Last Supper in the refectory of Santa Maria delle Grazie

Measurement is the common denominator between the description provided in *De Pittura* by L.B. Alberti and that taken up by Piero Della Francesca in exercise XIII of *De Prospectiva Pingendi*: the position of the painting, that of the observer and the ground plane are related to each other. The square side measure is the generating motif that links the floor to the painting grid. The same pattern appears in Leonardo's *Last Supper*, and it is an irreplaceable tool to measure the space in perspective.

The Cenacle fresco is on the refectory north wall, on the room's short side. Here, Leonardo depicts one of the most dramatic Gospel passages, in which Christ announces with ethereal emotion, 'Verily, verily, I say unto you, one of you shall betray me.' Inside the perspective box of the room, lit by three openings at the back and with the frontal light source coming from the left as if from the ancient royal window of the refectory, Leonardo set the long panel of the *Last Supper* in the foreground with the figure of Christ isolated in the centre and the apostles divided into groups of three.

The hypothesis is that through the study of perspective related to the historical unit of measurement, he aims to derive the measurements of the space depicted in the painting, which points to a geometric consistency between the depicted space and the actual space. The demonstration is logical and relevant to the geometry that generated the refectory.

The measurements of the refectory taken from the survey by Agnoldomenico Pica (1937) show a width of 8.80 meters and a length of 35.00 meters. Metric analysis of the floor plan of the convent, standing Milan, identifies the proportional geometric scheme underlying the

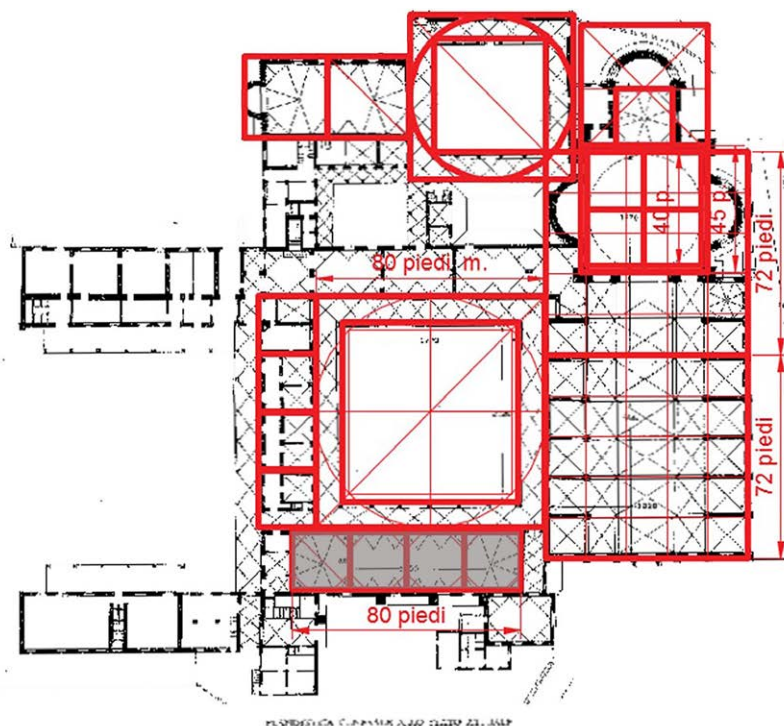


Fig. 6. Santa Maria delle Grazie, geometric scheme of the layout. Elaboration by the authors.



convent's construction. The width of the refectory turns out to be 20, and the length is 80. The latter is the measurement that also generates the square (80 × 80) of the adjacent cloister gross of the portico (Fig. 6).

In the refectory, the wall that houses Leonardo's painting is 20 wide and 20 high (height measured at the brain of the central lunette arch). The square matrix of 20 × 20 thus finds reason in the identification of the iconography of the plan and the orthography of the elevation. Leonardo's painting has a width equal to that of the wall that houses it (20), is 10 high, and is 5 from the floor. The environment, while simple, is exceptionally geometrically calibrated. Elementary perspective devices (the squaring of the floor, the coffered ceiling, the tapestries hanging on the walls, the three windows in the background, and the position of the table) create the effect of breaking through the painting wall, showing it as a room within the room of the refectory itself: a kind of refined trompe l'oeil that evokes the solid perspective envisioned by Bramante.

