

Le misure della Sfera Celeste nella Sacrestia Vecchia di San Lorenzo in Firenze

Manuela Incerti

Abstract

La Sacrestia Vecchia di San Lorenzo a Firenze è opera di Filippo Brunelleschi e l'inizio della sua costruzione è probabilmente da riferire al 1422. Un'incisione ricorda che nel 1428, l'anno della morte del suo committente, Giovanni d'Averardo dei Medici, viene realizzata la lanterna posta sulla sommità della famosa cupola ad ombrello dell'ambiente principale. Un piccolo altare è situato nella scarsella coperta da una superficie emisferica con diametro di circa 4 metri, decorata da un complesso ed enigmatico apparato pittorico. Il dipinto riproduce solo una metà della sfera celeste, il modello teorico messo a punto dagli astronomi per rappresentare la posizione e il movimento degli astri e dei pianeti. I suoi elementi fondamentali sono tracciati grazie ad una serie di linee geometriche dorate; sono inoltre presenti le affascinanti iconografie delle costellazioni, il Sole, la Luna e alcuni pianeti. Illustri ricercatori hanno affrontato lo studio di questo insolito oggetto, singolarmente collocato in un contesto sacro, allo scopo di individuarne i dati astronomici e il loro significato. Il contributo presenta i primi risultati della ricerca che ha preso avvio da un rilievo strumentale (laser scanner e fotogrammetrico) con il fine di indagare sulla geometria della cupola, sulle sue misure, sul sistema di tracciamento delle linee dorate e sul livello di precisione degli ideatori e degli esecutori.

Parole chiave

rilievo digitale, sfera celeste, astronomia culturale, geometria, Rinascimento



Scarsella della Sacrestia Vecchia: dettaglio della fascia zodiacale.

Introduzione

Il contributo si pone l'obiettivo di effettuare una nuova analisi della superficie emisferica della scarsella della Sacrestia Vecchia (fig. 1) della basilica di San Lorenzo (Firenze), a partire dai dati elaborati grazie ad un recente rilievo digitale integrato (laser scanner e fotogrammetrico). Attraverso la misura degli elementi notevoli della sfera celeste qui rappresentata, si desidera verificare il grado di precisione utilizzato dagli artefici, con lo scopo di fornire agli storici dell'astronomia nuovi dati utilizzabili per l'interpretazione della configurazione celeste. Grazie alla posizione del Sole, della Luna e degli astri identificati come pianeti, a partire dai primi anni del Novecento diversi studiosi hanno formulato ipotesi su anno, giorno e ora celebrati in questo dipinto. La precisione degli esecutori, spesso citata dagli studiosi, non è tuttavia mai stata accertata con operazioni di misura dell'intero sistema.

Non sono ancora stati ritrovati documenti che attestino con certezza la data di realizzazione del programma pittorico dell'emisfero astronomico e il nome dei suoi autori [1]. Si possiedono invece alcune notizie sul contenitore di quest'opera che consentono di individuare un intervallo temporale utile alla discussione. Pietro Ruschi riporta che la ricerca archivistica ha individuato nel 1422 l'anno di inizio dei lavori murari, su progetto di Filippo Brunelleschi [Ruschi, 1993, p. 41]. Un paio di date incise e alcune testimonianze documentali consentono di individuare un periodo nel quale gli storici sono concordi collocare l'edificio e i suoi elementi principali. L'incisione posta alla base della lanterna testimonia che questa fu realizzata nel 1428, mentre l'altare riporta la data del 1432. Giovanni d'Averardo dei Medici (1386-1428), padre di Cosimo, muore il 20 febbraio 1428 e, citando questa morte, Giorgio Vasari ricorda che in quel periodo si concludeva la realizzazione della copertura ("Non fu finita di coprire la sagrestia, che Giovanni de' Medici passò a l'altra vita, e rimase Cosimo suo figliuolo" [Vasari 1568, p. 319]). A Cosimo devono quindi essere attribuiti alcuni lavori di completamento dello spazio citati dal Vasari: gli stucchi, i portali in pietra, le porte di bronzo, il pozzo e il lavamani nella stanzina sulla sinistra della scarsella, oltre al monumento funebre del padre collocato al centro dell'ambiente [Vasari 1568, p. 319].

Isabella Lapi Ballerini ha ripreso l'ipotesi che la parte artistica del programma possa essere riconducibile al pittore Giuliano d'Arrigo, detto il "Pesello" [Lapi Ballerini 1989]. Per l'ideazione e la realizzazione della struttura geometrica che sottende il disegno astronomico è stato proposto più volte il nome dell'astronomo Paolo dal Pozzo Toscanelli (Firenze, 21 aprile

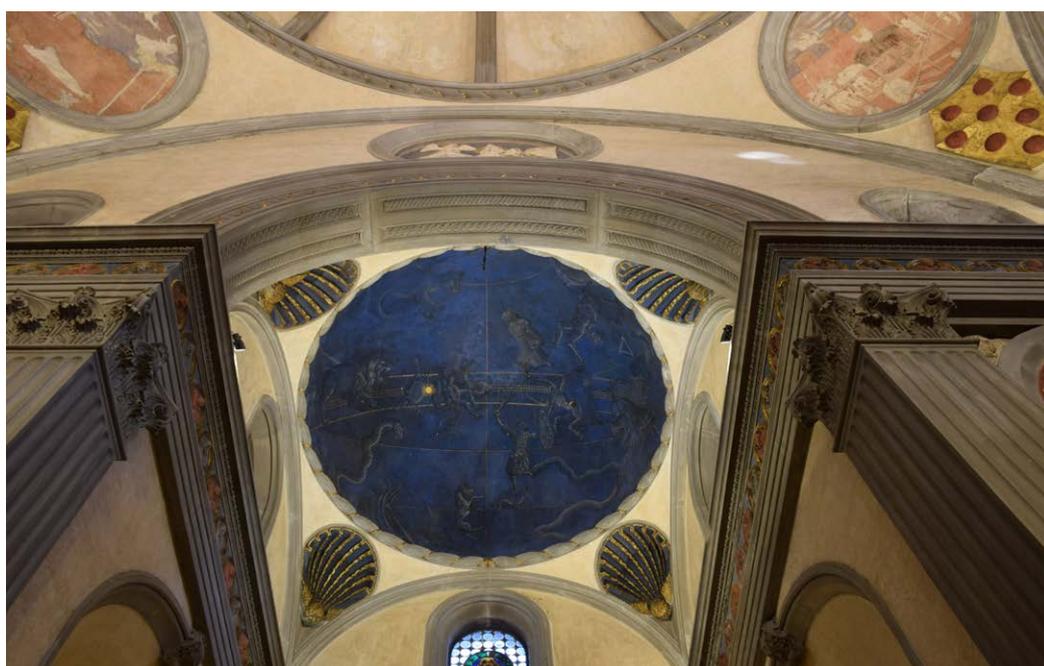


Fig. 1. Vista della cupola dipinta con il tema astronomico.

1397 - Pisa, 10 maggio 1482), i cui rapporti con Filippo Brunelleschi (Firenze, 1377 – Firenze, 15 aprile 1446) sono documentati [Manetti 1976, p. 70].

In una recente giornata di Studi organizzata nell'ambito del XXI Convegno della Società di Archoastronomia Italiana, con la partecipazione del Museo Galileo, è stato fatto il punto sullo stato dell'arte e sui possibili sviluppi della ricerca, gli esiti di questi lavori sono stati pubblicati in un numero monografico della rivista *Giornale di Astronomia* [2].

Il rilievo

Il rilievo metrico è stato eseguito con due laser scanner Faro Focus (X330 e S70) [3] nel febbraio 2023. L'uso delle due diverse attrezzature si è reso necessario per l'esiguità del tempo disponibile, data la costante presenza di turisti in questo monumentale spazio durante il corso dell'intera giornata. Sono state eseguite 74 scansioni, quasi tutte comprensive del dato colore, che hanno coperto l'interno, parte del transetto della chiesa, la scala di accesso al sottotetto e le coperture sino alla sommità della lanterna. Sono state inoltre eseguite alcune scansioni nel cortile esterno che circonda la Sacrestia al fine di collegare interno ed esterno. La registrazione è avvenuta con il software Scene 2022.2.0, ed è stata prodotta una nuvola (fig. 2) che conta 1.586 milioni di punti (omogeneizzazione della densità dei punti impostata a 1,5 mm). All'interno di questo ambiente è stata prodotta l'esportazione del dato nei vari formati necessari alla ricerca (.e57 per l'integrazione con i dati della fotogrammetria digitale e .rcp per l'analisi grafica e la restituzione in ambiente CAD).

Il rilievo fotogrammetrico è stato eseguito con una fotocamera reflex Nikon d5300 su cavalletto (41 scatti raw, diaframma F/8, ISO 200, dimensione 12MP). L'elaborazione è avvenuta con il software Metashape 2.0.3 e nel processo sono stati integrati provenienti dalla registrazione delle scansioni (42 milioni di punti per la sola parte della scarsella) con quelli della fotogrammetria al fine di gestirne la fase di trasformazione e di orientamento (fig. 3). La nuvola di punti ottenuta in questa fase (per la sola emisfera dipinta) conta 24,5 milioni di punti, mentre la mesh generata è composta da 6,2 milioni di facce. La texture elaborata in modalità di mappatura ortofoto adattiva ha una dimensione di 16.000 pixel per lato.

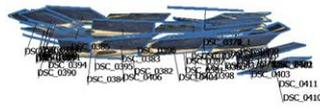
Nel contesto di questa ricerca è di interesse sottolineare che la mesh proveniente dal dato fotogrammetrico ha, rispetto a quella del laser scanner, un dettaglio tale da riuscire a descrivere la tridimensionalità delle linee dipinte, così come quella di alcuni elementi come il Sole e la Luna (fig. 4). Ottenuto il modello dal processo fotogrammetrico, è stato possibile esportarlo per la sua analisi metrica e geometrica.



Fig. 2. Vista della nuvola di punti del rilievo.

