IL DATO NELLA DIDATTICA DELLE DISCIPLINE

II Seminario "I dati INVALSI: uno strumento per la ricerca"

a cura di
Patrizia Falzetti

FrancoAngeli
OPEN ACCESS

PON 2014-2020

INVALSI

INVALSI PER LA RICERCA
STUDI E RICERCHE

INVALSI

INVALSI PER LA RICERCA

La collana Open Access INVALSI PER LA RICERCA si pone come obiettivo la diffusione degli esiti delle attività di ricerca promosse dall'Istituto, favorendo lo scambio di esperienze e conoscenze con il mondo accademico e scolastico.
La collana è articolata in due sezioni: "Studi e ricerche", i cui contributi sono sottoposti a revisione in doppio cieco, e "Percorsi e strumenti", di taglio più divulgativo o di approfondimento, sottoposta a singolo referaggio.

ISBN 9788835101581

OPEN ACCESS
la soluzione FrancoAngeli

Il presente volume è pubblicato in open access, ossia il file dell'intero lavoro è liberamente scaricabile dalla piattaforma **FrancoAngeli Open Access** (http://bit.ly/francoangeli-oa).

FrancoAngeli Open Access è la piattaforma per pubblicare articoli e monografie, rispettando gli standard etici e qualitativi e la messa a disposizione dei contenuti ad accesso aperto. Oltre a garantire il deposito nei maggiori archivi e repository internazionali OA, la sua integrazione con tutto il ricco catalogo di riviste e collane FrancoAngeli massimizza la visibilità, favorisce facilità di ricerca per l'utente e possibilità di impatto per l'autore.

Per saperne di più:
http://www.francoangeli.it/come_pubblicare/pubblicare_19.asp

ISBN 9788835101581

IL DATO NELLA DIDATTICA DELLE DISCIPLINE

Il Seminario "I dati INVALSI: uno strumento per la ricerca"

a cura di
Patrizia Falzetti

INVALSI

FrancoAngeli
OPEN ACCESS

ISBN 9788835101581

Le opinioni espresse nei lavori sono riconducibili esclusivamente agli autori e non impegnano in alcun modo l'Istituto. Nel citare i contributi contenuti nel volume non è, pertanto, corretto attribuirne le argomentazioni all'INVALSI o ai suoi vertici.

Grafica di copertina: Alessandro Petrini

ISBN 9788835101581

Indice

ISBN 9788835101581

ISBN 9788835101581

Introduzione

di Patrizia Falzetti

Nei giorni 17 e 18 novembre 2017, si è tenuta a Firenze la seconda edizione del Seminario "I dati INVALSI: uno strumento per la ricerca".

L'evento è stato un'occasione di incontro e scambio fra ricercatori, docenti, dirigenti scolastici e, in generale, tutti coloro che hanno interesse nella valutazione del sistema di istruzione e formazione italiano, sui possibili utilizzi dei dati prodotti annualmente dall'Istituto, sia in relazione alle applicazioni nel mondo della didattica, sia in relazione a eventuali correnti di interpretazione di fenomeni complessi come quello educativo. I dati INVALSI, difatti, pur non avendo la pretesa di esaurire al loro interno la complessità del mondo scolastico e della politica in tema di istruzione, possono essere utilizzati per comprendere alcuni fenomeni che proprio nella scuola trovano una loro origine o un loro scopo.

Il Servizio statistico dell'INVALSI ha deciso di raccogliere i numerosi contributi di ricerca presentati in questa occasione, in quattro volumi all'interno della collana "INVALSI per la ricerca". I volumi sono stati raggruppati in base alla tematica trattata: il volume *Implementazione e miglioramento del dato* ospita contributi di ricerca sulla costruzione dei quesiti delle prove INVALSI e sulle modalità di analisi dei relativi risultati; il volume *Il dato e il miglioramento scolastico* è dedicato al rapporto tra mondo della scuola e uso delle prove standardizzate, proponendo riflessioni e analisi a partire da esperienze di utilizzo delle prove al fine di promuovere il miglioramento scolastico; il volume *Uno sguardo sulla scuola* raccoglie, invece, ricerche di approfondimento su come i dati INVALSI possano contribuire a interpretare il mondo scolastico, nelle sue diverse sfaccettature.

Il presente volume, *Il dato nella didattica delle discipline*, attraverso i suoi 11 capitoli, mira a evidenziare come le prove standardizzate possano essere uno strumento per interrogarsi sui processi di apprendimento e per mi-

ISBN 9788835101581

gliorare l'attività didattica in classe, entrando quindi nel merito di una pratica riflessiva volta a comprendere in modo approfondito il funzionamento delle prove e l'interpretazione, oltre che l'analisi quantitativa, dei relativi risultati.

I primi 9 capitoli affrontano il rapporto tra dati INVALSI e didattica della Matematica, secondo diverse prospettive: alcuni capitoli si concentrano sul contributo che le prove INVALSI possono dare sulla specificità dell'apprendimento della disciplina, altri riportano sperimentazioni didattiche finalizzate a sviluppare le competenze matematiche, anche attraverso focus su abilità specifiche (il problem solving, la corretta acquisizione del concetto di pendenza, la costruzione di competenze concettuali e relazionali sulla divisione e sulle sue proprietà) o sperimentando modalità didattiche alternative a quelle tradizionali, come il gioco. L'apprendimento della Matematica è stato approfondito anche attraverso ricerche longitudinali, finalizzate a studiarne l'evoluzione nel tempo, e percorsi didattici in rete volti a promuovere il miglioramento scolastico, attivati anche grazie alla collaborazione con professionisti provenienti dall'università.

Gli ultimi 2 capitoli sono invece dedicati alla didattica dell'Italiano: oggetto di studio, come nel caso della Matematica, sono le metodologie didattiche, le criticità dell'approccio degli studenti alle prove standardizzate e la possibilità di promuovere competenze trasversali attraverso il potenziamento di competenze linguistiche e lessicali.

Tutte le ricerche proposte costituiscono delle utilissime chiavi di lettura per comprendere e interpretare i dati delle prove INVALSI: l'auspicio è dunque che il volume possa essere un punto di riferimento per tutti coloro che vogliano approfondire il rapporto tra dati e didattica delle discipline.

ISBN 9788835101581

1. I costrutti di didattica della Matematica come chiave di lettura di alcune evidenze statistiche nelle prove INVALSI

di Federica Ferretti, Chiara Giberti, Alice Lemmo

La raccolta dei dati e l'analisi dei risultati effettuati dal Servizio nazionale di valutazione (SNV) per l'INVALSI mettono in luce macro-fenomeni che emergono a livello di sistema. In particolare, per quanto riguarda le prove standardizzate di Matematica, le risposte che gli studenti forniscono ad alcune domande dei test rivelano "fenomeni" di comportamento che permettono di ricavare informazioni in merito ad alcune specificità dell'apprendimento della disciplina e alcune cause che provocano difficoltà a livello nazionale. Questa ricerca nasce allo scopo di interpretare e analizzare alcune particolari evidenze messe in luce a livello nazionale dall'analisi statistica dei test INVALSI e che riguardano tutti i gradi scolastici coinvolti da tali indagini.

I risultati delle prove INVALSI sono analizzati a livello quantitativo facendo uso del modello di Rasch. Si tratta di un modello logistico a un parametro che appartiene alla categoria dell'*Item Response Theory* (IRT) e opera una stima congiunta tra il parametro di difficoltà per ogni domanda del test e il parametro di abilità per ogni studente. Tale modello permette di esprimere la probabilità di fornire la risposta corretta a una domanda di una prova in funzione della difficoltà della domanda stessa e dell'abilità dello studente misurata sull'intera prova. In generale, al crescere dell'abilità dello studente si dovrebbe osservare una probabilità maggiore che egli fornisca una risposta corretta mentre le opzioni di risposta errate dovrebbero mostrare un andamento decrescente al crescere dell'abilità degli studenti. Esistono però casi in cui l'andamento delle opzioni di risposta errate non seguono questo principio: in alcune domande può succedere che un'opzione di risposta errata risulti particolarmente attrattiva per livelli di abilità medi o medio-alti.

L'interpretazione di questo fenomeno è complessa poiché entrano in gioco diversi fattori didattici spesso già evidenziati dalla letteratura nazionale e internazionale in didattica della Matematica. Si tratta di fattori legati alle

ISBN 9788835101581

norme implicite ed esplicite che regolano l'attività matematica in classe, in particolare nella risoluzione di compiti di Matematica, che determinano convinzioni e atteggiamenti degli studenti.

La ricerca mostra che si tratta di fenomeni evidenti su tutti i livelli scolastici e relativi a diversi ambiti di contenuto e competenze matematiche; una buona chiave di lettura di questi fenomeni la offrono alcuni costrutti noti in didattica della Matematica.

1. Introduzione

In questo articolo è presentato uno studio sulle domande INVALSI di Matematica a partire dai dati quantitativi raccolti dal Servizio nazionale di valutazione (SNV). Lo scopo della ricerca è quello di proporre un'analisi integrata delle domande che, a partire da risultati quantitativi, permetta di interpretare alcuni dei fenomeni che emergono attraverso un'analisi qualitativa.

L'introduzione, sia a livello internazionale sia a livello nazionale, di prove di valutazione standardizzate come OCSE-PISA, IEA-TIMSS e INVALSI, può fornire importanti informazioni a livello di sistema per la ricerca in didattica della Matematica. Anche se l'obiettivo principale di queste indagini risulta essere la valutazione del sistema educativo, delle abilità e delle competenze raggiunte dagli studenti nei diversi livelli scolastici, le analisi sui testi delle domande e sulle performance degli studenti forniscono dati rilevanti anche nel campo della ricerca.

In questa prospettiva, un "nodo critico, ancora parzialmente irrisolto, riguarda la "traduzione" del risultato statistico quantitativo del campione nazionale in informazioni e proposte che possano diventare motori di innovazioni fattive piuttosto che dati puri che lasciano spazio a interpretazioni, talvolta frettolose e non adeguatamente ponderate, che finiscono per snaturare profondamente gli scopi della valutazione stessa" (Bolondi *et al.*, 2016). In alcuni studi, però i risultati dei test hanno permesso di far emergere macro fenomeni molto interessanti, come per esempio nuovi effetti di contratto didattico (Ferretti, 2015); questi potranno poi essere studiati approfonditamente attraverso un approccio mixed-method, passando quindi da un'indagine quantitativa a una qualitativa (Johnson e Onwuegbuzie, 2004).

L'obiettivo principale del lavoro è quello di fornire del materiale per una riflessione sulle prove di valutazione nazionale a partire dalle analisi dei dati attraverso alcuni costrutti di didattica della Matematica.

ISBN 9788835101581

2. Quadro teorico e metodologia

Nonostante la Teoria classica dei test (CTT) fornisca importanti strumenti statistici per lo studio dei test (Barbaranelli e Natali, 2005), le analisi che vengono presentate in questo contributo e nelle restituzioni dei risultati dei test INVALSI sono basate principalmente sulla più moderna Teoria di risposta all'item. Quest'ultima fa riferimento a diversi modelli matematici per la misurazione di variabili latenti e permette di superare le principali limitazioni della CTT tra cui per esempio la dipendenza tra la stima dell'abilità dei soggetti e la difficoltà delle domande del test.

In questo contesto prenderemo in considerazione il più semplice tra i modelli della IRT che viene anche utilizzato nelle principali analisi dei test INVALSI: il modello di Rasch (Rasch, 1960).

Il modello di Rasch è un modello logistico a un parametro ed è quindi il più semplice tra i modelli della IRT. Questo modello consente di calcolare la probabilità di rispondere correttamente a un determinato item, in funzione dell'abilità dello studente e delle caratteristiche psicometriche dell'item stesso (in particolare della difficoltà dell'item).

La relazione tra l'abilità del soggetto e la probabilità di rispondere correttamente all'item può essere rappresentata graficamente attraverso la curva teorica ipotizzata dal modello, detta anche curva caratteristica dell'item (*Item Characteristic Curve* – ICC). Una volta applicato il modello di Rasch, osservando specifici grafici, chiamati distractor plot, possono essere estrapolate informazioni molto utili riguardanti i singoli item. Nello stesso grafico in cui viene rappresentata la curva teorica ICC relativa alla risposta corretta, solitamente rappresentata da una linea continua blu (fig. 1), vengono rappresentati anche i dati empirici relativi alla risposta corretta e alle altre opzioni di risposta. In questo modo è possibile osservare quanto la curva empirica della risposta corretta sia coerente con la curva teorica e, inoltre, si può analizzare l'andamento di ogni distrattore (inteso come risposta non corretta) in funzione del livello di abilità degli studenti.