The room in Leonardo's fresco has a double-square matrix. The dimensions are 20 × 40 [Mele 2012]. To retrace the perspective, one must start from a 10 × 20-foot rectangle placed 5 from the floor:

The plan pattern refers to Alberti's and Piero della Francesca's, but the observer's height is markedly higher (Alberti sets it at 3 Florentine Arms = 4 Milanese Feet). The construction is similar to that described by Alberti and Piero della Francesca, with the difference that the observer's height is markedly higher (Alberti fixes it at 3 Florentine Arms = 4 Milanese Feet). A grid constructed by dividing the square (20 × 20) into 6 parts locates the room in plan with a double square and in elevation in a rectangle of proportion 3:4. By joining the lower vertices of the rectangle and the straight lines coming out of points 3 and 9 with the main point, the perspective box is obtained by intersection. The construction of the lacunars is quick, sending to the main point the points 4, 5, 6, 7 and 8 and drawing the diagonal line from point 3 to the point of intersection that locates the perspective box corresponding to the square. The intersection of the diagonal line with those previously drawn determines the points through which the lines parallel to the box pass that construct the lacunars (Fig. 7). Leonardo's perspective box is nothing but a continuation of the refectory space, to which two modules of 20 × 20 are added in the plan [Mele and Duvernoy 2017].

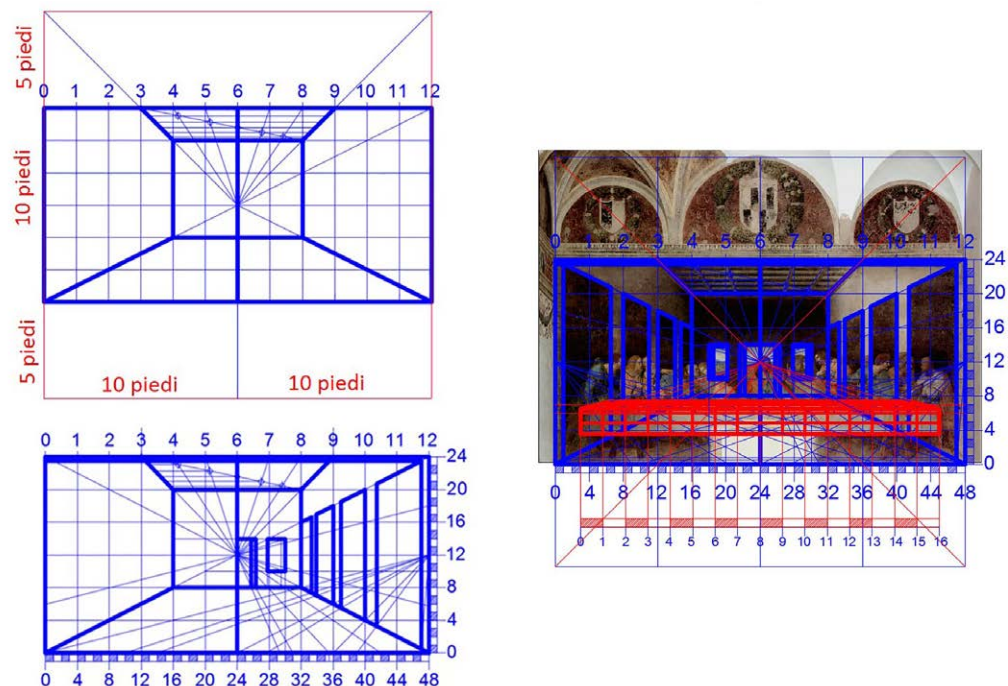


Fig. 7. Superimposition of the geometric scheme on the image of the Last Supper. Elaboration by the authors.