Orthographic

Snap: Axis, 3D



faces: 6,233,399 vertices: 3,120,466

Fig. 3. A sinistra vista della nuvola di punti elaborata mediante fotogrammetria, a destra la sua sovrapposizione con la nuvola proveniente dal rilievo laser scanner (Agisoft Metashape).

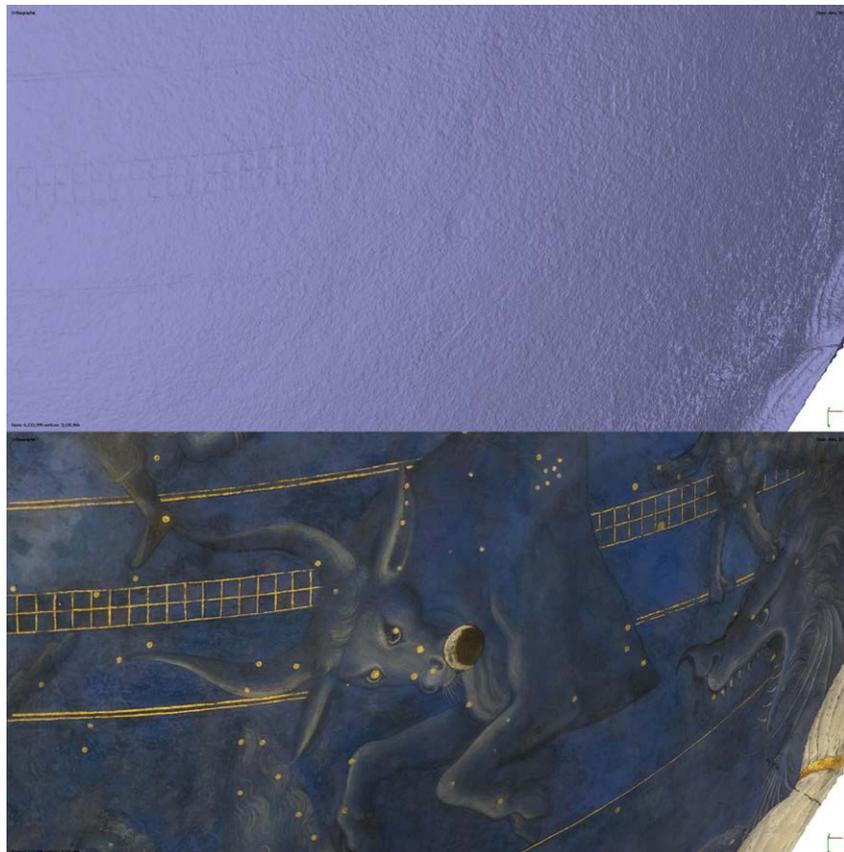


Fig. 4. La mesh conserva un grado di dettaglio molto alto, come è possibile notare dalla resa tridimensionale delle linee dorate.

L'analisi e le misure

Il dipinto riproduce solo una metà della sfera celeste, il modello teorico su cui è possibile rappresentare la posizione degli astri e dei pianeti (fig. 5).

Le linee geometriche dorate tracciate dagli esecutori con estrema cura e precisione sono le intersezioni di piani notevoli con la superficie della sfera.

Il piano dell'equatore celeste è descritto da una sola metà della circonferenza massima. Guardando il cielo in una notte stellata questo piano è individuabile grazie a una curva che si estende nella direzione est-ovest e divide la sfera in due parti: l'Emisfero Boreale (a nord) e l'Emisfero Australe (a sud) (fig. 6). Nel caso di questo manufatto la maggior parte della superficie pittorica è dedicata alla descrizione dell'Emisfero settentrionale (fig. 7). Si deve sottolineare che la sfera celeste è rappresentata come vista dall'interno, contrariamente alla consuetudine dell'epoca che la mostrava come vista dall'esterno [Bònoli 1999, p. 39]. Ai fini della fruizione del modello e dell'elaborazione delle immagini per la pubblicazione, il punto di vista è stato collocato in esterno per avere una migliore visibilità delle superfici.

L'asse dell'apparente rotazione del cielo, per definizione, è perpendicolare al piano dell'equatore. La sua geometria è stata determinata attraverso l'intersezione di due altri importanti piani tra loro ortogonali: il piano del coluro solstiziale e quello del coluro equinoziale (fig. 8). L'Eclittica è al centro di una zona riccamente decorata: la fascia zodiacale, la cui ampiezza nell'antichità era stimata in 12° circa [4], la stessa misura che possiamo riscontrare in questo reperto. La sua inclinazione sul piano dell'Equatore secondo Tolomeo è di $23^\circ 51' 20''$, mentre il valore attribuito a Paolo Dal Pozzo Toscanelli è di $23^\circ 30'$ [5]. La suddivisione di questa fascia in 12 parti di 30° individua le zone del cielo occupate dalle costellazioni zodiacali (fig. 9). La linea dorata dell'Eclittica è affiancata da piccoli quadrati che individuano la dimensione di 1° . Questa suddivisione in gradi è davvero molto rigorosa, come si può notare dalla ricostruzione geometrica con passo di 2° (fig. 10). Le piccole imprecisioni non sono infatti sulla geometria dei quadrati, ma sulla collocazione reciproca dei gruppi da 30, probabilmente a causa delle interruzioni del disegno geometrico determinate dalle figure delle costellazioni [6].



Fig. 5. La semisfera dipinta vista dall'esterno, ottenuta con il taglio di un piano orizzontale.

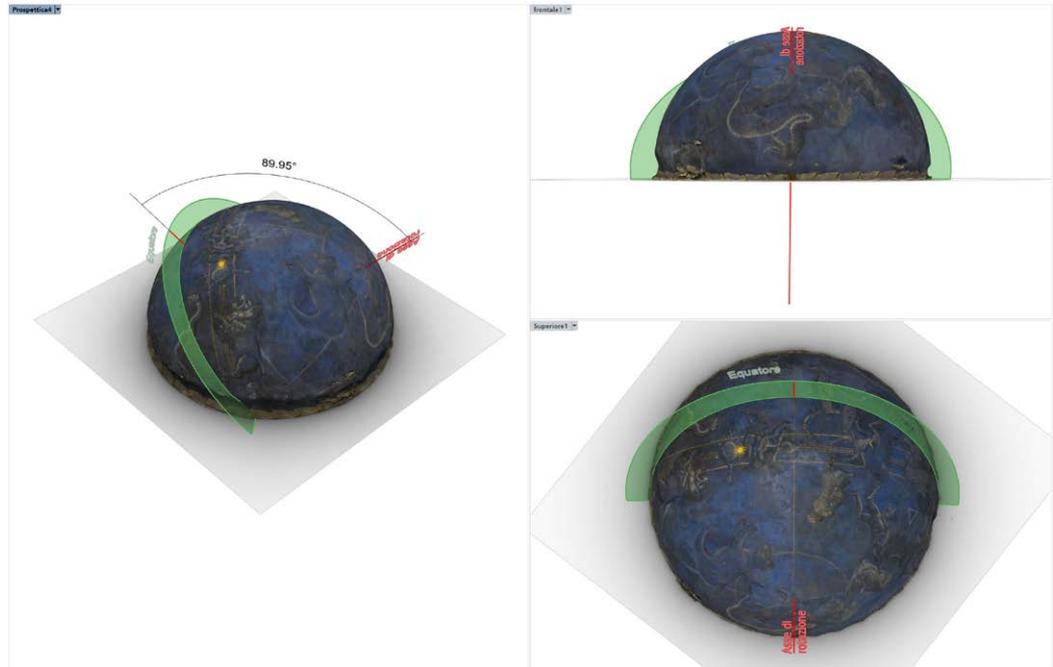


Fig. 6. Il piano dell'Equatore celeste e l'angolo misurato tra questo e l'asse di rotazione della sfera.



Fig. 7. Vista dall'interno: l'Equatore celeste divide in due parti la sfera, è qui rappresentata prevalentemente la parte di sfera corrispondente all'Emisfero Boreale.

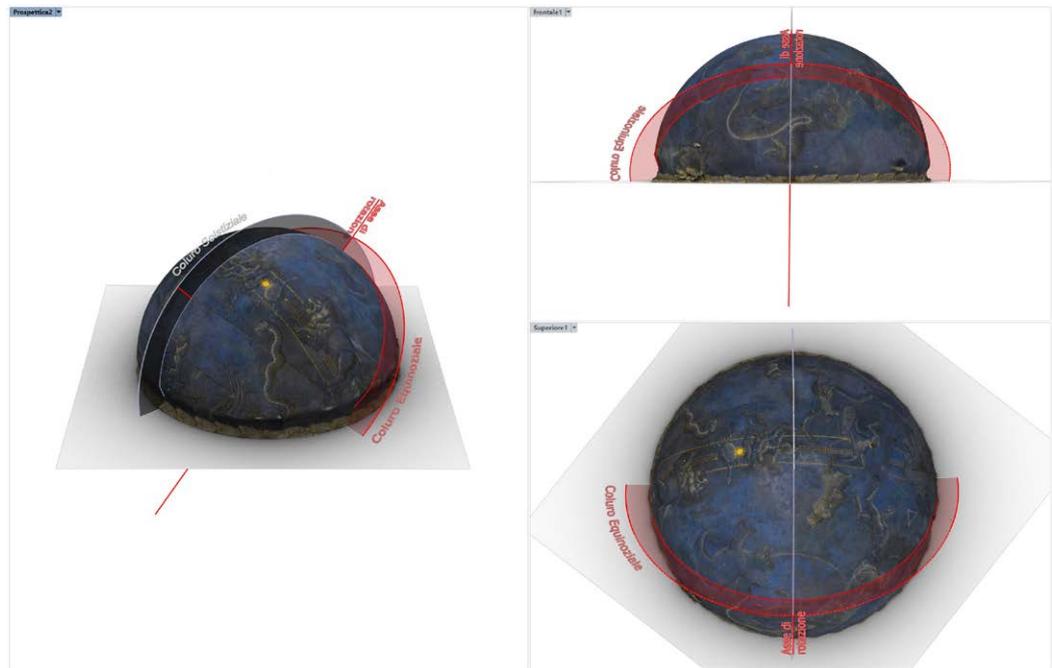


Fig. 8. I piani dei due Coluri solstiziale e equinoziale.