Il distractor plot (fig. 1), in ascissa, riporta il punteggio di Rasch in termini di abilità degli studenti sull'intera prova e, come già specificato, la linea continua rappresenta la curva teorica del modello che esprime la probabilità di rispondere correttamente in funzione del livello di abilità. Le spezzate tratteggiate rappresentano i dati empirici ricavati dalla somministrazione dell'item per ognuna delle opzioni di risposta. Per l'implementazione dei grafici, gli studenti sono divisi in decili in base al livello di abilità misurato sull'intera prova e, per ogni decile, è stata riportata la percentuale di studenti che ha scelto ciascuna opzione di risposta.

ISBN 9788835101581

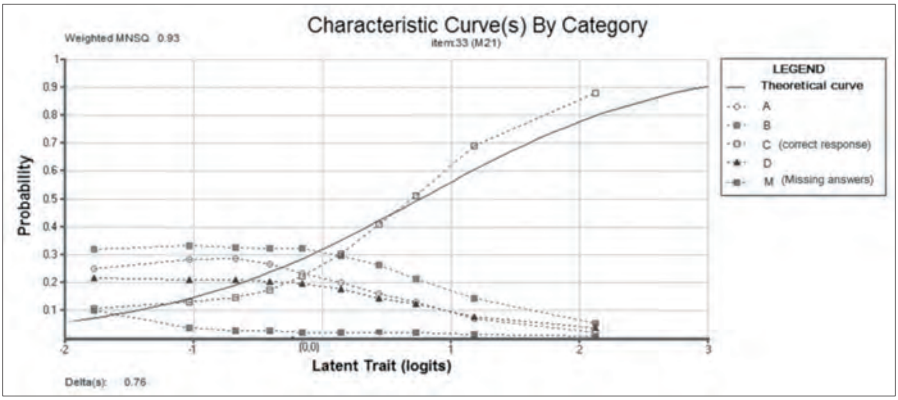


Fig. 1 – Esempio di distractor plot di un item

In questo item, il confronto tra l'andamento della risposta corretta empirica e la curva teorica risulta essere accettabile (weighted = 0,93); è possibile comunque osservare che, in questo caso, il modello tende a sovrastimare i livelli medio bassi e a sottostimare i livelli alti. Il distrattore più attrattivo risulta essere il B che viene scelto da una significativa percentuale di studenti anche nei livelli medi e medio-alti. Anche gli altri due distrattori comunque mostrano un "buon funzionamento" e vengono scelti da studenti con livelli di abilità bassi e medi. Infine si può notare che solo pochi studenti non rispondono all'item e tra questi sono quasi tutti appartenenti al decile più basso in termini di abilità.

Il modello di Rasch può essere applicato solo nel caso in cui siano verificate alcune assunzioni, che permettono l'applicazione del metodo e la stima dei parametri (Hambleton, Swaminathan e Rogers, 1991). In particolare, devono essere verificate le ipotesi di *unidimensionalità del test*, di *indipendenza locale* e di *monotonicità*. L'ipotesi di monotonicità richiede che, per ogni item, la probabilità di rispondere correttamente cresca monotonicamente all'aumentare del livello di abilità dei rispondenti e può essere verificata attraverso la rappresentazione grafica dei dati empirici, quindi osservando i distractor plot.

Da un punto di vista strettamente statistico ci si aspetterebbe quindi che, in un item, al crescere dell'abilità degli studenti crescesse la percentuale di risposte corrette e, al contempo, diminuisse la percentuale di risposte sbagliate. Osservando domande a risposta multipla, in cui la risposta corretta è unica ma dove sono proposte altre due/tre opzioni di risposta errate, si può notare che la percentuale di risposte errate (considerate nel loro complesso e tenendo conto anche delle risposte mancanti) è decrescente ma se si con-

ISBN 9788835101581

siderano le curve relative ai singoli distrattori è possibile osservare anche andamenti non strettamente decrescenti (per esempio, la curva relativa all'opzione B, Item 24: 2, fig. 2).

Nell'esempio presentato in figura 2 la curva relativa all'opzione B (curva item 24: 2) presenta un andamento crescente, seguito da un andamento decrescente che d'ora in avanti indicheremo con andamento "a pancia": la percentuale di scelta di tale opzione da parte degli studenti cresce al crescere del livello di abilità per i decili bassi e medio-bassi e solo dal quinto decile in poi la curva assume un andamento decrescente.

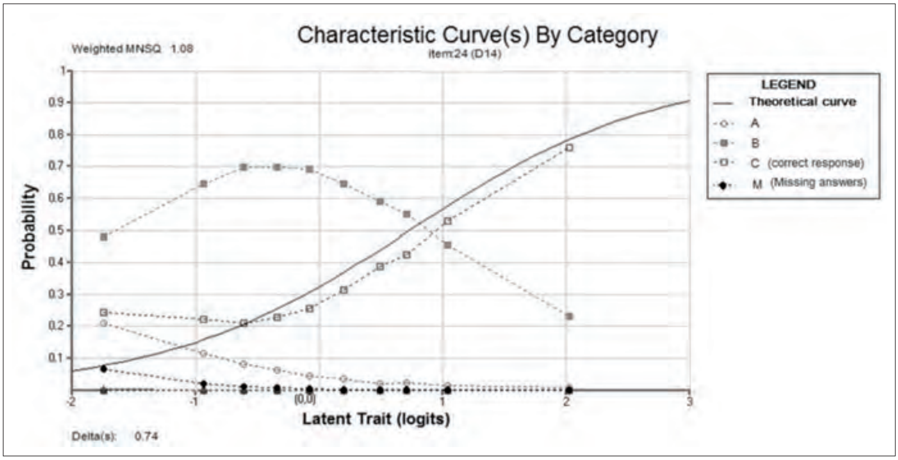


Fig. 2 – Esempio di distractor plot di un item con andamento "a pancia" della curva relativa a un'opzione errata

L'interpretazione di questo fenomeno (andamento "a pancia" di un distrattore) è complessa poiché entrano in gioco diversi fattori che interagiscono tra loro: studenti con livelli di abilità differenti possono incorrere in ostacoli diversi nell'affrontare una domanda, fornire risposte errate per motivazioni differenti e prediligere una risposta errata piuttosto che un'altra proprio come risultato di diversi approcci e di diverse difficoltà.

Possibili cause che conducono a risposte errate sono spesso riconducibili a fattori legati a norme implicite ed esplicite che si instaurano nei processi di apprendimento/insegnamento e che regolano l'attività matematica in classe, che determinano spesso convinzioni errate. Per comprendere in profondità i motivi che possono scatenare tali fenomeni è necessario svolgere un'analisi critica delle risposte alle singole domande attraverso alcuni costrutti di didattica della Matematica.

ISBN 9788835101581

In questa ricerca verranno analizzati quesiti tratti da diversi livelli scolastici (dalla primaria alla secondaria di secondo grado) che mostrano buone proprietà misuratorie (INVALSI, 2017; Barbaranelli e Natali, 2005) e in cui almeno un distrattore evidenzia un andamento "a pancia" che può essere ricollegabile a fenomeni legati alla didattica. In particolare, negli esempi che verranno proposti di seguito, i due costrutti principali che forniscono una buona chiave di lettura dei fenomeni statistici di questo tipo che emergono a livello di sistema sono le misconcezioni e il contratto didattico.

Il concetto di misconcezione viene analizzato dettagliatamente in D'Amore (1999), in cui viene approfondito il processo di costruzione di un concetto da parte degli apprendenti. Per arrivare alla costruzione di un concetto, si passa necessariamente attraverso sollecitazioni ripetute di immagini del concetto, fino a quando lo studente si costruisce il suo modello di concetto. Spesso accade che il modello costruito dallo studente sia errato, quasi sempre perché esso si forma troppo presto. In questo caso si parla quindi di misconcezione, intesa non come una mancata conoscenza, ma come "concetto errato" (D'Amore, 1999).

Il contratto didattico si inserisce all'interno della Teoria delle situazioni didattiche di Guy Brousseau e si riferisce a "l'insieme dei comportamenti dell'insegnante che sono attesi dall'allievo e l'insieme dei comportamenti dell'allievo che sono attesi dall'insegnante" (Brousseau, 1988).

In particolare, "In una situazione di insegnamento, preparata e realizzata da un insegnante, l'allievo ha generalmente come compito di risolvere il problema (matematico) che gli è presentato, ma l'accesso a questo compito si fa attraverso un'interpretazione delle domande poste, delle risposte fornite, degli obblighi imposti che sono costanti nel modo di insegnare del maestro. Queste abitudini (specifiche) del maestro attese dall'allievo e i comportamenti dell'allievo attesi dal docente costituiscono il contratto didattico" (Brousseau, 1980). Questo costrutto fornisce chiavi di lettura a diverse situazioni che si instaurano durante le pratiche d'aula e si è rivelato uno strumento particolarmente idoneo per interpretare fenomeni che emergono mentre gli studenti fanno attività matematiche, anche in contesti di valutazioni standardizzate (Ferretti, 2015, Giberti, Bolondi e Zivelonghi, 2016).

Come si vedrà in seguito, alcuni fenomeni che emergono si interpretano con costrutti già noti in letteratura, come la clausola del contratto didattico denominata "delega formale", altri con costrutti costruiti *ad hoc,* come l'effetto di contratto didattico "Età della Terra" (Ferretti, 2015).

ISBN 9788835101581

3. Analisi qualitativa e quantitativa delle domande: alcuni esempi

Da una prima analisi qualitativa delle singole domande è emerso che nella maggior parte dei casi tra le opzioni di risposta se ne presenta una legata a difficoltà messe in evidenza dalla ricerca in didattica della Matematica e proprio rispetto a questa opzione si riscontra l'andamento "a pancia" di uno dei distrattori.

Di seguito presentiamo alcuni esempi di analisi delle domande riferiti a diversi ambiti della Matematica e diversi livelli scolastici.

Le domande selezionate sono tratte da prove INVALSI somministrate in diversi anni (dal 2011 al 2017) e in diversi gradi scolastici (dal grado 2 al grado 10). Le analisi statistiche presentate sono conformi a quelle operate dall'Istituto INVALSI in fase di validazione dei test e l'analisi dei risultati e sono basate sul campione INVALSI che comprende, per ogni prova, 30.000-40.000 studenti rappresentativi della popolazione nazionale. Tutti i quesiti selezionati sono a risposta multipla e mostrano buone proprietà misuratorie in termini di fit con il modello (weighted), discriminazione, percentuale di risposte corrette e di correlazione punto biseriale tra ogni risposta e l'abilità complessiva degli studenti (correlazione negativa per le risposte errate e positiva per la risposta corretta). Per effettuare le ricerche abbiamo utilizzato come strumento di ricerca il database GESTINV (www.gestinv.it) da cui abbiamo estrapolato tutti i risultati e i grafici presenti in seguito nel contributo.

Il primo esempio riportato (fig. 2) fa riferimento alla domanda D14 somministrata nella prova INVALSI di Matematica di grado 2 dell'anno scolastico 2010/2011 (fig. 3).

Inoltre sempre dall'analisi dei dati riportati in tabella e dall'osservazione del distractor plot (fig. 2) si può osservare che la domanda ha un buon funzionamento da un punto di vista psicometrico: il fit dei dati con il modello risulta accettabile (weighted = 1,08) e la domanda discrimina bene tra rispondenti con alti livelli di abilità e bassi livelli di abilità (discrimination = 0,29).

ISBN 9788835101581

D14. **Tre bambini cercano di indovinare quante palline ci sono in un sacchetto come quello che vedi qui sotto.**

Aprono il sacchetto e vedono che ci sono 47 palline.

Chi è andato più vicino al numero delle palline contenute nel sacchetto?