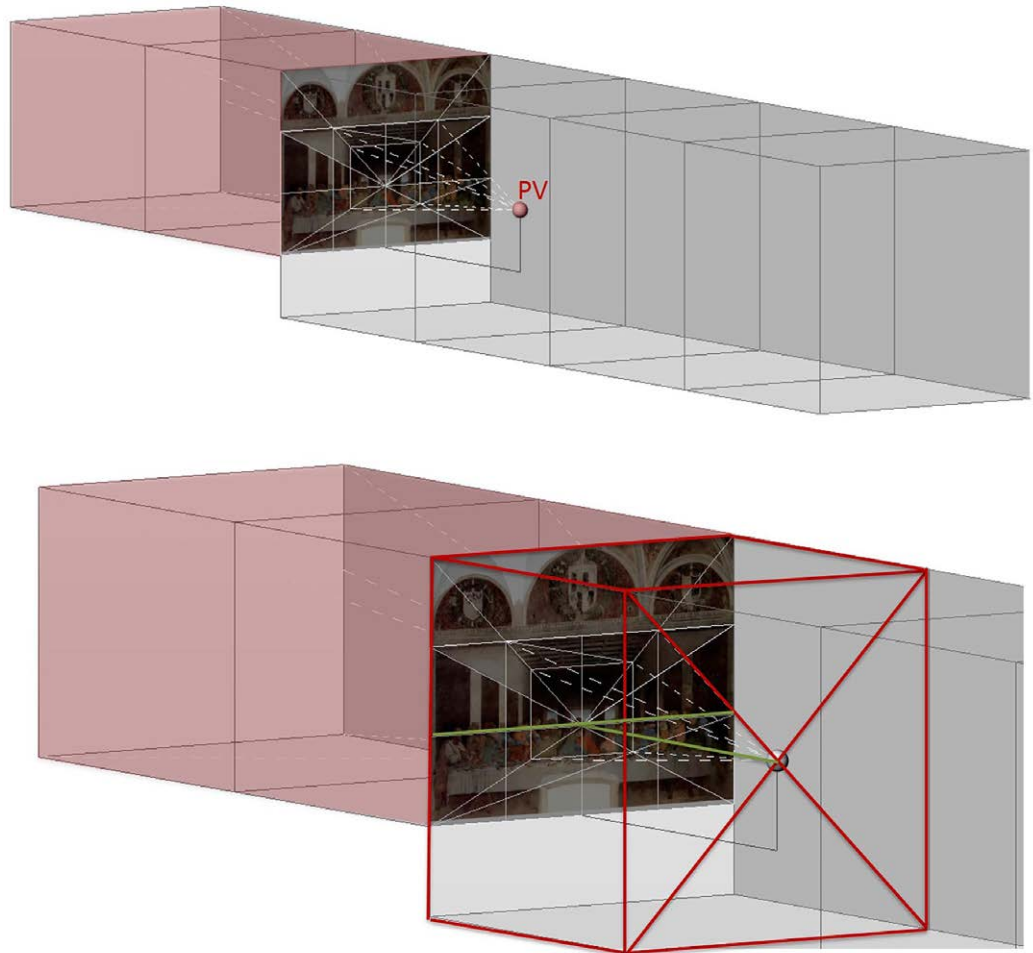


Fig. 8. Three-dimensional scheme of the refectory, in 1:4 ratio with the extension of the two modules that are represented in the backdrop in Leonardo's fresco. Elaboration by the authors.

The 3:4 proportion of the elevation, considering that the perspective window of the scene begins at a height of 5, proportionally completes the space represented in the cenacle painting with a proportional numerical rather than scenic continuity.

The proportion used by Leonardo in proportioning the elevation mirrors that of the division of the Apostles into groups, four groups of three (Fig. 8). The resulting grid aids the reading of the space in which Leonardo places the characters. The main point falls on Christ's temple, and the Apostles almost all have their eyes placed on the horizon line. Thomas' finger is longer, almost indicating the position of the horizon. The extremely measured thought space guides the viewer from real to perspective space, making him a participant in the scene.

The effect is different from the result Bramante achieved in the chorus. The difference is that in the Last Supper, the viewpoint is not at the observer's height, as in Santa Maria presso San Satiro, but is at an ideal height, half the height of the built space. Therefore, the Leonardo's perspective is not an illusory space like that in San Satiro, but an ideal viewpoint that guides man toward God. (GM)

## Conclusion

From the comparative examination of Bramante's and Leonardo's work, a first important conclusion emerges in the realization that for the intimate understanding of specific perspective works, whether flat or solid, one cannot disregard the measured knowledge of the space that contains them.