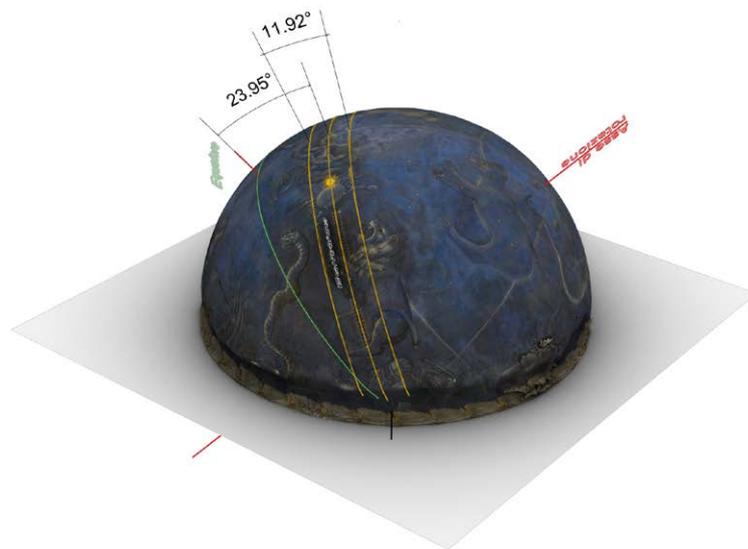


Fig. 9. La fascia dell'Eclittica e la sua inclinazione rispetto al piano dell'Equatore.

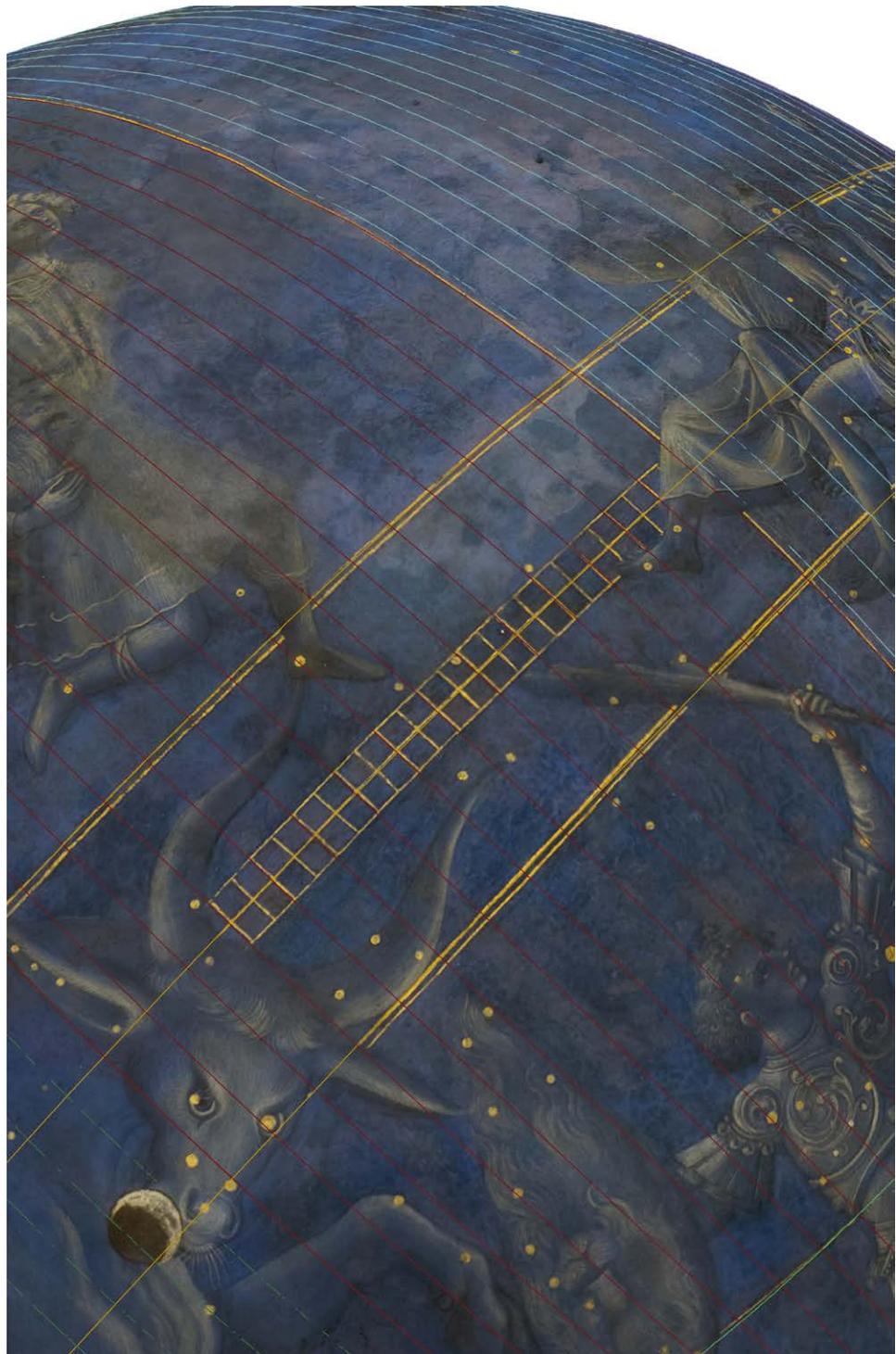


Fig. 10. Vista dall'esterno: dettaglio del modello texturizzato con la traccia del fascio di piani con passo di 2°.

Gli ultimi cerchi che è possibile identificare sono quelli paralleli all'Equatore celeste: il Tropico del Cancro, il Tropico del Capricorno e il Circolo Polare Artico (circolo perpetuo d'apparizione e di sparizione). Questi cerchi (fig. 11) sono stati costruiti nel modello con piani paralleli all'Equatore, visto che la divergenza tra la curva teorica e quella reale è al massimo di 1-1,5 cm [7].

Questa sopra descritta era la struttura della Sfera Celeste all'epoca dell'esecuzione di questo importante dipinto (fig. 12).

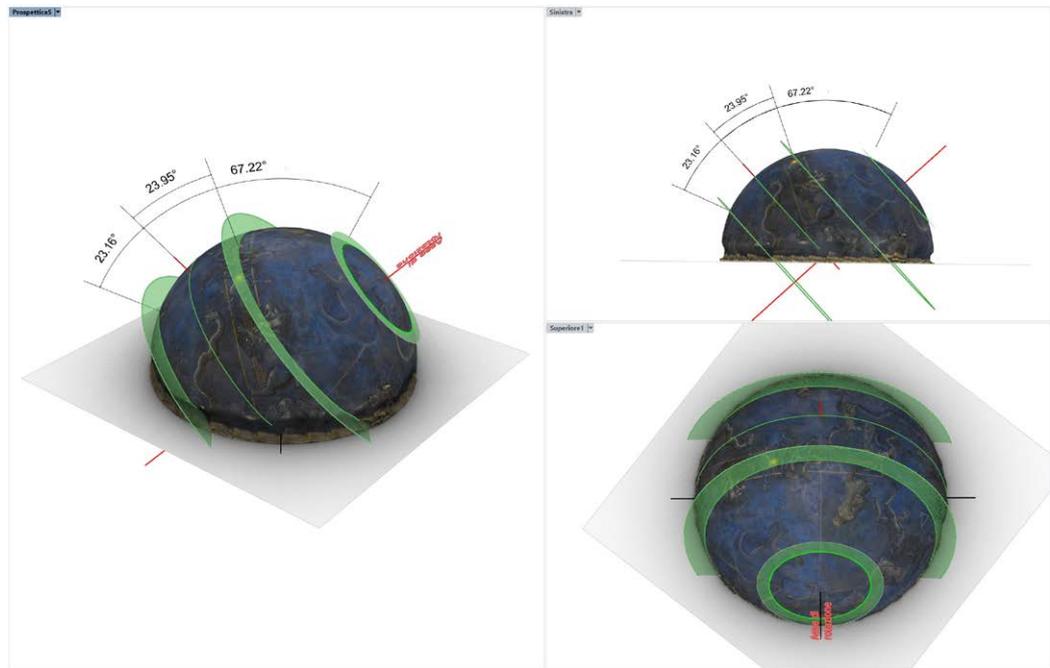


Fig.11. I piani paralleli relativi al Tropico del Cancro, Tropico del Capricorno e Circolo Polare.

In sintesi, queste sono le misure angolari individuate:

- Angolo tra asse di rotazione e Equatore celeste: $89,95^\circ$ ($89^\circ 57'$)
- Angolo tra Coluro Solstiziale e quello del Coluro Equinoziale: $88,65^\circ$ ($88^\circ 39'$)
- Angolo tra Equatore Celeste e Eclittica: $23,95^\circ$ ($23^\circ 57'$)
- Angolo sotteso all'Eclittica: $11,92^\circ$ ($11^\circ 55'$)
- Angolo tra Equatore e Tropico del Cancro $23,95^\circ$ ($23^\circ 57'$)
- Angolo tra Equatore e Tropico del Capricorno $23,16^\circ$ ($23^\circ 9'$)
- Angolo tra i due Tropici diviso 2: $23,52^\circ$ ($23^\circ 30'$)
- Angolo tra Equatore e Circolo Polare $67,22^\circ$ ($67^\circ 13'$)

Si può dunque notare che la metà dell'angolo compreso tra i due piani dei Tropici coincide con il valore dell'inclinazione dell'Eclittica stimato dal Toscanelli.

Un ultimo dato dimensionale che è possibile dare riguarda la lunghezza dell'arco sotteso ad 1° , valore intorno al quale si orientano gli storici per individuare il livello di precisione per le osservazioni possibile in quell'epoca storica (dati gli strumenti utilizzati) [8]. La morfologia della cupola è molto regolare ed è ben approssimabile a una sfera di diametro di 3,96 m. Una sua circonferenza massima misura dunque 12,44 m, di conseguenza la lunghezza dell'arco di 1° è pari a 0,034 m. L'errore massimo nel posizionamento reciproco di alcuni gruppi dei 30 quadrati sull'Eclittica (relativi ai 12 settori zodiacali) è circa pari alla metà di un elemento (mezzo grado), cioè a 1,7 cm.