☐ A. Anna

☐ B. Moira

☐ C. Giovanni

Fig. 3 – Quesito D14 della prova di grado 2 del 2011

Tab. 1 – IRT del quesito D14 della prova di grado 2 del 2011

Item: 24 (D14)
Cases for this item: 31.842 Discrimination 0,29
Item Threshold(s): 0,73 Weighted MNSQ 1,08
Item Delta(s): 0,74

Label	*Score*	*Count*	*% of tot*	*Pt Bis*	*t(p)*
1	0,00	2.087	6,55	-0,23	-42,98 (,000)
2	0,00	18.216	57,21	-0,13	-22,80 (,000)
3	1,00	11.104	34,87	0,29	54,58 (,000)
7	0,00	41	0,13	-0,03	-4,48 (,000)

ISBN 9788835101581

Il quesito chiede allo studente di confrontare tre numeri naturali e identificare il numero più vicino a un numero dato. Si tratta dunque di un quesito che ha lo scopo di osservare la capacità degli studenti nella stima e confronto tra numeri naturali. La risposta corretta è la C; analizzando le altre due opzioni di risposta si può notare che entrambe sono legate a due note difficoltà. In particolare, gli studenti che hanno scelto l'opzione A potrebbero essersi concentrati solo sulla cifra delle decine del numero 47. In questa prospettiva, gli studenti potrebbero aver individuato il numero 39 come il numero più vicino al 40 rivelando delle difficoltà nell'ordinamento dei numeri naturali. La curva riferita all'opzione A è decrescente e mostra dunque che gli studenti che hanno scelto tale opzione (6% circa) appartengono al gruppo di studenti con un livello basso di abilità nella prova. La curva dell'opzione B, invece, presenta un andamento "a pancia" e risulta particolarmente attrattivo per studenti con livelli di abilità medi; inoltre tale opzione è scelta da un'alta percentuale di studenti anche per i decili alti della popolazione e solo negli ultimi due decili la percentuale di risposte corrette è maggiore rispetto alla percentuale di scelta del distrattore B. Il motivo che può aver portato molti studenti anche "bravi" a scegliere come risposta 41 (opzione B) potrebbe essere legata al fatto che, in effetti, tale numero è l'unico tra i proposti che possiede il valore delle decine uguale a quello del numero di palline nel sacchetto (47). Gli studenti che hanno scelto tale risposta potrebbero essere stati guidati da questa uguaglianza tra le decine senza riflettere sulla richiesta di identificare il valore "più vicino". In questo caso quindi si potrebbe presupporre che gli studenti hanno una parziale consapevolezza della notazione posizionale di un numero e quindi si sono soffermati solo sul confronto del valore delle decine senza confrontare quello delle unità. La percentuale di studenti che ha scelto tale opzione è del 50% e dall'analisi del distractor plot emerge che si tratta non solo di studenti che hanno mostrato di avere basse abilità nello svolgimento della prova, ma anche di studenti che hanno raggiunto un punteggio medio nel test. Questo fatto fa emergere un fenomeno interessante e cioè che la maggior parte degli studenti che mostrano una difficoltà nella stima e nell'ordinamento dei numeri naturali sono prevalentemente studenti che raggiungono performance medie nella prova.

Un fenomeno rilevante è costituito anche dal fatto che nelle prassi didattiche solitamente il concetto di stima viene affrontato nel senso di "avvicinarsi a qualcosa" sottintendendo quindi implicitamente la "stima per difetto". Le abitudini che si instaurano nelle situazioni d'aula hanno evidenze anche nelle performance degli studenti mentre fanno attività matematica, come conseguenza del contratto didattico (Brousseau, 1988); l'andamento a "pancia"

ISBN 9788835101581

del distrattore che rappresenta la stima per difetto potrebbe confermare l'incidenza del contratto didattico nella scelta degli studenti.

Un ulteriore quesito che risulta interessante sempre nell'ambito Numeri è il D23 somministrato nella prova di Matematica del 2012 a studenti di grado 6.

Il quesito è legato alla stima del risultato di un'operazione; in particolare, nel quesito si chiede di individuare tra 4 operazioni quella che restituisce il risultato maggiore (fig. 4).

D23. Quale delle seguenti operazioni dà il risultato più grande?

A. ☐ 10 × 0,5

B. ☐ 10 × 0,1

C. ☐ 10 : 0,5

D. ☐ 10 : 0,1

Fig. 4 – Quesito D23 della prova di Matematica di grado 6 del 2012

Anche in questo caso si tratta di un quesito a risposta multipla; la risposta corretta è la D. Le altre opzioni sono state scelte in modo tale da individuare alcune difficoltà note in letteratura.

Tab. 2 – IRT del quesito D23 della prova di grado 6 del 2012

Item: 39 (D23)
Cases for this item 39668 Discrimination 0,27
Item Threshold(s): 2,44 Weighted MNSQ 1,01
Item Delta(s): 2,44

Label	*Score*	*Count*	*% of tot*	*Pt Bis*	*t(p)*
1	0,00	28.208	71,11	-0,03	-6,00 (,000)
2	0,00	1.894	4,77	-0,13	-26,41 (,000)
3	0,00	4.005	10,10	-0,08	-15,10 (,000)
4	1,00	4.365	11,00	0,27	56,46 (,000)
7	0,00	60	0,15	-0,02	-4,23 (,000)
9	0,00	1.136	2,86	-0,12	-24,15 (,000)

Dai dati riportati in tabella (tab. 2), si nota che il 75% degli studenti risponde scegliendo una moltiplicazione e quindi una delle prime due opzioni (A e B). Ciò significa che la maggior parte degli studenti al termine del primo anno della scuola secondaria di I grado è convinta che la moltiplicazione sia un'operazione il cui risultato è sempre maggiore rispetto a una divisione con

ISBN 9788835101581

gli stessi termini. Molto probabilmente questa convinzione deriva da una tipica misconcezione, ampiamente studiata in didattica della Matematica, per cui la moltiplicazione tra due numeri, ha come risultato un numero maggiore dei fattori. La misconcezione nasce dal fatto che gli studenti tendono a richiamare il *modello intuitivo* (Fischbein, 1985) della moltiplicazione tra naturali, estendendolo anche ai razionali. Questo richiamo potrebbe aver provocato l'insinuarsi di un modello parassita per cui "la moltiplicazione accresce", indipendentemente dall'insieme di appartenenza dei fattori (Fischbein, 1985; D'Amore, 1999). In particolare, l'opzione decisamente più attrattiva risulta essere la A (moltiplicazione con fattori maggiori), scelta dal 71% degli studenti e l'andamento "a pancia" di questa opzione nel distractor plot risulta essere molto marcato (fig. 5). La misconcezione è quindi molto forte su tutti i livelli di abilità ma agisce particolarmente sui livelli medi; anche per i livelli alti, in cui l'andamento del distrattore risulta essere decrescente, in questo caso si nota che questo distrattore risulta ancora più attrattivo rispetto alla risposta corretta.

In particolare, l'opzione C potrebbe essere stata scelta dagli studenti che hanno la consapevolezza che il quoziente tra numeri razionali non sempre è minore del prodotto ma credono che nella divisione maggiore è il divisore, minore è il quoziente. Tale opzione è stata scelta solo dal 10% degli studenti. Osservando il distractor plot (fig. 5) si può notare che tali studenti sono prevalentemente studenti che hanno raggiunto un punteggio basso nell'intera prova.

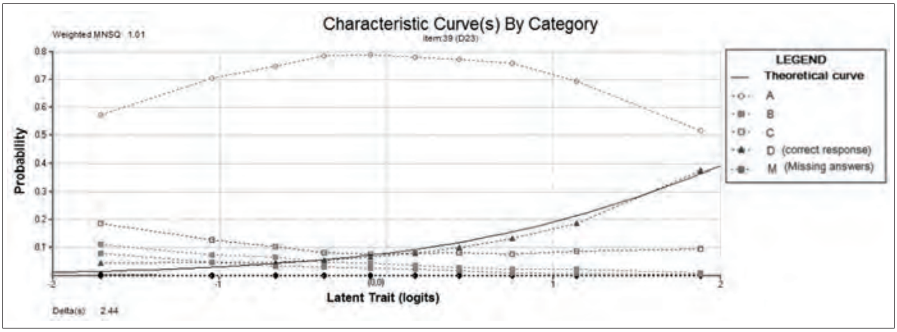


Fig. 5 – Distractor plot del quesito D23 somministrato nella prova di Matematica del livello 06 del 2012

Fino a ora abbiamo osservato due esempi di misconcezioni in ambito Numeri, di seguito invece, presentiamo un quesito di Numeri di cui una possibile interpretazione può essere fondata sul contratto didattico. Si tratta del

ISBN 9788835101581

quesito D5 somministrato nella prova INVALSI di Matematica del grado 10 nell’anno 2011 (fig. 6).

D5. **L’età della Terra è valutata intorno ai $4{,}5 \times 10^9$ anni. L’Homo Erectus è comparso circa 10^6 anni fa. Qual è la stima che più si avvicina all’età che la Terra aveva quando è comparso l’Homo Erectus?**

- ☐ A. $4{,}5 \times 10^9$ anni
- ☐ B. $3{,}5 \times 10^9$ anni
- ☐ C. $4{,}5 \times 10^6$ anni
- ☐ D. $4{,}5 \times 10^3$ anni

Fig. 6 – Quesito D5 della prova di Matematica di grado 10 del 2011

Come leggiamo in figura 7, l’opzione di risposta corretta è A che viene scelta solo da poco più del 10% degli studenti.

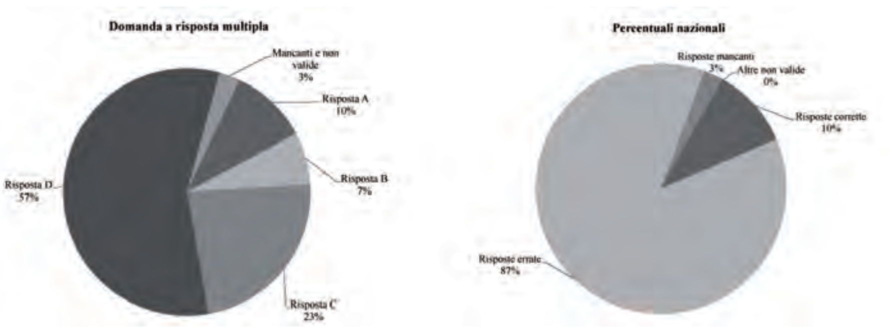


Fig. 7 – Percentuali di risposta del quesito D5 della prova di Matematica di grado 10 del 2011

La bassa percentuale di risposte corrette evidenzia le difficoltà che gli studenti hanno a gestire approssimazioni, stime numeriche e determinazioni di ordini di grandezza, già osservati nei livelli precedenti. Un fatto rilevante è che la risposta corretta è uno dei dati esplicitamente presenti nel testo e la non scelta della risposta corretta rientra in un fenomeno più ampio già analizzato in studi di Ferretti (2015) in cui emerge un nuovo effetto di contratto didattico, denominato l’effetto “Età della Terra”. L’opzione B potrebbe essere stata scelta dagli studenti che hanno sottratto erroneamente 109 all’età della Terra senza considerare la differenza degli ordini di grandezza mentre l’opzione C potrebbe essere stata scelta dagli studen-

ISBN 9788835101581

ti che hanno svolto erroneamente la sottrazione. Osservando il distractor plot (fig. 8), si può notare che tali scelte sono state fatte prevalentemente da studenti che hanno raggiunto scarse performance nella prova. Infatti, i grafici relativi alle scelte delle due opzioni sono decrescenti al crescere dell'abilità degli studenti.

L'opzione che in questo caso rivela un andamento interessante è la D che corrisponde all'opzione più scelta (hanno scelto l'opzione D quasi il 60% degli studenti del campione). Tale opzione potrebbe essere stata scelta dagli studenti che hanno sottratto all'esponente 9 presente nella stima dell'età della Terra, l'esponente 6 nel dato riferito alla stima della comparsa sulla Terra di Homo Sapiens. In questa prospettiva, gli studenti potrebbero aver applicato mnemonicamente schemi di calcolo legati alle proprietà delle potenze.

Le prime interpretazioni (cfr. per es. Impedovo, Orlandoni e Paola, 2011) del fenomeno evidenziato dalla domanda "Età della Terra" hanno collegato il comportamento degli allievi genericamente a effetti di contratto didattico nel senso di Brousseau (D'Amore, 2002). Dati due numeri espressi in potenze, effettuare la sottrazione degli esponenti per effettuare la sottrazione tra i numeri stessi rappresenta lo svolgimento di un'operazione familiare agli studenti per quanto riguarda i contenuti ma completamente errata da un punto di vista matematico. Questi comportamenti si possono ricondurre a una clausola ormai nota in letteratura del contratto didattico, chiamata clausola di "delega formale" (D'Amore e Martini, 1997).