In this sense, metric analysis enables one to appropriate the perceivable form and the principles of that form. A second conclusion relates to the fact that the grammar of the language of measurement is broad and, by linking form to number, allows us to describe architectural objects that display a beauty that depends on the narrative generated by the culture that built it.

Perspective was born to measure space. The term itself denoted measuring inaccessible distances and lengths by direct surveying. So, measure is the tool that binds the actual form to the represented one. In this particular case, it controls the whole definition of architectural space. The measure is linked to beauty in that it generates form, which is defined by design and expressed through number and measure in a language that can only be enunciated by the Alberti's term *concinnitas* [Vagnetti 1973].

Indeed, if *pulchritudo* means beauty, in architecture the attribute transcends its visible appearance, expressed by formal harmony and proportions, which are its outward qualities. Without ignoring all this, the measurement draws on the one more complex parametric synthesis identified as *concinnitas*, in which nothing can be changed, except for the worse.

#### Credits

The contribution brings together reflections following years of common study on the architectural perspective in Milan's monuments. About the text writing, Michela Rossi wrote the paragraph on Santa Maria presso San Satiro, Giampiero Mele the one on Santa Maria delle Grazie, while introduction and conclusion are the output of common work.

#### References

Scholfield P.H. (1958). *The Theory of Proportion in Architecture* Cambridge: Cambridge University Press.

Wittkover R. (1949). *Principi architettonici nell'Età dell'Umanesimo*. Torino: Einaudi.

Migliari R. (1991) Il disegno degli ordini e il rilievo dell'architettura classica: cinque pezzi facili, in *Disegnare, Idee Immagini*, vol. 2. Roma: Gangemi.

Martini A. (1883). *Manuale di metrologia ossia misure, pesi e monete in uso attualmente e anticamente presso tutti i popoli*. Torino: Loescher.

Buratti A. (a cura di) (1992). *Insula Ansperti: il complesso monumentale di S. Satiro*. Milano: Banca Agricola Milanese.

Rossi M., Buratti G., Mele G., (2019). Perspective Trials in the Manipulation of Space. The Bramante's Fake Choir of Santa Maria presso San Satiro in Milan. In *Disegno*, vol. 4, pp. 41-52.

Buratti G., Mele G., Rossi M. (2022). The Masterly Perspective and Design of Bramante's "Mirabile Artificio" in Milan. In *Nexus Network Journal*, vol. 24 Cham: Springer Nature, pp. 545-565.

Mele G. (2012). Santa Maria delle Grazie e Cenacolo Vinciano, in Rossi M., Duvernoy S., Mele G., (a cura di). *Milano. Maths in the city: a mathematical tour of Milan architecture*. Santarcangelo di Romagna: Maggioli, pp. 78-85.

Mele G., Duvernoy S. (2017). Early Trompe-l'oeil Effects in the Last Supper Depictions by Domenico Ghirlandaio. In: *Nexus Network Journal*, vol. 9. Cham: Springer Nature, pp. 345-361.

Vagnetti L. (1973). *Concinnitas*; riflessioni sul significato di un termine albertiano. In *studi e documenti di architettura*, n. 2. Firenze: Teorema edizioni, p. 141.

#### Authors

Giampiero Mele, Università telematica E-Campus, giampiero.mele@uniecampus.it

Michela Rossi, Politecnico di Milano, michela.rossi@polimi.it

To cite this chapter: Giampiero Mele, Michela Rossi (2024). La bellezza della misura. Controllo, disegno, progetto a Milano da Bramante a Leonardo/ The beauty of measure. Control, drawing, design in Milan in Bramante's and Leonardo's work. In Bergamo F., Calandriello A., Ciammaichella M., Friso I., Gay F., Liva G., Monteleone C. (Eds.), *Misura / Dismisura. Atti del 45° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione/ Measure / Out of Measure. Transitions. Proceedings of the 45th International Conference of Representation Disciplines Teachers*. Milano: FrancoAngeli, pp. 483-500.