Infine, un'ultima informazione da considerare riguarda l'orientamento astronomico della sfera celeste dipinta. Non è stato ancora possibile rilevare strumentalmente (per confronto con la posizione del Sole) l'angolo azimutale del piano del Coluro Solstiziale, sostanzialmente coincidente con l'asse longitudinale della Sacrestia. Grazie alle informazioni leggibili dalla nuvola di punti è possibile comunque evidenziare che non si tratta di un orientamento Nord-Sud: il valore dell'Azimut, che possiamo misurare in modo speditivo da Google Earth, è di $+13,5^\circ$ circa (misurato sull'esterno della parete ovest) [9]. La scelta di coloro che immaginarono e realizzarono questo programma fu dunque quella di privilegiare il rapporto compositivo tra assialità della sfera celeste e assialità dello spazio, a discapito della sua coerenza con l'orientamento astronomico.



Fig. 12. Vista ortografica della cupola dall'interno: in evidenza sono le circonferenze ricostruite mediante l'intersezione dei piani notevoli con la mesh del modello texturizzato.

Conclusioni

Grazie al rilievo integrato e alle potenzialità della grafica digitale possiamo confermare che la struttura geometrica del cielo dipinto nella scarsella della Sacrestia Vecchia è coerente con il più alto sapere astronomico dell'epoca. L'errore tra la misura teorica e quella realmente dipinta è sempre inferiore al mezzo grado, cioè ad una dimensione di 1,7 centimetri, imprecisione davvero contenuta in un cantiere edile. Si tratta indubbiamente di un disegno di tipo scientifico, realizzato con molta cura e grande precisione, su una superficie sferica di complessa realizzazione. La scrupolosità utilizzata nella realizzazione della griglia celeste lascia presagire un'attenzione altrettanto alta nel posizionamento degli astri. A questo aspetto si dedicherà la ricerca che vede, per gli sviluppi futuri, la collaborazione di vari esperti con competenze interdisciplinari [10].

Ringraziamenti

Si ringrazia l'Opera Medicea Laurenziana per i permessi accordati e il supporto fornito.

Note

[1] La bibliografia storica sul questo ambiente e sull'intero complesso sacro è molto illustre e ampia. Tra i principali lavori si vedano [Battisti, 1976; Baldini, 1989; Gurrieri, Brandinelli, 1986; Morolli, Ruschi, 1993; Saalman, 1993; Bruschi, 2006; Ruschi, 2017].

[2] Gli atti della giornata di studi sono stati pubblicati in nel numero monografico del *Giornale di Astronomia*, 2023, 4. Tra i saggi si segnalano l'inquadramento generale del tema dei due emisferi fiorentini (Sacrestia Vecchia e Cappella Pazzi) di Gandolfi, le riflessioni sul programma pittorico di Lapi Ballerini, il tema delle misure e dei calcoli astronomici Ranfagni e Bònoli. Nell'ambito della giornata la scrivente ha presentato una ricerca sul tracciamento dei cieli stellati in epoche precedenti, suggerendo l'applicazione della metodologia esposta anche ai due emisferi fiorentini. La proposta si è concretizzata con la campagna di rilievo e la costituzione di un gruppo di ricerca (vedi nota 10), e i primi esiti sono contenuti in questo scritto.

[3] La campagna di rilievo laser scanner è stata eseguita da Cristian Boscaro, Stefano Costantini e Manuela Incerti, con il supporto organizzativo di Piero Ranfagni. Il rilievo fotografico per la fotogrammetria dall'autrice, così come l'elaborazione e la gestione dei dati. Un recente rilievo strumentale è stato realizzato dall'Università degli Studi di Firenze ed è edito in [Bigongiari, 2021]. Il medesimo rilievo (responsabile scientifico prof. Stefano Bertocci) è edito nella Tesi di Dottorato [Bordini, 2021].

[4] «E sebbene tutti i circoli della Sfera siano immaginati come una linea indivisibile, non di meno lo Zodiaco si intende come superficie essendo la sua larghezza 12 dei gradi sopra detti. La linea che divide lo Zodiaco a metà, per cui sei gradi rimangono in una parte e sei dall'altra, si chiama linea Eclittica, perché se il Sole e la Luna sono sotto di essa per l'appunto avvengono le Eclissi di Sole e di Luna, di Sole quando la Luna gli è congiunta nel novilunio, e la Luna si interpone rettamente tra la nostra vista e il corpo solare.» La Sfera di M. Giovanni di Sacrobosco tradotta da Pier Vincenzo Dante de Rinaldi, Perugia, 1574, stamperia di Gio. Bernardino Rastelli. La citazione proviene dal testo edito con commenti da [Sigismondi, 2008, p. 88]. Attualmente si considera l'ampiezza della fascia zodiacale pari a 18°.

[5] Sulla misura dell'obliquità dell'Eclittica calcolata da Tolomeo si vedano [Newton, 1974; Strano, 2007]. All'epoca della realizzazione del dipinto il valore stimato per l'Eclittica era di 23°29' [Fabrizio Bònoli, Giuseppe Bezza, Salvo De Meis, 2012, p. 26]. Che questa misura fosse stata oggetto di ricerca in Firenze è testimoniato dalla lettera del Regiomontano a Giovanni Bianchini riportata in [Vuilleumier, 2000, pp. 608-611]. Nello scritto è citata la declinazione massima del Sole determinata da Tolomeo (23°51'20"). «[...] e ho inteso spesso M. Paolo (Dal Pozzo Toscanelli) di Firenze e D. Battista Alberti dire che si erano impegnati in osservazioni molto accurate e non avevano mai trovato che superasse i 23°30', cosa che ci incoraggia a rinnovare le nostre tavole, intendo le tavole della declinazione e le altre che si appoggiano su queste». La lettera è la risposta a quella del Bianchini datata Ferrara, febbraio 1464.

[6] Anche se abbiamo utilizzato l'asta telescopica Neutech Onair C108 con una fotocamera GoPro Hero 7 Black (12 MP) per catturare immagini dell'imposta della cupola, i risultati ottenuti non sono stati considerati adeguati rispetto al resto delle fotografie. Di conseguenza, abbiamo deciso di escludere queste riprese dalla creazione del modello. Questo significa che non siamo stati in grado di analizzare il piano orizzontale (che è un elemento cruciale per determinare la latitudine del luogo) e, per questa ragione, non sarà affrontato questo tema in questo contributo. Dal rilievo laser scanner è emerso inoltre che la cornice a cordone che delimita la cupola non è perfettamente orizzontale.

[7] L'errore massimo si trova nella zona della costellazione di Cassiopea.

[8] Sul tema della precisione nella misura di oggetti celesti e nelle conseguenze sulla realizzazione di manufatti che li rappresentano si vedano le riflessioni di Bònoli e relativa bibliografia in [Pagliano, Incerti, Bònoli, 2023] e [Bònoli, 2023].

[9] La misura è stata sottoposta ad una prima verifica mediante la posizione della luce solare all'interno dello spazio in relazione alle effemeridi del giorno.

[10] Il gruppo che coordina la ricerca è composto da Fabrizio Bònoli, Filippo Camerota, Giangiaco Gandolfi, Piero Ranfagni, oltre all'autrice. Alla ricerca partecipano inoltre diversi studiosi che hanno contribuito ai lavori della giornata di studi citata in nota 2.

Riferimenti bibliografici

Baldini U. (a cura di). (1989). *Brunelleschi e Donatello nella Sagrestia Vecchia di S. Lorenzo*. Firenze: Il Fiorino.

Battisti E. (1976). *Filippo Brunelleschi*. Milano: Electa.

Bigongiari M. (2021). Il rilievo digitale di una fabbrica del Quattrocento: la Sagrestia Vecchia di San Lorenzo/Digital Survey of a Building Site of the Fifteenth Century: the Sagrestia Vecchia in San Lorenzo. In Arena A., Arena M., Mediatì D. R. P. (a cura di). *Connettere. Un disegno per annodare e tessere. Linguaggi Distanze Tecnologie. Atti del 42° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione/Connecting. Drawing for weaving relationship. Languages Distances Technologies*. pp. 2092–2109. Milano: FrancoAngeli.

Bònoli, F. (1999). Coronelli astronomo e i globi celesti. In M. G. Tavoni (Ed.), *Vincenzo Coronelli, un intellettuale europeo e il suo universo*, pp. 138–161. Bologna: Costa Editore.

Bònoli F. (2023). Per la precisione delle misure. In *Giornale Di Astronomia*, n. 4, pp. 79–82.

Bordini E. (2021). *Il cielo dipinto nella Sagrestia Vecchia di San Lorenzo a Firenze. La rappresentazione e fruizione virtuale del Patrimonio Culturale* (tesi di dottorato XXXIV ciclo). Università degli Studi di Firenze, tutor Bertocci S.