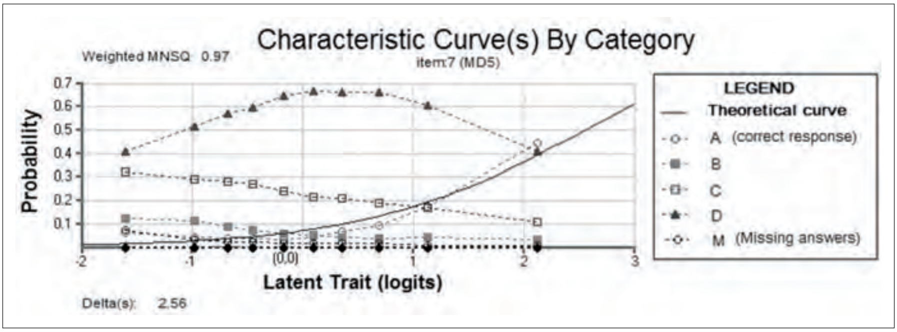


Fig. 8 – Distractor plot del quesito D5 somministrato nella prova di Matematica del livello 10 del 2011

Come possiamo osservare dal distractor plot (fig. 8) il distrattore D è preferito a tutti i livelli di competenza e la scelta del distrattore è massima per gli allievi situati nella parte medio alta della scala del carattere latente; ancora una volta, la curva relativa all'opzione rappresenta un "andamento a pancia".

ISBN 9788835101581

Le difficoltà appena descritte fanno riferimento allo stesso ambito della Matematica (Numeri) anche se per diversi livelli scolastici. Però è possibile identificare quesiti con comportamenti simili anche in altri ambiti.

Nell'esempio successivo è presentato un quesito relativo all'ambito Relazioni e funzioni somministrato nella prova di Matematica del livello 05 nell'anno 2015 (fig. 9).

D7. **Francesca prepara per il gatto due pasti al giorno utilizzando cibo in scatoletta.**

Con il contenuto di una scatoletta Francesca prepara 3 pasti per il gatto.

Francesca ha comprato 8 scatolette di cibo per gatti. Per quanti giorni al massimo le bastano?

A. **24**

B. **16**

C. **8**

D. **12**

Fig. 9 – Quesito D7 della prova di Matematica di livello 05 del 2015

Tab. 3 – IRT del quesito D7 della prova di grado 5 del 2015

Item: 10 (D7)
Cases for this item 22030 Item-Rest Cor, 0,30 Item-Total Cor, 0,35
Item Threshold(s): 1,10 Weighted MNSQ 1,04 Item Delta(s): 1,10

Label	*Score*	*Count*	*% of tot*	*Pt Bis*	*t(p)*
1	0	10.058	45,66	-0,07	-9,98
2	0	2.407	10,93	-0,1	-15,22
3	0	2.969	13,48	-0,19	-28,09
4	1	6.363	28,88	0,3	46,42
7	0	22	0,1	-0,02	-3,14
9	0	211	0,96	-0,06	-8,97

Si tratta di un quesito a risposta multipla in cui la risposta corretta è l'opzione D che viene scelta da meno del 30% degli studenti. Per risolvere questo problema lo studente deve tenere sotto controllo l'intero testo, comprendere la situazione descritta e non concentrarsi semplicemente sui dati numerici presentati ma anche sui dati scritti in lettere. Come si osserva in tabella 3, il quesito risulta abbastanza difficile (delta = 1.10) e mostra un buon funzio-

ISBN 9788835101581

namento in termini di fit con il modello (weighted = 1.04) e discriminazione (discrimination = 0.35).

L'opzione B potrebbe essere stata scelta dagli studenti che hanno moltiplicato il numero delle scatolette per il numero dei pasti al giorno. Mentre l'opzione C potrebbe far riferimento agli studenti che si sono concentrati solo sul numero di scatolette senza curarsi delle informazioni riferite al numero di pasti al giorno che Francesca prepara per il suo gatto. In riferimento al Distractor plot (fig. 10), possiamo notare che queste due opzioni presentano un comportamento standard come distrattori: entrambe si presentano monotone decrescenti. La curva relativa all'opzione A, invece, mostra un andamento completamente diverso dagli altri distrattori e risulta particolarmente attrattivo per rispondenti con livelli di abilità medi. Questo distrattore viene scelto da un'alta percentuale di studenti per ogni livello di abilità: nel decile più basso viene scelto da quasi il 40% degli studenti e solo per i due decili più alti gli studenti prediligono la risposta corretta a questo distrattore. Si può però notare che la percentuale maggiore di scelta del distrattore A si manifesta per livelli di abilità medi e in particolare dal terzo decile al settimo decile, più del 50% degli studenti sceglie questa opzione di risposta. L'interpretazione di questo fenomeno può essere riferita alla clausola di delega formale (D'Amore e Martini, 1997): è possibile che gli studenti che hanno scelto questa opzione, pur avendo individuato tutti e tre i dati presenti nel testo, abbiano perso il controllo della situazione problematica e abbiano moltiplicato i dati presentati nel testo senza controllare la plausibilità del calcolo svolto in riferimento al contesto presentato. Fenomeni di questo tipo sono probabilmente frutto di una didattica basata principalmente su procedure, agli studenti che devono risolvere un problema si tende a chiedere di concentrare l'attenzione sull'individuazione dei dati e quindi sull'operazione da applicare, senza richiedere una riflessione più approfondita sulla situazione problematica in oggetto. Gli studenti che vengono maggiormente influenzati da una didattica di questo tipo sono gli studenti con livelli di abilità medi, che riescono a individuare i dati presenti nel problema ma, nella risoluzione, si affidano a una procedura, all'individuazione di un'operazione che però può portare a una perdita di significato e alla mancata contestualizzazione del risultato.

ISBN 9788835101581

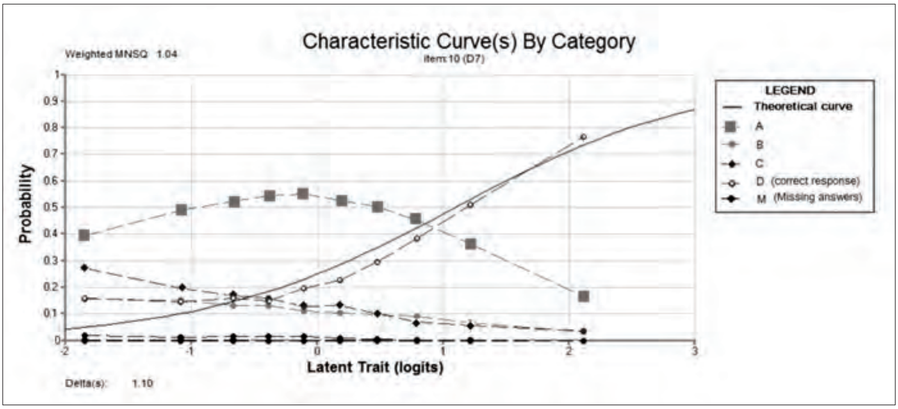
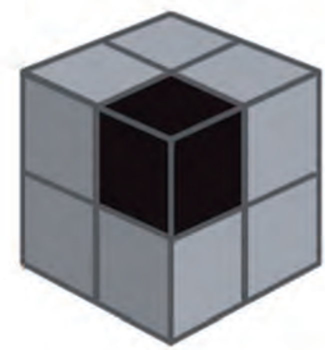


Fig. 10 – Distractor plot del quesito D7 somministrato nella prova di Matematica del livello 05 del 2015

D19. **Osserva la figura.**



Il cubo nell'immagine è formato da 8 cubetti.
Viene eliminato il cubetto nero: com'è la superficie totale del solido rimanente rispetto a quella del cubo di partenza?

A. ☐ Uguale a quella del cubo

B. ☐ Maggiore di quella del cubo

C. ☐ Minore di quella del cubo

D. ☐ Non si può sapere perché non si conosce la misura dello spigolo del cubo

Fig. 11 – Quesito D19 della Prova nazionale di Matematica del 2017

ISBN 9788835101581

Come ultimo esempio presentiamo un quesito dell'ambito Spazio e figure. Si tratta del quesito D19 della Prova nazionale di Matematica dell'anno 2017 (fig. 11).

Il quesito chiede di visualizzare come si modifica la superficie di un solido composto togliendo una parte dello stesso. Il solido in questione è un cubo formato a sua volta da 4 cubi più piccoli e uguali tra loro; eliminando uno dei cubi che lo compongono il volume del solido di partenza diminuisce, ma non risulta altrettanto evidente comprendere come si modifica la superficie totale del solido, che in realtà rimane invariata. La risposta corretta è l'opzione A che viene scelta da solo il 34% degli studenti. Da un punto di vista misuratorio la domanda ha un ottimo comportamento: il fit è ottimale (weighted = 1.00) e discrimina bene tra rispondenti con diversi livelli di abilità (discrimination = 0.44) (tab. 4).

Tab. 4 – IRT del quesito D19 della Prova nazionale del 2017

Item: D19
Cases for this item 28051 Item-Rest Cor, 0,39 Item-Total Cor, 0,44
Item Threshold(s): 0,80 Weighted MNSQ 1,00 Item Delta(s): 0,80

Label	*Score*	*Count*	*% of tot*	*Pt Bis*	*t(p)*
1	1	9629	34,33	0,39	71,31
2	0	1820	6,49	-0,07	-11,07
3	0	12614	44,97	-0,14	-24,47
4	0	3671	13,09	-0,26	-45,62
7	0	34	0,12	-0,01	-1,14

L'opzione D viene scelta dagli studenti che pensano che non sia possibile fare alcuna previsione in quanto non si hanno dati a sufficienza per rispondere; probabilmente indice di una poca abitudine nel ragionare su problemi di geometria in cui non sono presenti dati numerici e in cui non vengono richiesti calcoli. L'opzione B, invece, potrebbe essere scelta dagli studenti che svolgono un errore di conteggio nelle facce del solido. Come si può notare dalle percentuali riportate in tabella (tab. 4) quest'ultima opzione viene scelta solo da una bassissima percentuale di studenti (6%), l'opzione D risulta solo leggermente più attrattiva (13%) e le risposte mancanti sono pressoché nulle. Il distrattore che risulta decisamente più attrattivo risulta essere quindi il C che raggiunge una percentuale di scelta del 45%, maggiore anche della percentuale di scelta della risposta corretta. Quasi la metà degli studenti risponde affermando che la superficie del nuovo solido è minore di quella del cubo e probabilmente questa convinzione deriva proprio da una misconcezione legata alla relazione tra volume e superficie del solido: se il volume

ISBN 9788835101581

del solido diminuisce allora anche la superficie diminuisce. Una misconcezione analoga, relativa al rapporto tra area e perimetro di una figura piana, è stata studiata da D'Amore e Fandiño Pinilla (2005); riprendendo anche altre ricerche analoghe, D'Amore ha evidenziato che la misconcezione secondo cui all'aumentare (diminuire) dell'area di una figura piana corrisponde un aumento (diminuzione) del suo perimetro e viceversa è fortemente radicata in tutti i livelli scolastici (dalla primaria all'università).

Anche dal Distractor plot (fig. 12), si nota quanto sia importante l'impatto del distrattore C; la scelta di tale distrattore influisce infatti molto su livelli bassi di abilità dove viene mitigato anche da una percentuale abbastanza alta di scelta del distrattore D. L'andamento dell'opzione C mostra che sono gli studenti con livelli medi di abilità a essere maggiormente attratti da questa opzione e anche per i livelli alti l'andamento è decrescente ma le percentuali di scelta continuano a essere abbastanza alte.

Se effettivamente, come ipotizzato, il distrattore C viene scelto da chi è influenzato dalla misconcezione sopra descritta possiamo quindi osservare che gli studenti che ne risentono maggiormente sono quelli con abilità medie che quindi faticano maggiormente a distaccarsi dagli esempi e dalle ripetute abitudini di classe.

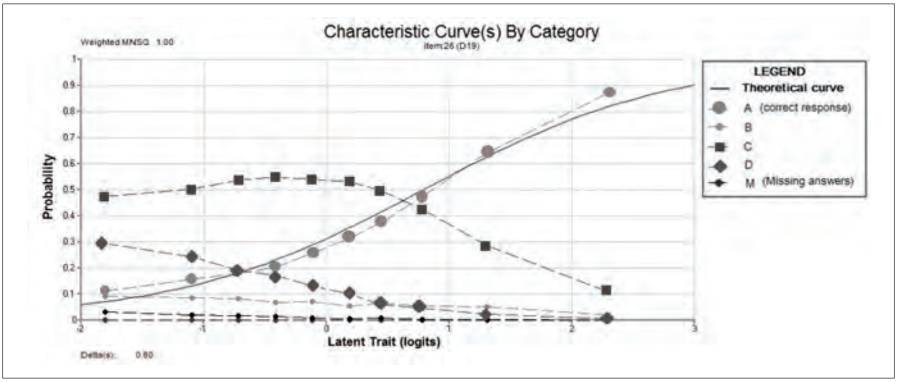


Fig. 12 – Distractor plot del quesito D19 somministrato nella Prova nazionale di Matematica del 2017

4. Conclusioni

Nel presente contributo sono state analizzate alcune domande INVALSI appartenenti a diversi ambiti di contenuto (Numero, Spazio e figure, Relazioni e funzioni) e tratte da prove di diversi livelli scolastici, dalla scuo-

ISBN 9788835101581

la primaria alla scuola secondaria di secondo grado. Da un punto di vista statistico, tutti i quesiti analizzati presentano buone proprietà misuratorie e risultano coerenti con il modello di Rasch utilizzato per l'analisi delle prove. Analizzando i distractor plot di tutti i quesiti si può però osservare che in riferimento a ognuno di essi c'è almeno una curva di un distrattore che presenta un particolare andamento, definito "a pancia".

Effettuando un'analisi qualitativa delle domande, è emerso che questo particolare fenomeno statistico può essere ricondotto a fenomeni ben noti nella ricerca in didattica della Matematica, strettamente legati alle pratiche d'aula e alle specificità della disciplina. Gli esempi riportati sono stati analizzati utilizzando le lenti della didattica della Matematica e sono emerse evidenze riconducibili a due costrutti noti quali il contratto didattico e le misconcezioni.

Il parallelo tra analisi statistica e didattica dei quesiti ha permesso di verificare l'incidenza del contratto didattico e delle misconcezioni e di effettuarne una misura; analizzando l'andamento dei distractor plot si possono infatti evincere i livelli di abilità sui quali questi fenomeni agiscono maggiormente. In particolare si è notato che i fenomeni evidenziati risultano maggiormente evidenti quando si tratta di studenti con livelli di abilità "medi". Questa peculiarità è completamente in linea con la natura stessa dei costrutti utilizzati per interpretare i fenomeni, costrutti strettamente legati alle abitudini di classe e alla ripetitività di compiti e metodi risolutivi, in presenza di poca padronanza dei contenuti e dei concetti in gioco. Da questa prima ricerca emerge che, per quanto riguarda i quesiti analizzati, sia le misconcezioni, sia effetti del contratto didattico sembra influenzino particolarmente studenti con livelli di abilità medi a differenza di altri livelli di abilità: l'andamento "a pancia" dei distrattori rappresentanti i fenomeni indagati potrebbe essere dovuto proprio al fatto che studenti con livelli bassi di abilità non risultano molto legati alla pratica didattica, al contrario, gli studenti più bravi riescono a superare gli ostacoli posti dal legame con la pratica didattica e con l'insegnante. Inoltre, è importante notare che i fenomeni riscontrati sono spesso legati a conoscenze errate o risultanti di cattive pratiche didattiche; questo aspetto quindi si dissocia da assenza di conoscenza o non-partecipazione delle attività d'aula, caratteristiche spesso proprie dei livelli di abilità più bassi misurati nelle prove. Lo stretto legame che hanno questi costrutti con le pratiche d'aula sembrano confermare le analisi statistiche; ulteriori analisi da effettuare su altre tipologie di quesiti che coinvolgono uno spettro più ampio di conoscenze e competenze matematiche, potrebbero confermare questi primi risultati.

ISBN 9788835101581

Riferimenti bibliografici

Barbaranelli C., Natali E. (2005), *I test psicologici: teorie e modelli psicometrici*, Carocci, Roma.

Bolondi G., Branchetti L., Ferretti F., Lemmo A., Maffia A., Martignone F., Matteucci M., Mignani S., Santi G. (2016), *Un approccio longitudinale per l'analisi delle prove INVALSI di Matematica: cosa ci può dire sugli studenti in difficoltà? Report concorso idee per la ricerca*, INVALSI, Roma, pp. 81-102.

Brousseau G. (1980), "L'échec et le contrat", *Recherches*, 41, pp. 177-182.

Brousseau G. (1988), "Le contrat didactique: le milieu", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9 (3), pp. 309-336.

D'Amore B. (1999), *Elementi di Didattica della Matematica*, Pitagora, Bologna.

D'Amore B. (2002), "La ricerca in didattica della matematica come epistemologia dell'apprendimento della matematica", *Scuola & Città*, 4, pp. 56-82.

D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2005), "Area e perimetro Relazioni tra area e perimetro: convinzioni di insegnanti e studenti", *La matematica e la sua didattica*, 2, pp. 165-190.

D'Amore B., Martini B. (1997), "Contratto didattico, modelli mentali e intuitivi nella risoluzione di problemi scolastici standard", *La matematica e la sua didattica*, 2, pp. 150-175.

INVALSI (2017), *Rilevazione nazionale degli apprendimenti 2015-2016*, Rapporto tecnico.

Ferretti F. (2015), *L'effetto "età della Terra". Contratto didattico e principi regolativi dell'azione degli studenti in Matematica*, Dissertation thesis, Alma Mater Studiorum Università di Bologna, PhD in Mathematics http://amsdottorato.unibo.it/7213/4/Ferretti_Federica_Tesi.pdf, data di consultazione 14/11/2019.

Fischbein E. (1985), "Ostacoli intuitivi nella risoluzione di problemi aritmetici elementari", in L. Chini Artusi (a cura di), *Numeri e operazioni nella scuola di base*, Zanichelli-UMI, Bologna, pp. 122-132.

Hambleton R.K., Swaminathan H., Rogers H.J. (1991), *Fundamentals of item response theory*, Sage, Newbury Park (CA), vol. 2.

Impedovo M., Orlandoni A., Paola D. (2011), *Quaderni SNV N.1-MAT. Guida sintetica alla lettura della prova di Matematica*, INVALSI, Frascati.

Giberti C., Zivelonghi A., Bolondi G. (2016), "Gender differences and didactic contract: Analysis of two INVALSI tasks on power properties", *Proceeding of 40th International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 275.

Gestinv 2.0. Archivio interattivo delle prove INVALSI, http://www.gestinv.it (ver. 15.20.2017), data di consultazione 14/11/2019.

Johnson R.B., Onwuegbuzie A.J. (2004), "Mixed methods research: A research paradigm whose time has come", *Educational Researcher*, 33 (7), pp. 14-26.

Rasch G. (1960), *Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests*, Danmarks Paedagogiske Institut, Copenhagen.

ISBN 9788835101581

2. Le prove INVALSI per lo sviluppo di competenze matematiche e di problem solving

di Alice Barana, Marina Marchisio

Questo lavoro di ricerca presenta i risultati della sperimentazione realizzata nell'a.s. 2016/2017 nell'ambito del progetto "Città Educante", con la collaborazione del CNR e del Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino. Obiettivo della ricerca è sviluppare competenze matematiche e di problem solving attraverso metodologie innovative per l'apprendimento della Matematica basate sull'utilizzo di un ambiente virtuale di apprendimento integrato con un ambiente di calcolo evoluto e un sistema di valutazione automatica.

La sperimentazione ha coinvolto 279 studenti di 12 classi di grado 8, 9 e 10 di tre scuole secondarie di Torino. Le attività sperimentali sono state condotte in tre classi per ogni grado, affiancate da una quarta classe di controllo per la verifica dei risultati. Per misurare oggettivamente il miglioramento delle competenze attraverso le metodologie innovative sono state somministrate agli studenti, all'inizio e alla fine della sperimentazione, verifiche composte da domande tratte dalle prove INVALSI relative alla dimensione "Risolvere problemi". Nelle nove classi oggetto della sperimentazione sono state proposte attività di problem solving relative ad argomenti oggetto di studio nel periodo didattico corrente, parte in classe o in laboratorio, parte in piattaforma con un sistema di valutazione automatica. Le attività sono state progettate a partire da domande INVALSI contestualizzate, scelte, sviluppate ed elaborate in modo che la classe potesse acquisire il contenuto matematico dopo aver risolto il problema. Durante la sperimentazione sono stati somministrati questionari che indagano sulle attitudini degli studenti per la Matematica e sulle loro motivazioni intrinseche ed estrinseche allo studio di questa materia; sono inoltre stati effettuati incontri tra ricercatori e docenti per condividere materiali, criticità, difficoltà e punti forza.

I risultati delle verifiche sono stati analizzati sulla base delle risposte ai questionari, dei protocolli osservati durante le attività e degli atteggiamenti dei docenti; sono inoltre stati confrontati con il campione nazionale INVAL-

ISBN 9788835101581

SI, per dedurre quali fattori hanno favorito lo sviluppo di competenze. La discussione dei risultati può suggerire spunti di riflessione utili per migliorare la didattica della Matematica attraverso l'adozione di metodologie innovative, per definire con maggiore precisione le attività di formazione di docenti in servizio e in formazione iniziale e per adottare azioni didattiche coerenti a una logica di promozione di competenze.

1. Introduzione

"Il 65% dei bambini che inizia la scuola quest'anno svolgerà una professione che ora non esiste", ha pubblicato il World Economic Forum nel report *The Future of Jobs* nel gennaio 2016. Si tratta di una frase provocatoria; tuttavia il documento, analizzando i cambiamenti sociali, economici e tecnologici avvenuti negli ultimi anni, prospetta rapide evoluzioni nel mondo del lavoro da qui al 2020 (World Economic Forum, 2016).

Cosa bisogna insegnare dunque a scuola, se conoscenze e abilità che gli studenti apprendono oggi non serviranno più, o saranno superate, nel mondo con cui dovranno interfacciarsi al termine degli studi?

Le istituzioni educative nazionali ed europee da alcuni anni propongono azioni, riforme e indicazioni per portare gli obiettivi della scuola dal piano delle conoscenze a quello delle competenze, intese, citando Pellerey (2004), come la comprovata capacità di far fronte a un compito, o un insieme di compiti, riuscendo a mettere in moto e a orchestrare le proprie risorse interne, cognitive, affettive e volitive, e a utilizzare quelle esterne disponibili in modo coerente e fecondo.

Le armi della scuola per formare adulti competenti, capaci di agire nel mondo in modo autonomo grazie alle risorse che hanno acquisito, sono le discipline. Il documento del 2006 firmato dal Consiglio dell'Unione Europea individua le 8 competenze chiave per l'apprendimento continuo che si coniugano con le discipline scolastiche, ponendo una base su cui ogni nazione ha potuto stilare i propri regolamenti scolastici (European Parliament and Council of European Union, 2006). In particolar modo per la Matematica, le Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e il primo ciclo di istruzione, le Indicazioni nazionali per i licei e le Linee guida per gli istituti tecnici e professionali (MIUR, 2012; MIUR, 2010a; MIUR, 2010b) fanno riferimento alla definizione di competenza matematica quale la capacità di sviluppare e mettere in atto il pensiero matematico per trovare le soluzioni a vari problemi in situazioni quotidiane, mettendo l'accento sugli aspetti del processo, dell'attività e della conoscenza.

ISBN 9788835101581

Dal 2010 l'INVALSI si occupa di valutare il sistema di istruzione italiano nella sua capacità di formare cittadini competenti. Le prove standardizzate in Matematica verificano che gli studenti sappiano "trovare soluzioni a vari problemi in situazioni quotidiane mettendo in atto il pensiero matematico". Le risposte ai quesiti in realtà possono misurare soltanto parzialmente l'acquisizione delle competenze, in quanto difficilmente riescono a mettere in evidenza aspetti attitudinali e metacognitivi (INVALSI, 2017).

D'altro canto, molte delle domande elaborate e inserite nelle prove standardizzate, in particolare quelle relative alla dimensione "Risolvere problemi", viste come situazioni problematiche, possono costituire contesti interessanti per lo sviluppo di competenze nella loro piena accezione. Da questa considerazione è nata l'idea di utilizzare alcuni dei quesiti di Matematica per costruire percorsi di apprendimento innovativi per lo sviluppo di competenze matematiche. Questi percorsi sono stati progettati e sperimentati dal Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino in una sperimentazione nell'ambito del Progetto "Città Educante", in collaborazione con il CNR. I percorsi didattici sono stati costruiti secondo la metodologia del problem posing e problem solving utilizzando un Ambiente di calcolo evoluto (ACE), un sistema di valutazione automatica e un ambiente virtuale di apprendimento (Palumbo e Zich, 2012).