- Bruschi A. (2006). *Filippo Brunelleschi*. Milano: Electa.
- Bònoli F., Bezza G., De Meis S. (a cura di). (2012). *I Pronostici di Domenico Maria da Novara*. Firenze: Olschki.
- Gandolfi G. (2023). Presentazione: Sunt geminae Caeli portae. In *Giornale Di Astronomia*, n. 4 , pp.4–9.
- Gurrieri F., Brandinelli P. (a cura di). (1986). *La Sacrestia Vecchia di San Lorenzo*. Firenze: Edam.
- Lapi Ballerini I. (1989). Considerazioni a margine del restauro della 'cupolina' dipinta nella Sagrestia Vecchia. In Cämmerer, M. (a cura di ed.), *Donatello-Studien. Atti del Convegno di Studi*, pp. 102–112. Firenze: Bruckmann.
- Lapi Ballerini I. (2023). Riconsiderando gli Emisferi Celesti. In *Giornale Di Astronomia*, n. 4, pp. 10–18.
- Manetti A. (1976). *Vita di Filippo Brunelleschi. Preceduta da La novella del grasso*. Milano: Il polifilo.
- Morolli G., Ruschi P. (a cura di). (1993). *San Lorenzo 393-1993. L'architettura, le vicende della fabbrica*. Firenze: Alinea.
- Newton R. R. (1974). The Obliquity of the Ecliptic Two Millenia Ago. In *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 169, n. 2, pp. 331–342. <<https://doi.org/10.1093/MNRAS/169.2.331>>
- Pagliano A., Incerti M., Bònoli F. (2023). Il rilievo digitale del Globo Farnese: alcune nuove considerazioni. In Farroni, L., Incerti, M., Pagliano, A. (a cura di), *Misurare il tempo Strumenti e tecniche tra storia e contemporaneità*, pp. 192–213. Limena: libreriauniversitaria.it.
- Ranfagni P. (2023). Il cielo delle cupole astronomiche fiorentine 35 anni dopo la pubblicazione dell'articolo che ne propose per la prima volta la datazione astronomica. In *Giornale Di Astronomia*, n. 4, pp.23–29. <<https://doi.org/10.19272/202308804004>>
- Ruschi P. (1993). La Sacrestia Vecchia. In Morolli, G., Ruschi, P. (a cura di). *San Lorenzo 393-1993. L'architettura, le vicende della fabbrica*, pp. 41–46. Firenze: Alinea.
- Ruschi P. (2017). Rimeditando sulle fonti brunelleschiane. In Waldman, L. and Gaston, R. (a cura di). *San Lorenzo a florentine church*, pp. 279–292. Firenze: Villa I Tatti, The Harvard University Center for Italian Renaissance Studies.
- Saalman H. (1993). *Filippo Brunelleschi: the buildings*. University Park, Pennsylvania: Pennsylvania State University Press.
- Sigismondi C. (2008). *La sfera: da Gerberto al Sacrobosco*. Roma: Ateneo Pontificio Regina Apostolorum.
- Strano G. (2007). Strumenti alessandrini per l'osservazione astronomica: Tolomeo e la *Mathematike syntaxis*. In *Automata*, n. 2 , pp. 79–92.
- Vasari G. (1568). *Le vite de' piu eccellenti pittori, scultori, et architettori*. Firenze: Giunti.
- Vuilleumier F. (2000). Oriona et istiusmodi signa micantia: l'hémisphère céleste de la Sagrestia Vecchia de San Lorenzo. In Furlan F., Laurens P., Matton S. (a cura di). *Leon Battista Alberti: Actes du Congrès International de Paris ,10-15 avril 1995*, pp. 599–621. Paris: Aragno.

Autrice

Manuela Incerti, Università di Ferrara, icm@unife.it

Per citare questo capitolo: Manuela Incerti (2024). Le misure della Sfera Celeste nella Sacrestia Vecchia di San Lorenzo in Firenze/The measurements of the Celestial Sphere in the Sacristia Vecchia of San Lorenzo in Florence. In Bergamo F., Calandriello A., Ciammaichella M., Friso I., Gay F., Liva G., Monteleone C. (a cura di), *Misura / Dismisura. Atti del 45° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione/ Measure / Out of Measure. Transitions. Proceedings of the 45th International Conference of Representation Disciplines Teachers*. Milano: FrancoAngeli, pp. 1509-1532.

The measurements of the Celestial Sphere in the Sacristia Vecchia of San Lorenzo in Florence

Manuela Incerti

Abstract

The Sacristy of San Lorenzo in Florence, designed by Filippo Brunelleschi, likely began construction around 1422. An engraving recalls that in 1428, the year of the death of its patron, Giovanni d'Averardo dei Medici, the lantern was completed at the top of the famous umbrella dome of the main space. A small altar is located in the apse covered by a hemispherical surface with a diameter of about 4 meters, adorned with a complex and enigmatic pictorial apparatus. The painting reproduces only half of the celestial sphere, the theoretical model developed by astronomers to represent the position and movement of the stars and planets. Its fundamental elements are traced by a series of golden geometric lines, and it also features fascinating iconographies of constellations, the Sun, the Moon, and some planets. Distinguished researchers have undertaken the study of this unusual object, singularly placed in a sacred context, to identify its astronomical data and their significance. The paper presents the initial results of the research, which began with instrumental surveying (laser scanning and photogrammetry) aimed at investigating the geometry of the dome, its measurements, the system of tracing the golden lines, and the level of precision of the creators and craftsmen.

Keywords

digital survey, celestial sphere, cultural astronomy, geometry, Renaissance



Detail of the zodiacal band in the Sacrestia Vecchia.

Introduction

This paper aims to conduct a new analysis of the hemispherical surface of the apse of the Sacrestia Vecchia (fig. 1) in the Basilica of San Lorenzo (Florence), based on data processed through a recent integrated digital survey (laser scanner and photogrammetric). By measuring the significant elements of the celestial sphere represented here, the objective is to estimate the degree of precision used by the creators, with the aim of providing historians of astronomy with new data that can be utilized for interpreting the celestial configuration. Thanks to the position of the Sun, the Moon, and the celestial bodies identified as planets, several scholars have, since the early 20th century, formulated hypotheses regarding the year, day, and hour commemorated in this painting. However, the precision of the executors, often cited by researchers, has never been confirmed through measurements of the entire system.

No documents have yet been found that definitively attest to the date of the conception of the pictorial program of the astronomical hemisphere or the names of its authors [1]. However, some information is available about the structure containing this artistic work, which allows for the identification of a useful period for discussion. Pietro Ruschi reports that archival research identified 1422 as the year when construction began, based on a project by Filippo Brunelleschi [Ruschi, 1993, p. 41]. A couple of engraved dates and some documentary evidence make it possible to identify a period during which historians agree to place the building and its main elements. The inscription at the base of the lantern indicates that it was completed in 1428, while the altar bears the date 1432. Giovanni d'Averardo dei Medici (1386-1428), Cosimo's father, died on February 20, 1428, and, citing this death, Giorgio Vasari notes that the sacristy's roofing was completed around that time ("Non fu finita di coprire la sagrestia, che Giovanni de' Medici passò a l'altra vita, e rimase Cosimo suo figliuolo." [Vasari 1568, p. 319]). Consequently, some finishing works of the space, mentioned by Vasari, must be attributed to Cosimo: the stucco decorations, the stone portals, the bronze doors, the well, and the lavabo in the small room to the left of the apse, as well as the funeral monument of his father located in the center of the room [Vasari 1568, p. 319]. Isabella Lapi Ballerini has revived the hypothesis that the artistic part of the program may be attributable to the painter Giuliano d'Arrigo, known as the "Pesello" [Lapi Ballerini 1989]. For the conception and realization of the geometric structure underlying the astronomical



Fig. 1. View of the painted dome with the astronomical theme.

drawing, the name of the astronomer Paolo dal Pozzo Toscanelli (Florence, April 21, 1397 - Pisa, May 10, 1482) has been proposed multiple times, whose connections with Filippo Brunelleschi (Florence, 1377 - Florence, April 15, 1446) are documented [Manetti 1976, p. 70]. In a recent Study Day organized within the framework of the XXI Convegno della Società di Archoastronomia Italiana, with the participation of the Galileo Museum, the state of the art and possible developments of the research were discussed. The outcomes of these works have been published in a special issue of the *Giornale di Astronomia* journal [2].

The survey

The metric survey was carried out with two Faro Focus laser scanners (X330 and S70) [3] in February 2023. The use of the two different devices was necessary due to the limited time available, given the constant presence of tourists in this monumental space throughout the day. A total of 74 scans were performed, almost all including color data, covering the interior, part of the church transept, the access staircase to the attic, and the roofs up to the top of the lantern. Additionally, some scans were performed in the external courtyard surrounding the Sacristy to connect the interior and exterior.

The registration was done using Scene 2022.2.0, software, producing a point cloud (fig. 2) containing 1.586 million points (with point density homogenization set to 1.5 mm). Within this environment, the data was exported in various formats necessary for the research (.e57 for integration with digital photogrammetry data and .rcp for graphic analysis and CAD environment restitution).

The photogrammetric survey was carried out with a Nikon D5300 DSLR camera on a tripod (41 raw shots, aperture F/8, ISO 200, 12MP resolution). The processing was done using Metashape 2.0.3 software, integrating data from the registration of scans (42 million points for the Scarsella area alone) with the photogrammetry data to manage the transformation and orientation phase (fig. 3). The point cloud obtained in this phase (for the painted hemisphere alone) consists of 24.5 million points, while the generated mesh comprises 6.2 million faces. The texture, processed using adaptive orthophoto mapping, has a size of 16.000 pixels per side.

In the context of this research, it is noteworthy that the mesh from the photogrammetric data, compared to that of the laser scanner, has a level of detail that allows it to describe the three-dimensionality of the painted lines, as well as certain elements like the Sun and the Moon (fig. 4).



Fig. 2. View of the point cloud from the survey.

Orthographic

Snap: Axis, 3D



faces: 6,233,399 vertices: 3,120,466



Fig. 3. On the left, view of the point cloud processed through photogrammetry; on the right, its overlay with the point cloud from the laser scanning survey (Agisoft Metashape).

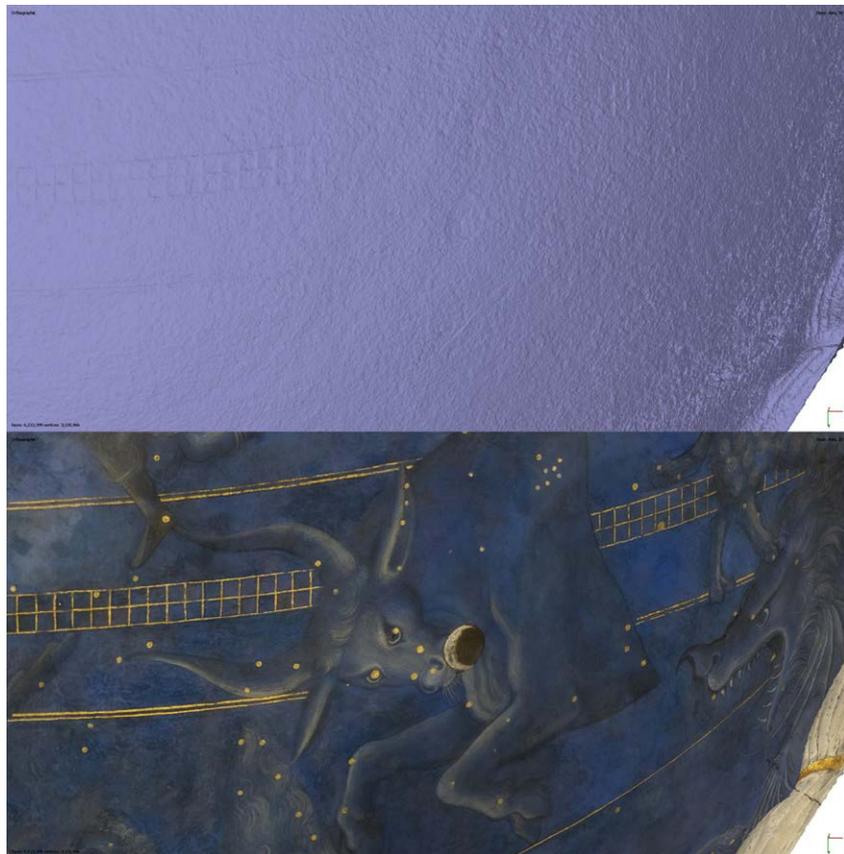


Fig. 4. The mesh retains a very high level of detail, as can be seen from the three-dimensional rendering of the golden lines.

Once the model was obtained from the photogrammetric process, it was possible to export it for metric and geometric analysis.

The analysis and measurements

The painting reproduces only half of the celestial sphere, the theoretical model on which it is possible to represent the position of stars and planets (fig. 5).

The golden geometric lines, traced by the artists with extreme care and precision, are the intersections of notable planes with the surface of the sphere. The plane of the celestial equator is described by just half of the maximum circumference. When observing the sky on a starry night, this plane is identifiable by a curve extending in the east-west direction, dividing the sphere into two parts: the Northern Hemisphere (to the north) and the Southern Hemisphere (to the south) (fig. 6). In the case of this artefact, the majority of the painted surface is dedicated to describing the Northern Hemisphere (fig. 7). It should be emphasized that the celestial sphere is represented as seen from the inside, contrary to the custom of the time which showed it as seen from the outside [Bònoli, 1999, p. 39]. For the purpose of using the model and processing images for publication, the viewpoint has been placed outside to have a better visibility of the surfaces.

The axis of the apparent rotation of the sky, by definition, is perpendicular to the plane of the equator. Its geometry has been determined through the intersection of two other important mutually orthogonal planes: the plane of the solstitial colure and that of the equinoctial colure (fig. 8).

The Ecliptic is at the center of a richly decorated area: the zodiacal belt, whose width in antiquity was estimated to be about 12° [4], the same measure that we can find in this artefact. Its inclination to the plane of the Equator, according to Ptolemy is $23^\circ 51' 20''$, while the value attributed to Paolo Dal Pozzo Toscanelli is $23^\circ 30'$ [5]. The division of this belt into 12 parts of 30° identifies the areas of the sky occupied by the zodiacal constellations (fig. 9).



Fig. 5. External view of the painted hemisphere, obtained by cutting a horizontal plane.

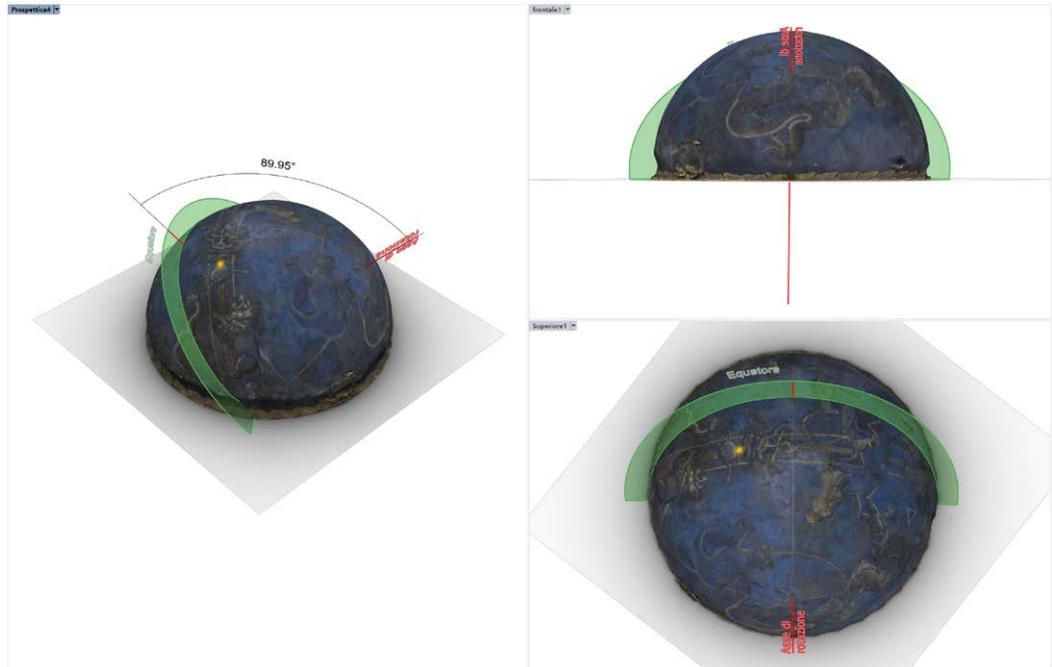


Fig. 6. The plane of the celestial equator and the angle measured between this and the axis of rotation of the sphere.



Fig. 7. Interior view: the celestial equator divides the sphere into two parts; here, the part of the sphere corresponding to the Northern Hemisphere is predominantly represented.

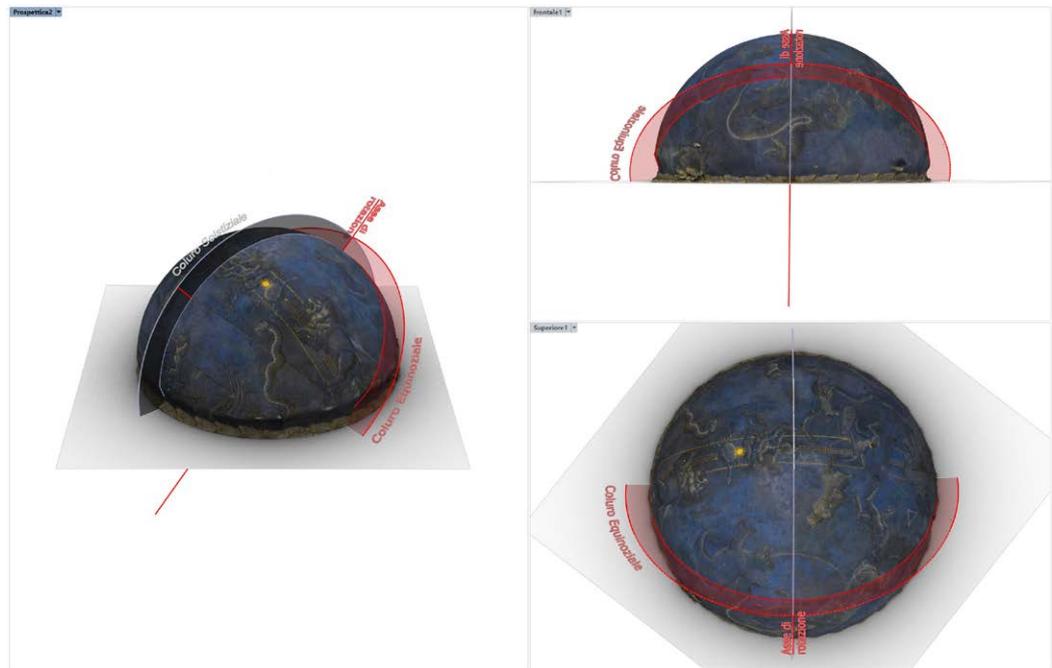


Fig. 8. The planes of the two solstitial and equinoctial colures.

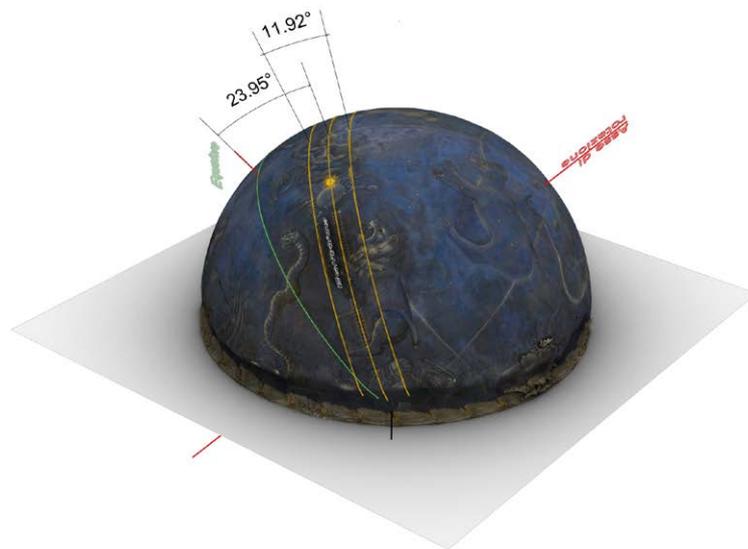


Fig. 9. The ecliptic band and its inclination with respect to the plane of the equator.