In questo contributo viene presentata la sperimentazione, vengono discusse le metodologie didattiche scelte con degli esempi di materiali utilizzati, vengono infine illustrati e interpretati i risultati, che possono suggerire spunti di riflessione utili per migliorare la didattica della Matematica attraverso l'adozione di metodologie innovative.

2. Stato dell'arte

I presupposti teorici sulla base dei quali sono state elaborate le attività per gli studenti fanno riferimento alla teoria sull'apprendimento situato e alla teoria sulla valutazione formativa.

2.1. Apprendimento situato

In questa ricerca si accoglie la teoria sviluppata da Jean Lave sull'apprendimento situato, di matrice socioculturale, secondo cui l'apprendimento avviene durante l'interazione sociale tra i membri di una comunità impegnata nello svolgimento di un'attività, ed è frutto dell'attività, del contesto

ISBN 9788835101581

e della cultura in cui avviene (Lave, 1991). Nel suo impiego didattico, questa teoria richiede che la comunità degli studenti sia posta di fronte ad attività contestualizzate ed esperienze reali, anche con l'utilizzo delle tecnologie. Deve essere dato spazio alle interazioni sociali, cruciali per l'apprendimento. Il ruolo del docente da "trasmettitore" di conoscenze diventa tutor, facilitatore, con il compito di scegliere le esperienze più adeguate perché gli studenti possano maturare le competenze previste e accompagnarli in questo processo.

L'utilizzo delle tecnologie può offrire simulazioni della realtà, strumenti che diventano parte del sistema con cui lo studente interagisce oppure ambienti virtuali in cui le interazioni sociali sono facilitate (Bridges *et al.*, 2016).

2.2. Valutazione formativa

Nel progettare le attività si è voluto porre attenzione a offrire agli studenti opportunità di valutazione formativa durante l'intero percorso. Si sceglie la definizione di valutazione formativa proposta da Paul Black e Dylan William (2009), secondo cui una pratica in classe è formativa nella misura in cui evidenze dei traguardi raggiunti dagli studenti vengono ricercate, interpretate e utilizzate dai docenti, dagli studenti o dai compagni per prendere decisioni sui prossimi passi nel processo educativo che siano migliori, o meglio fondate, rispetto alle decisioni che avrebbero potuto essere prese in assenza di quelle evidenze che sono state ricercate.

In particolare le strategie di valutazione formativa coinvolgono studenti, docenti e pari e sono volte a:

– chiarire e condividere gli obiettivi dell'apprendimento e i criteri per raggiungere il successo;
– architettare discussioni efficaci e attività in grado di mettere in evidenza quanto gli studenti abbiano capito;
– fornire feedback che facciano progredire l'apprendimento;
– attivare gli studenti come risorse educative gli uni per gli altri;
– attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento.

I feedback che gli studenti potevano ottenere nelle attività in classe oppure per mezzo degli strumenti tecnologici utilizzati sono stati elaborati seguendo il modello di Hattie e Timperley (2007), allo scopo di ridurre la discrepanza tra traguardo atteso e livello raggiunto. Si assume inoltre la classificazione dei livelli di azione di un feedback proposta dagli stessi autori:

– *task level*, quando il feedback dà informazioni su come il compito è stato svolto e su come lo studente ha risposto alla domanda;

ISBN 9788835101581

– *process level*, quando fornisce informazioni sul processo da eseguire per rispondere alle domande;
– *self-regulation level*, quando aiuta lo studente nell'autogestione dei processi e delle azioni;
– *self level*, quando dà una valutazione personale dello studente.

3. Metodologie adottate

Nella sperimentazione è stato adottato un insieme di metodologie per l'apprendimento della Matematica, proposte dal Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino, sperimentate in numerosi progetti a livello locale, territoriale, nazionale ed europeo e ritenute vincenti per l'efficacia provata (Barana *et al.*, 2017a).

3.1. Problem posing e problem solving

Utilizzare il problem solving per l'apprendimento della Matematica è una delle strategie che meglio si coniuga con l'apprendimento situato e la didattica per competenze. Il problem solving è concettualizzato attraverso un processo in quattro fasi:
1) si parte da una situazione problematica reale oppure rilevante per un'altra disciplina esterna alla Matematica, capace di richiamare l'attenzione degli studenti e interessante per il contenuto matematico che la risoluzione coinvolge;
2) gli studenti elaborano strategie risolutive, collaborando tra di loro in presenza oppure online e/o discutendo con l'insegnante, anche con l'utilizzo di appropriati strumenti tecnologici;
3) la strategia risolutiva individuata viene quindi sintetizzata, individuando la componente matematica che modellizza il problema;
4) la soluzione del problema viene generalizzata ed estesa a un caso universale che coinvolge diverse variabili. Qui avviene il processo di astrazione matematica, che porta a individuare e risolvere una varietà di problemi simili, ed è facilitato dall'utilizzo di opportune tecnologie che consentano la simulazione.

La risoluzione del problema non solo necessita della Matematica, ma consente anche di rafforzare le competenze: l'apprendimento avviene durante l'interazione con il problema, con gli strumenti tecnologici, con la comunità e con la Matematica.

ISBN 9788835101581

Grande importanza è data anche al problem posing, che deve essere adeguatamente strutturato dal docente per permettere che diventi un'esperienza di apprendimento per gli studenti (Brancaccio *et al.*, 2015).

3.2. Utilizzo di un Ambiente di calcolo evoluto

Durante le quattro fasi di problem solving si utilizza un Ambiente di calcolo evoluto, uno strumento che consente di effettuare calcolo numerico e simbolico, visualizzazione geometrica in due e tre dimensioni, animazioni, simulazioni con componenti interattive e di disporre tutto all'interno di un unico testo in modo elegante e comprensivo, molto adatto alla risoluzione di problemi. Se i processi di modellizzazione e di rappresentazione sono strettamente interconnessi nelle attività di problem solving (Lesh e Leher, 2009), un ACE consente agli studenti di rappresentare il loro ragionamento e scegliere il tipo di modellizzazione più consono al proprio stile di apprendimento o di interpretazione della situazione problematica (Barana *et al.*, 2017b). In particolare in questa sperimentazione l'ACE Maple è stato impiegato dagli studenti oppure dai docenti per elaborare materiali interattivi.

3.3. Valutazione formativa automatica adattiva

Per la valutazione formativa individuale si utilizza un sistema di valutazione automatica particolarmente adatto alla Matematica, il cui motore è basato sull'ACE Maple (Maple TA). Questo sistema consente di inserire risposte matematiche aperte, riconosciute per la loro equivalenza matematica alla risposta corretta, parametri che variano casualmente, algoritmi, formule, grafici e calcoli eseguiti automaticamente. È inoltre possibile impostare percorsi adattivi per il problem solving. Nella sperimentazione è stato adoperato per creare piccoli problemi contestualizzati con dati parametrici, di cui si chiede il risultato finale. Nel caso lo studente non dia la risposta corretta, gli viene presentata una possibile risoluzione guidata del problema. La domanda offre allo studente sia un feedback sulla prestazione effettuata (*task level*: giusto/sbagliato), sia un feedback *interattivo* sul processo che avrebbe dovuto eseguire per rispondere (*process level*): lo studente è infatti guidato a ripercorrere in modo attivo il processo di risoluzione; potrà poi effettuare un secondo tentativo e risolvere autonomamente un nuovo problema, avendo imparato un metodo. Il feedback agisce inoltre a livello metacognitivo (*self-regulation level*) promuovendo l'autonomia, la consapevolezza del proprio

ISBN 9788835101581

livello di apprendimento, la fiducia in sé stessi, la possibilità di imparare dai propri stessi errori (Barana e Marchisio, 2016).

3.4. Ambiente virtuale di apprendimento

I problemi risolti con l'ACE e le domande di valutazione formativa sono inserite, insieme ad altre risorse, attività relazionali o interattive, all'interno di un ambiente di apprendimento virtuale (VLE). Per la sperimentazione è stato scelto Moodle, integrato sia con Maple sia con Maple TA senza alcun costo per lo studente, ed è stata aperta un'istanza dedicata sulla piattaforma dell'Università di Torino. Un VLE consente di tenere traccia di tutto il materiale e di come è organizzato e inoltre di costruire, o in questo caso estendere, la comunità di apprendimento. Se già nel problem solving aveva assunto un ruolo diverso, qui la figura del docente cambia radicalmente diventando tutor che progetta le attività per gli studenti e monitora il loro apprendimento.

4. La sperimentazione "Città Educante"

La sperimentazione effettuata si colloca all'interno del Progetto "Città Educante", di cui il CNR è uno dei partner, ed è stata svolta in collaborazione con il Dipartimento di Matematica "Giuseppe Peano" dell'Università di Torino. Le attività sono state elaborate ed effettuate dalle autrici, afferenti al Dipartimento, in collaborazione con l'esperto INVALSI prof.ssa Rossella Garuti.

La sperimentazione si è svolta nella primavera 2017 e ha coinvolto un totale di 279 studenti di 12 classi di tre scuole secondarie della Città di Torino, ripartite in 3 gradi:

– 3 classi terza secondaria di primo grado (grado 8);
– 3 classi prima liceo scientifico (grado 9);
– 3 classi seconda liceo scientifico (grado 10).

Inoltre per ogni grado è stata scelta una classe di controllo appartenente alla stessa scuola, o a una delle scuole, delle classi in cui si è svolta l'attività sperimentale.

Gli studenti di tutte le classi hanno svolto una prova d'ingresso e hanno risposto a un questionario sul loro rapporto con la Matematica. Per ogni grado sono stati scelti, in collaborazione con i docenti di Matematica delle classi, due argomenti in accordo con la programmazione didattica di ciascuna classe:

ISBN 9788835101581

– per i gradi 8 e 9 sono stati scelti statistica ed equazioni di primo grado (argomenti non ancora trattati durante l'anno scolastico);
– per il grado 10 sono stati scelti equazioni di secondo grado e sistemi lineari (argomenti già affrontati a livello iniziale dai docenti, ma non approfonditi).

Per ogni argomento sono state proposte le seguenti attività:

– alcune domande-stimolo, costruite a partire da domande INVALSI e riprodotte con la valutazione automatica attraverso la piattaforma, da utilizzare in classe o in laboratorio a piccoli gruppi, promuovendo l'interazione e il confronto tra gli studenti. Le domande-stimolo sono state studiate per coinvolgere i concetti fondamentali dell'argomento scelto, con la funzione di pretesto per aprire una discussione con l'insegnante sull'argomento;
– un problema aperto, da risolvere in classe a piccoli gruppi, utilizzando l'ACE nel caso le classi già lo padroneggiavano, oppure con carta e penna. Le soluzioni dei gruppi venivano poi proposte al resto della classe e il processo di risoluzione discusso con il docente;
– problemi con valutazione automatica ed eventuale risoluzione guidata da svolgere in piattaforma, in sostituzione dei classici "compiti per casa". Le attività sono state progettate a partire da domande INVALSI, prevalentemente relative alla dimensione "risolvere problemi", ampliate o rielaborate.

Sono state stimate almeno 15 ore di lavoro per ogni classe in cui si è svolta la sperimentazione, mentre le classi di controllo hanno svolto gli stessi argomenti con metodologie tradizionali.

Gli insegnanti coinvolti sono stati in tutto 11, uno per classe, ad eccezione della classe seconda di controllo, la cui docente insegnava anche in una seconda che ha seguito le attività sperimentali. Alcuni dei docenti avevano già partecipato ad attività di formazione specifica sulle metodologie proposte, ma non le utilizzavano regolarmente in classe.

5. Metodologia di ricerca

Il miglioramento delle competenze matematiche degli studenti è stato misurato attraverso la somministrazione di una verifica iniziale e una finale, simili nella struttura, sia alle classi che hanno svolto le attività sperimentali, sia alle classi di controllo. Le prove erano composte da 10 quesiti tratti dalle prove INVALSI relativi alla dimensione "Risolvere problemi" da svolgere in 30 minuti. Sono state somministrate in forma cartacea a tutti gli studenti.

ISBN 9788835101581

Mentre la prova iniziale comprendeva domande di ogni ambito (3 di numeri, 3 di relazioni e funzioni, 2 di spazio e forma e 2 di dati e previsioni), la prova finale comprendeva soltanto domande relative agli argomenti affrontati durante il percorso sperimentale. Le prove per le classi di grado 8 e 9 erano identiche.