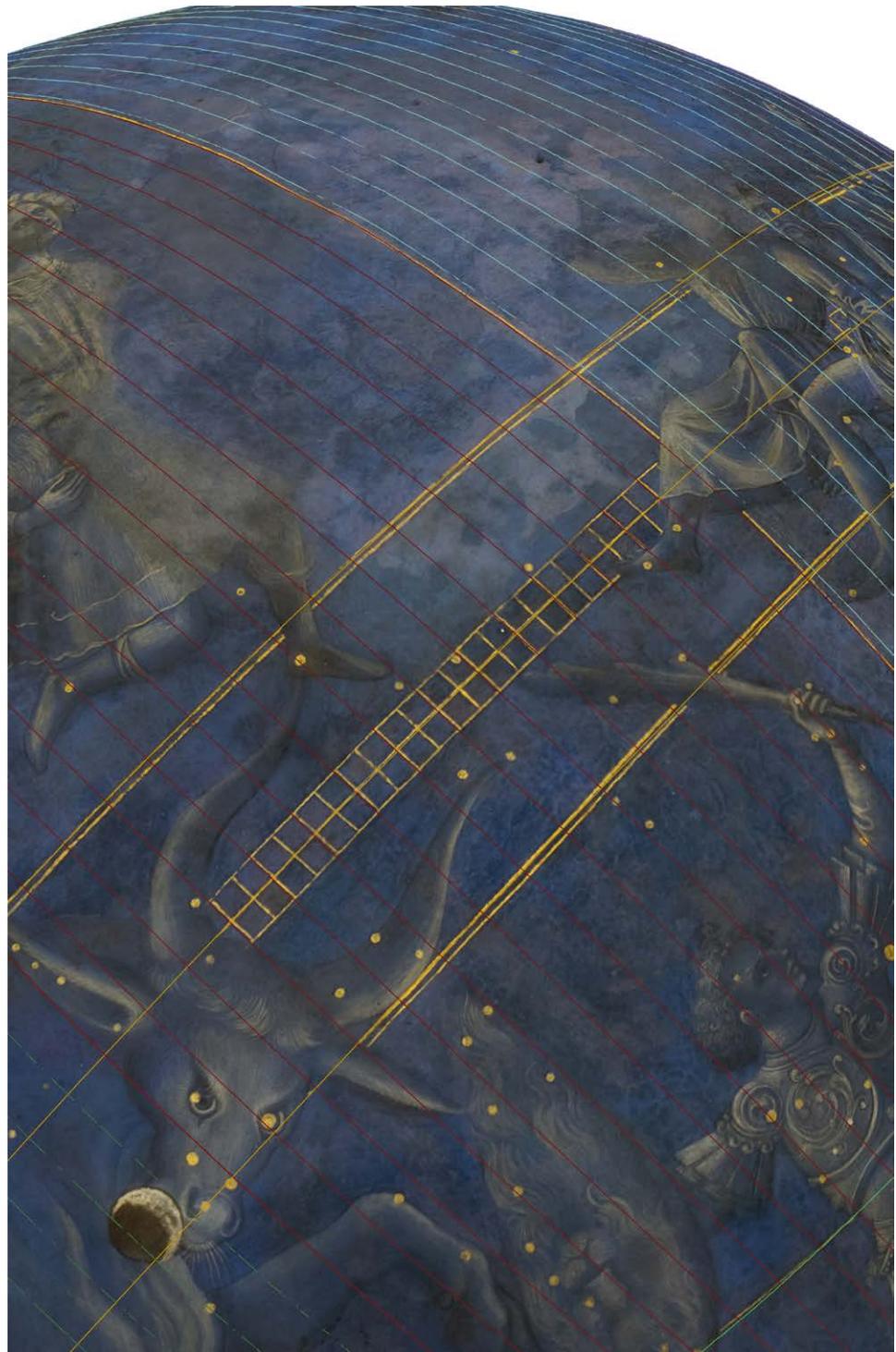


Fig. 10. External view: detail of the textured model with the trace of the plane beam at 2° intervals.

The golden line of the Ecliptic is flanked by small squares that indicate the size of 1°. This division into degrees is very rigorous, as can be seen from the geometric reconstruction with a step of 2° (fig. 10). The small inaccuracies are not in the geometry of the squares, but in the mutual placement of the 30-degree groups, probably due to interruptions in the geometric design determined by the figures of the constellations [6].

The last circles that can be identified are those parallel to the Celestial Equator: the Tropic of Cancer, the Tropic of Capricorn, and the Arctic Circle (perpetual circle of appearance

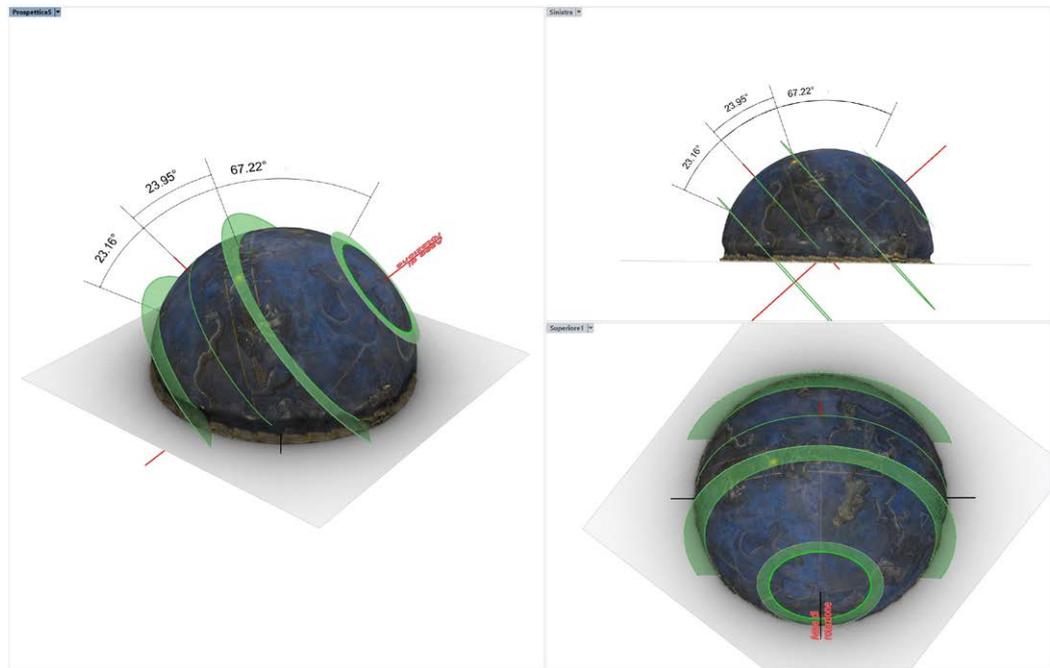


Fig. 11. The parallel planes related to the Tropic of Cancer; Tropic of Capricorn, and Arctic Circle.

and disappearance). These circles (fig. 11) were constructed in the model with planes parallel to the Equator, given that the discrepancy between the theoretical and actual curve is at most 1-1,5 cm [7].

The structure described above was the Celestial Sphere at the time of execution of this important painting (fig. 12).

In summary, these are the angular measurements identified:

- Angle between the axis of rotation and the Celestial Equator: $89,95^\circ$ ($89^\circ 57'$)
- Angle between the Solstitial Colure and the Equinoctial Colure: $88,65^\circ$ ($88^\circ 39'$)
- Angle between the Celestial Equator and the Ecliptic: $23,95^\circ$ ($23^\circ 57'$)
- Angle subtended by the Ecliptic: $11,92^\circ$ ($11^\circ 55'$)
- Angle between the Equator and the Tropic of Cancer: $23,95^\circ$ ($23^\circ 57'$)
- Angle between the Equator and the Tropic of Capricorn: $23,16^\circ$ ($23^\circ 9'$)
- Angle between the two Tropics divided by 2: $23,52^\circ$ ($23^\circ 30'$)
- Angle between the Equator and the Arctic Circle: $67,22^\circ$ ($67^\circ 13'$).

It can be noted that half of the angle between the two planes of the Tropics coincides with the value of the inclination of the Ecliptic estimated by Toscanelli.

A final dimensional datum that can be provided concerns the length of the arc subtended by 1° , a value around which historians orient themselves to determine the level of precision for observations possible in that historical period (given the instruments used) [8]. The morphology of the dome is very regular and can be well approximated to a sphere with a diameter of 3,96 meters. Its maximum circumference measures therefore 12,44 meters, consequently the length of the 1° arc is equal to 0,034 meters. The maximum error in the mutual positioning of some groups of the 30 squares on the Ecliptic (related to the 12 zodiacal sectors) is about half of an element (half a degree), that is 1,7 centimeters.

Finally, one last piece of information to consider concerns the astronomical orientation of the painted celestial sphere. It has not yet been possible to instrumentally detect (for comparison with the position of the Sun) the azimuthal angle of the plane of the Solstitial Colure, essentially coinciding with the longitudinal axis of the Sacristy. However, thanks to the information readable from the point cloud, it is possible to highlight that it is not oriented



Fig.12. Orthographic view of the dome from the interior: highlighted are the circumferences reconstructed by intersecting the notable planes with the mesh of the textured model.

North-South: the value of the Azimuth, which can be quickly measured from Google Earth, is approximately $+13,5^\circ$ (measured on the outside of the west wall) [9]. The choice of those who imagined and realized this program was therefore to privilege the compositional relationship between the axially of the celestial sphere and the axially of the space, at the expense of its coherence with the astronomical orientation.

Conclusion

Thanks to the integrated survey and the potential of digital graphics, we can confirm that the geometric structure of the sky painted in the Scarsella of the Sacrestia Vecchia is consistent with the highest astronomical knowledge of the time. The error between the theoretical measurement and the actual painting is always less than half a degree, which is a dimension of 1.7 centimeters, a truly minimal error for a construction site. It is undoubtedly a scientifically designed drawing, created with great care and precision, on a spherical surface of complex construction. The meticulousness used in creating the celestial grid suggests an equally high attention to the positioning of the stars. This aspect will be the focus of research that sees, for future developments, the collaboration of various experts with interdisciplinary skills [10].

Credits

We thank the Opera Medicea Laurenziana for the permissions granted and the support provided.

Note

[1] The historical bibliography on this environment and the entire sacred complex is very illustrious and extensive. Among the main works, we find [Battisti, 1976; Baldini, 1989; Gurrieri, Brandinelli, 1986; Morolli, Ruschi, 1993; Saalman, 1993; Bruschi, 2006; Ruschi, 2017].

[2] The proceedings of the study day were published in a monographic issue of the *Giornale di Astronomia*, 2023, 4. Among the essays, noteworthy are the general framing of the theme of the two Florentine hemispheres (Sagrestia Vecchia and Cappella Pazzi) by Gandolfi, reflections on the pictorial program by Lapi Ballerini, the theme of measurements and astronomical calculations by Ranfagni and Bònoli. Within the framework of the study day, the undersigned presented research on the tracing of starry skies in previous epochs, suggesting the application of the methodology also to the two Florentine hemispheres. The proposal materialized with the survey campaign and the establishment of a research group (see note 10), and the initial findings are contained in this document.

[3] The laser scanner survey was conducted by Cristian Boscaro, Stefano Costantini, and Manuela Incerti, with organizational support from Piero Ranfagni. The photographic survey for photogrammetry was carried out by the author, as well as the processing and management of all the data. A recent instrumental survey was conducted by the University of Florence and is published in [Bigongiari, 2021]. The same survey (scientific supervisor Prof. Stefano Bertocci) is published in the doctoral thesis [Bordini, 2021].

[4] «E sebbene tutti i circoli della Sfera siano immaginati come una linea indivisibile, non di meno lo Zodiaco si intende come superficie essendo la sua larghezza 12 dei gradi sopra detti. La linea che divide lo Zodiaco a metà, per cui sei gradi rimangono in una parte e sei dall'altra, si chiama linea Eclittica, perché se il Sole e la Luna sono sotto di essa per l'appunto avvengono le Eclissi di Sole e di Luna, di Sole quando la Luna gli è congiunta nel novilunio, e la Luna si interpone rettamente tra la nostra vista e il corpo solare.» La Sfera di M. Giovanni di Sacrobosco tradotta da Pier Vincenzo Dante de Rinaldi, Perugia, 1574, stamperia di Gio. Bernardino Rastelli. The quote comes from the text edited with comments by [Sigismondi, 2008, p. 88]. Currently, the width of the zodiacal belt is considered to be 18°.

[5] On the measurement of the obliquity of the Ecliptic calculated by Ptolemy, see [Newton, 1974; Strano, 2007]. At the time of the painting's creation, the estimated value for the Ecliptic was 23°29' [Fabrizio Bònoli, Giuseppe Bezza, Salvo De Meis, 2012, p. 26]. That this measurement was a subject of research in Florence is evidenced by the letter from Regiomontanus to Giovanni Bianchini reported in [Vuilleumier, 2000, pp. 608-611]. In the text, the maximum declination of the Sun determined by Ptolemy (23°51'20") is mentioned. «[...] e ho inteso spesso M. Paolo (Dal Pozzo Toscanelli) di Firenze e D. Battista Alberti dire che si erano impegnati in osservazioni molto accurate e non avevano mai trovato che superasse i 23°30', cosa che ci incoraggia a rinnovare le nostre tavole, intendo le tavole della declinazione e le altre che si appoggiano su queste». The letter is in response to the one from Bianchini dated Ferrara, February 1464.

[6] Although we used the Neutech Onair C108 telescopic pole with a GoPro Hero 7 Black camera (12 MP) to capture images of the dome's impost, the results obtained were not considered adequate compared to the rest of the photographs. Consequently, we decided to exclude these shots from the model creation. This means that we were unable to analyse the horizontal plane (which is a crucial element for determining the latitude of the location), and therefore, this topic will not be addressed in the paper. Furthermore, from the laser scanner survey, it emerged that the cord frame defining the dome is not perfectly horizontal.

[7] The maximum error is found in the area of the Cassiopeia constellation.

[8] On the theme of precision in measuring celestial objects and its implications for the creation of artefacts representing them, see the reflections by Bònoli and the related bibliography in [Pagliano, Incerti, Bònoli, 2023] and [Bònoli, 2023].

[9] The measurement was initially verified by the position of sunlight inside the space in relation to the ephemeris of the day.

[10] The research group coordinating the study consists of Fabrizio Bònoli, Filippo Camerota, Giangiaco Gandolfi, Piero Ranfagni, in addition to the author. Several scholars who contributed to the conference proceedings cited in note 2 are also involved in the research.

References

Baldini U. (Ed.). (1989). *Brunelleschi e Donatello nella Sagrestia Vecchia di S. Lorenzo*. Firenze: Il Fiorino.

Battisti E. (1976). *Filippo Brunelleschi*. Milano: Electa.

Bigongiari M. (2021). Il rilievo digitale di una fabbrica del Quattrocento: la Sagrestia Vecchia di San Lorenzo/Digital Survey of a Building Site of the Fifteenth Century: the Sagrestia Vecchia in San Lorenzo. In Arena A., Arena M., Mediatì D. R. P. (Eds.), *Connettere. Un disegno per annodare e tessere. Linguaggi Distanze Tecnologie. Atti del 42° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione/Connecting. Drawing for weaving relationship. Languages Distances Technologies*. pp. 2092–2109. Milano: FrancoAngeli.

Bònoli, F. (1999). Coronelli astronomo e i globi celesti. In M. G. Tavoni (Ed.), *Vincenzo Coronelli, un intellettuale europeo e il suo universo*, pp. 138–161. Bologna: Costa Editore.

Bònoli F. (2023). Per la precisione delle misure. In *Giornale Di Astronomia*, n. 4, pp. 79–82.

Bordini E. (2021). *Il cielo dipinto nella Sagrestia Vecchia di San Lorenzo a Firenze. La rappresentazione e fruizione virtuale del Patrimonio Culturale* (tesi di dottorato XXXIV ciclo). Università degli Studi di Firenze, tutor Bertocci S.

Bruschi A. (2006). *Filippo Brunelleschi*. Milano: Electa.

- Bònoli F., Bezza G., De Meis S. (Eds.). (2012). *I Pronostici di Domenico Maria da Novara*. Firenze: Olschki.
- Gandolfi G. (2023). Presentazione: Sunt geminae Caeli portae. In *Giornale Di Astronomia*, n. 4, pp.4–9.
- Gurrieri F., Brandinelli P. (Eds.). (1986). *La Sacrestia Vecchia di San Lorenzo*. Firenze: Edam.
- Lapi Ballerini I. (1989). Considerazioni a margine del restauro della 'cupolina' dipinta nella Sagrestia Vecchia. In Cämmerer, M. (Ed. ed.), *Donatello-Studien. Atti del Convegno di Studi*, pp. 102–112. Firenze: Bruckmann.
- Lapi Ballerini I. (2023). Riconsiderando gli Emisferi Celesti. In *Giornale Di Astronomia*, n. 4, pp. 10–18.
- Manetti A. (1976). *Vita di Filippo Brunelleschi. Preceduta da La novella del grasso*. Milano: Il polifilo.
- Morolli G., Ruschi P. (Eds.). (1993). *San Lorenzo 393-1993. L'architettura, le vicende della fabbrica*. Firenze: Alinea.
- Newton R. R. (1974). The Obliquity of the Ecliptic Two Millenia Ago. In *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 169, n. 2, pp. 331–342. <<https://doi.org/10.1093/MNRAS/169.2.331>>
- Pagliano A., Incerti M., Bònoli F. (2023). Il rilievo digitale del Globo Farnese: alcune nuove considerazioni. In Farroni, L., Incerti, M., Pagliano, A. (Eds.), *Misurare il tempo Strumenti e tecniche tra storia e contemporaneità*, pp. 192–213. Limena: libreriauniversitaria.it.
- Ranfagni P. (2023). Il cielo delle cupole astronomiche fiorentine 35 anni dopo la pubblicazione dell'articolo che ne propose per la prima volta la datazione astronomica. In *Giornale Di Astronomia*, n. 4, pp.23–29. <<https://doi.org/10.19272/202308804004>>
- Ruschi P. (1993). La Sacrestia Vecchia. In Morolli, G., Ruschi, P. (Eds.), *San Lorenzo 393-1993. L'architettura, le vicende della fabbrica*, pp. 41–46. Firenze: Alinea.
- Ruschi P. (2017). Rimeditando sulle fonti brunelleschiane. In Waldman L., Gaston R. (Eds.). *San Lorenzo a florentine church*, pp. 279–292. Firenze: Villa I Tatti, The Harvard University Center for Italian Renaissance Studies.
- Saalman H. (1993). *Filippo Brunelleschi: the buildings*. University Park, Pennsylvania: Pennsylvania State University Press.
- Sigismondi C. (2008). *La sfera: da Gerberto al Sacrobosco*. Roma: Ateneo Pontificio Regina Apostolorum.
- Strano G. (2007). Strumenti alessandrini per l'osservazione astronomica: Tolomeo e la *Mathematike syntaxis*. In *Automata*, n. 2, pp. 79–92.
- Vasari G. (1568). *Le vite de' piu eccellenti pittori, scultori, et architettori*. Firenze: Giunti.
- Vuilleumier F. (2000). Oriona et istiusmodi signa micantia: l'hémisphère céleste de la Sagrestia Vecchia di San Lorenzo. In Furlan F., Laurens P., Matton S. (Eds.). *Leon Battista Alberti: Actes du Congrès International de Paris, 10-15 avril 1995*, pp. 599–621. Paris: Arago.

Author

Manuela Incerti, Università di Ferrara, icm@unife.it

To cite this chapter: Manuela Incerti (2024). Le misure della Sfera Celeste nella Sacrestia Vecchia di San Lorenzo in Firenze/The measurements of the Celestial Sphere in the Sacristia Vecchia of San Lorenzo in Florence. In Bergamo F., Calandriello A., Ciammaichella M., Friso I., Gay F., Liva G., Monteleone C. (Eds.), *Misura / Dismisura. Atti del 45° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione/Measure / Out of Measure. Transitions. Proceedings of the 45th International Conference of Representation Disciplines Teachers*. Milano: FrancoAngeli, pp. 1509-1532.