La motivazione e l'interesse degli studenti nei confronti della Matematica è stato misurato attraverso un questionario iniziale proposto a tutte le classi, con domande in scala Likert con risposta da 1 a 5 sulle loro motivazioni intrinseche ed estrinseche allo studio della disciplina.

Il gradimento delle attività sperimentali è stato misurato attraverso un questionario, rivolto esclusivamente agli studenti della classi che le hanno svolte, compilato al termine delle attività, con domande in scala Likert e domande aperte sull'apprezzamento e sull'efficacia delle metodologie proposte (problemi, valutazione automatica, attività in classe).

La quasi totalità delle lezioni in classe sono state svolte in compresenza con la dott.ssa Alice Barana, che ha collaborato con il docente nella gestione delle attività di gruppo e nell'utilizzo degli strumenti tecnologici e ha raccolto osservazioni sulle risposte e sugli atteggiamenti della classe.

Gli insegnanti hanno risposto a un questionario iniziale sulle aspettative che nutrivano nel progetto e uno finale sul bilancio dell'esperienza; hanno inoltre partecipato a un focus group al termine. Al termine della sperimentazione è stata eseguita un'analisi quantitativa dei dati raccolti per mezzo di questionari, verifiche, log e valutazioni delle attività in piattaforma. È stato inoltre eseguito un confronto tra i risultati delle prove di verifica iniziali e finali e i risultati delle stesse.

I genitori hanno firmato una liberatoria per l'utilizzo a soli scopi didattici e di ricerca dei dati degli studenti registrati in classe e in piattaforma.

6. Esempio di attività

Per chiarire come le attività sono state progettate e create, si propone e discute un esempio relativo alle attività di statistica proposte sia alla classe terza secondaria di primo grado sia alla prima liceo. Nei due gradi gli stessi materiali sono stati proposti con metodi differenti, adatti al tipo di classe e scuola; si illustra di seguito come sono avvenute le lezioni, concentrandosi principalmente sulle classi di grado 8.

ISBN 9788835101581

6.1. Domande stimolo

Il modulo di statistica inizia con tre domande stimolo implementate con il sistema di valutazione automatica: la prima relativa alla rappresentazione grafica di alcuni dati e della loro media attraverso un grafico a dispersione (fig. 1), la seconda relativa all'interpretazione di dati in una tabella e alla loro media ponderata (fig. 2), la terza relativa a una rappresentazione grafica della moda (fig. 3).

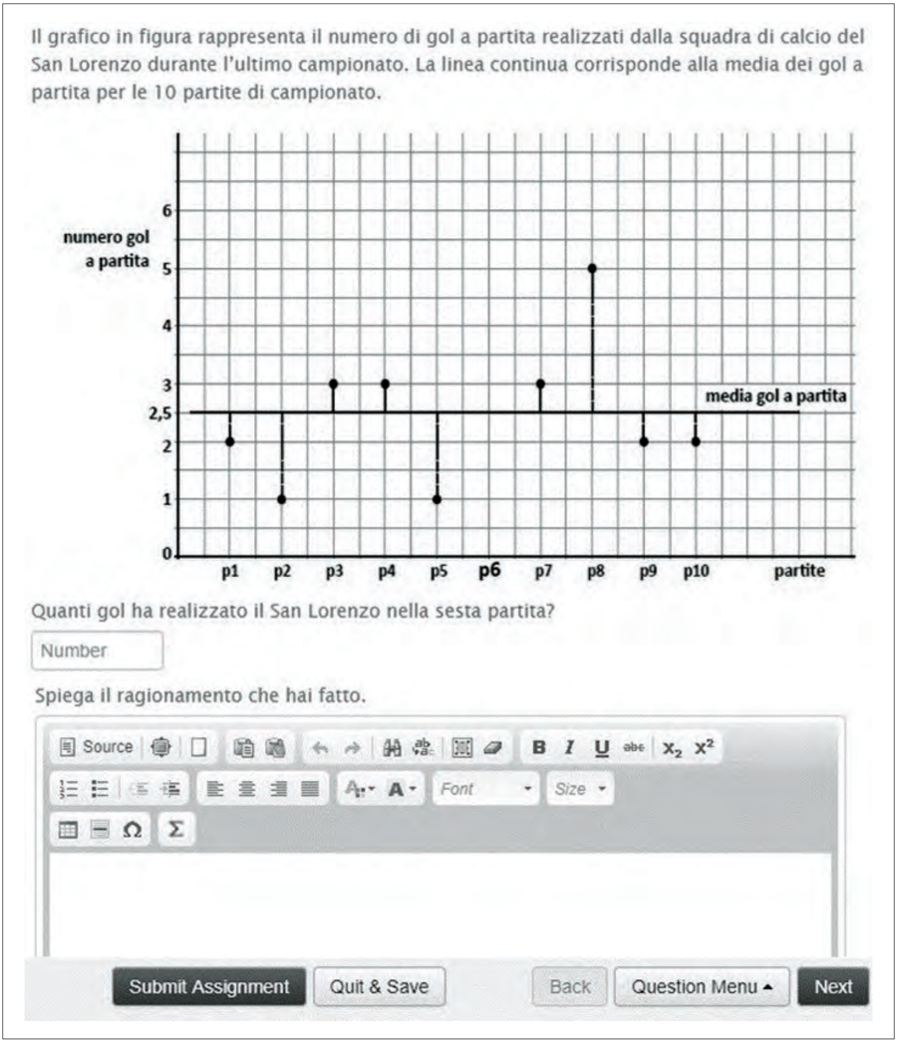


Fig. 1 – Prima domanda stimolo di statistica: la media

ISBN 9788835101581

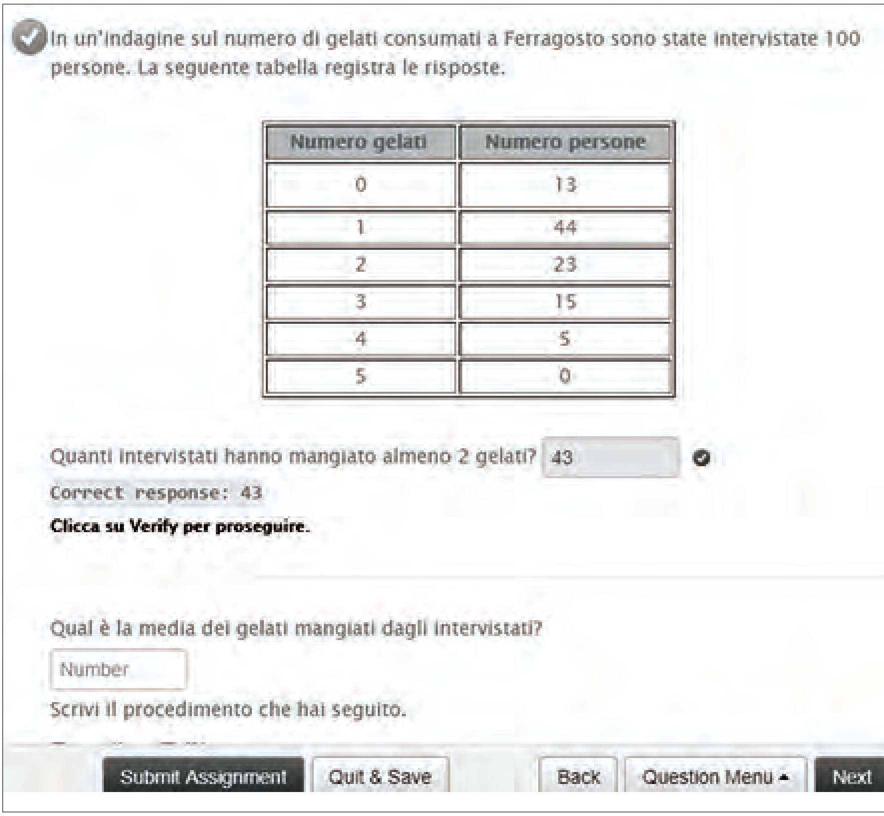


Fig. 2 – Seconda domanda stimolo di statistica: la media ponderata

I tre quesiti sono tratti da prove INVALSI e adattati alla valutazione automatica: la risposta da scelta multipla è stata trasformata in aperta ed è stato aggiunto uno spazio in cui si chiedeva allo studente di descrivere il proprio ragionamento. Le domande stimolo sono state utilizzate con le classi terze secondaria di primo grado durante una lezione in classe, in 90 minuti di tempo. Ogni domanda veniva proiettata utilizzando la Lavagna interattiva multimediale (LIM) e gli studenti, divisi in gruppi di 3, dovevano trovare la soluzione e scriverla su un foglio, descrivendo anche il procedimento seguito. Ogni gruppo poi veniva chiamato a proporre ad alta voce la propria soluzione; la più frequente veniva scelta, inserita come risposta in piattaforma e verificata in modo automatico. Una volta stabilita la risposta corretta, a un rappresentante di ogni gruppo veniva chiesto di illustrare alla classe il proprio ragionamento. Le tre domande sono poi state utilizzate per spiegare, a partire dagli esempi, le rappresentazioni grafiche e tabulari dei dati, la media e la moda.

ISBN 9788835101581

In prima liceo la stessa attività è stata proposta agli studenti in modo autonomo, in laboratorio, seguita da una discussione sui risultati e sulle risposte.

6.2. Problemi contestualizzati

In seguito alle attività sulle domande stimolo, agli studenti è stato proposto un problema più aperto, che riguarda le frequenze assolute e percentuali, le rappresentazioni dei dati in forma tabulare e grafica e la media ponderata (fig. 3). Questo problema è stato inventato in collaborazione con gli insegnanti appositamente per questa lezione.

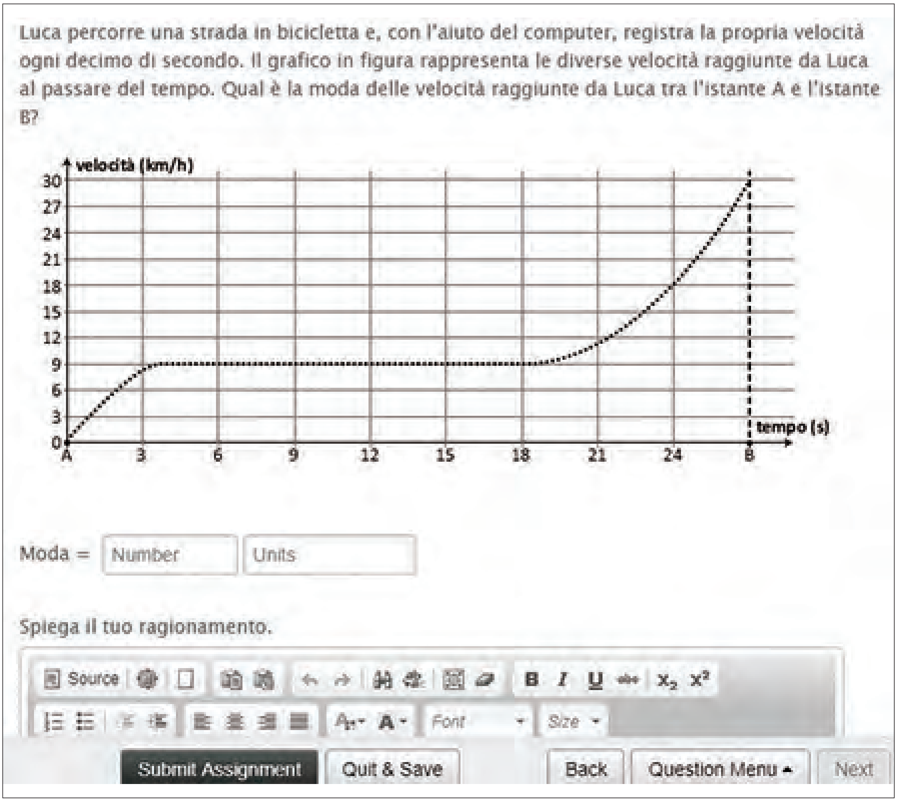


Fig. 3 – Terza domanda stimolo di statistica: la moda

Nelle classi terze il problema è stato risolto in classe a gruppi, in modo simile a come fatto per le domande stimolo, con un controllo passo a passo; in

ISBN 9788835101581

prima liceo invece gli studenti l’hanno risolto autonomamente in laboratorio con l’ACE, sotto la guida dell’insegnante per dettare i tempi, vedere insieme i passaggi che creavano più difficoltà, confrontare i risultati. In entrambi i casi al termine della risoluzione sono stati riepilogati i fondamenti teorici coinvolti nel problema, e sono stati lasciati, illustrati all’interno del file, a disposizione in piattaforma.

6.3. Attività in piattaforma

All’interno della piattaforma dedicata al progetto è stato creato un corso dedicato a ogni classe, all’interno del quale potevano accedere studenti e docenti delle classi, ricercatori e professori coinvolti nella sperimentazione. Nel corso sono stati caricati, per ogni argomento:

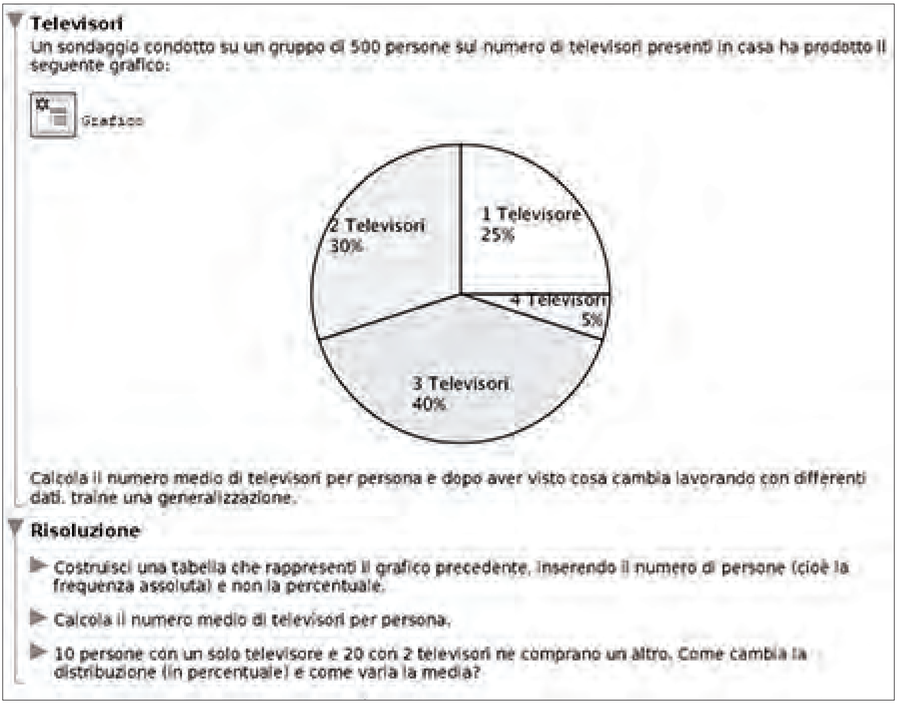


Fig. 4 – Problema di statistica: televisori

– le domande stimolo che, anche se viste in classe, potevano essere ripetute anche a casa;

ISBN 9788835101581

– il problema contestualizzato con una risoluzione proposta, una generalizzazione, la spiegazione della Matematica utile per spiegare l'argomento;
– esercizi con valutazione automatica da svolgere a casa.
Inoltre erano presenti un forum e questionari per gli studenti (fig. 5).

Fig. 5 – Corso online per gli studenti

In fig. 6 e fig. 7 è visibile un esempio di esercizio di statistica valutato automaticamente a disposizione in piattaforma. L'esercizio è algoritmico, i numeri variano ogni volta che gli studenti aprono la domanda. È tratto da una domanda INVALSI ma ampliato e adattato alla valutazione automatica formativa.

ISBN 9788835101581

E' stato effettuato un sondaggio su un campione di 5000 donne in età compresa tra i 25 e i 50 per conoscere la loro opinione su una rivista mensile che riguarda la salute. Si sono ottenuti i seguenti risultati:

	Occupate	Disoccupate
Giudizio positivo	1519	1108
Giudizio negativo	1035	1338

Qual è la percentuale di donne che ha espresso un giudizio positivo?

Arrotonda il risultato alla seconda cifra decimale. Utilizza il punto come separatore decimale. Esempio: 25.19

Number

Qual è la percentuale di donne disoccupate che ha partecipato al sondaggio?

Arrotonda il risultato alla seconda cifra decimale. Utilizza il punto come separatore decimale. Esempio: 25.19

Number

Seleziona i grafici che rappresentano correttamente la situazione.

Fig. 6 – Domanda di statistica con valutazione automatica – parte 1

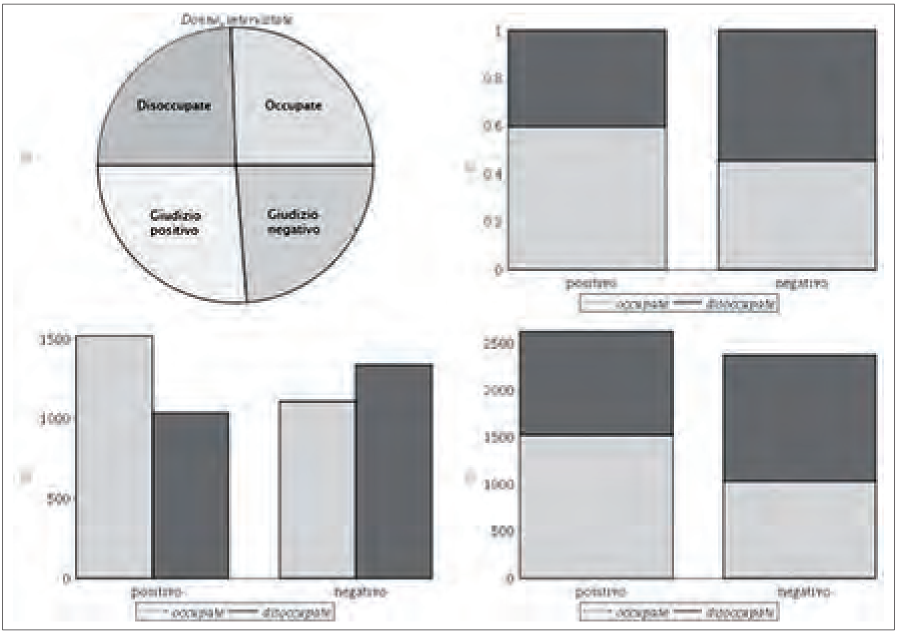


Fig. 7 – Domanda di statistica con valutazione automatica – parte 2

ISBN 9788835101581

7. Risultati e discussione

7.1. Limiti della ricerca

La sperimentazione ha coinvolto diverse classi ma in un periodo di tempo ristretto, verso il termine dell'anno scolastico, con poche ore previste durante le lezioni scolastiche. Qualunque supposizione fondata sui risultati quantitativi della sperimentazione rischia di essere poco attendibile dal punto di vista scientifico.

Ciononostante è necessario tenere conto di una grande differenza su come il progetto è stato condotto nelle scuole secondarie di primo grado rispetto al liceo. Da una parte, nelle classi liceali gli studenti erano, in generale, molto interessati alla Matematica, studiosi e avevano un rendimento scolastico medio decisamente elevato (affermazioni supportate dai risultati del questionario iniziale per gli studenti e dai risultati delle prove INVALSI dell'Istituto); inoltre la prova finale non era di livello sufficientemente alto per mostrare differenze nell'apprendimento tra gli studenti. È risultato dunque difficile evidenziare miglioramenti significativi dopo le attività proposte. Inoltre i docenti, benché avessero fiducia nell'efficacia delle metodologie proposte, come hanno affermato nel questionario iniziale, non avevano eccessiva necessità di stimolare i loro allievi allo studio, mentre erano più preoccupati di terminare gli argomenti programmati, dunque non hanno esteso le metodologie proposte al di fuori delle attività previste. Nelle secondarie di primo grado invece le classi erano molto più eterogenee e i docenti hanno trovato nelle metodologie proposte un grande supporto per motivare e aiutare tutti i loro studenti, soprattutto quelli delle fasce più deboli. L'urgenza di fornire una buona preparazione per la prova INVALSI è stata un'ulteriore motivazione per i docenti a riporre molta fiducia nelle attività proposte, trasmettendola agli studenti che si sono impegnati molto. Questi docenti hanno inoltre utilizzato altri materiali di loro produzione costruiti con le stesse metodologie e validati dall'Università, incrementando dunque il tempo che gli studenti hanno trascorso apprendendo attraverso le metodologie innovative.

Per questo motivo prenderemo principalmente in considerazione, nella discussione seguente, i risultati relativi alle classi di grado 8.

7.2. Risultati delle verifiche

Per le verifiche iniziali e finali sono state calcolate le percentuali di risposta corretta di tutte le domande per ogni classe (ogni item è stato valutato

ISBN 9788835101581

separatamente); sono inoltre state estratte le percentuali di risposta corretta delle stesse domande relative al campione nazionale. I dati completi sono riportati nella tab. 1; si riferiscono a un totale di 70 studenti, di cui 48 hanno lavorato con metodologie sperimentali e 22 fanno parte della classe di controllo. Aggregando le tre classi in cui si sono svolte attività sperimentali e calcolando la media sull'intera verifica, si nota che:

– nelle verifiche iniziali, la media delle percentuali di risposte corrette delle classi del campione sperimentale è pari a quella della classe di controllo ed è di 3 punti percentuali inferiore rispetto al campione nazionale;
– nelle verifiche finali invece le classi del campione sperimentale hanno ottenuto un punteggio medio maggiore di 2 punti in percentuale rispetto al campione nazionale, mentre la classe di controllo è rimasta 3 punti sotto il campione nazionale.

Dunque, valutate rispetto al campione nazionale, le classi che hanno svolto attività sperimentali sono migliorate maggiormente rispetto alla classe di controllo, che ha mantenuto lo stesso livello.

Tab. 1 – Percentuali di risposta corretta nelle verifiche iniziali e finali per tipo di classe

Verifica		*Campione nazionale*	*Classi Città Educante*	*Classi sperimentali*	*Classe di controllo*
Iniziale	Numero di item	18	18	18	18
	Media	48,53	45,17	45,14	45,24
	Mediana	45,70	41,30	40,63	42,86
	Deviazione std.	25,18	21,27	21,67	24,07
Finale	Numero di item	24	24	24	24
	Media	65,97	66,48	67,82	63,49
	Mediana	67,50	66,18	65,98	64,29
	Deviazione std.	15,917	15,33	15,36	17,63

7.3. Gradimento delle attività

Se i risultati delle verifiche, per quanto interessanti, sono basati su numeri limitati di studenti e di ore impiegate nel progetto, più significative risultano le analisi del gradimento delle attività. Già dalle osservazioni in classe e dai confronti con i docenti si è potuto constatare che gli studenti erano molto più attenti del solito e riuscivano a mantenere per molto più tempo la concentrazione. Secondo il parere dei docenti, questo è dovuto alla scelta di contesti reali come ambiente di apprendimento, al lavoro di gruppo, al confronto tra

ISBN 9788835101581

i gruppi e all'utilizzo di strumenti digitali innovativi. Nei pochi istanti di attesa mentre si inseriva una risposta nel sistema e questa veniva elaborata dal computer, si creavano per la classe veri momenti di suspense. L'attenzione rimaneva alta anche quando i gruppi raccontavano agli altri come avevano ragionato: sempre in modi diversi, non per questo sbagliati.

Queste osservazioni qualitative sono supportate dalle opinioni degli studenti, espresse nel questionario finale e riepilogate nella tab. 2. Hanno risposto al questionario 46 studenti sui 48 delle classi che hanno svolto attività sperimentali (pari al 96%). Hanno trovato particolarmente utili le attività in generale, i problemi e la valutazione automatica per capire meglio gli argomenti di studio. In tutti questi casi la percentuale delle risposte decisamente positive (molto o moltissimo, corrispondenti a 4 o 5 nella scala Likert) è pari o superiore al 50%. Ancora di più gli studenti hanno apprezzato collaborare con i compagni, avere immediatamente la risposta corretta e poter ripetere gli esercizi più volte: in questi casi le risposte decisamente positive superano il 60%. Si noti che a nessuna di queste domande la percentuale di risposta negativa (per nulla o poco, corrispondenti a 1 o 2 nella scala Likert) è superiore al 20%.

Tab. 2 – Risposte degli studenti al questionario finale

Domande	*Media*	*Dev. std.*	*Percentuali di risposte*				
			1	*2*	*3*	*4*	*5*
In che misura le attività proposte sono state utili per capire meglio gli argomenti di Matematica trattati?	3,59	0,91	0,00	13,00	30,40	41,30	15,20
In che misura risolvere i problemi è stato utile per capire meglio gli argomenti di Matematica trattati?	3,61	0,80	0,00	6,50	39,10	41,30	13,00
In che misura hai apprezzato collaborare con i tuoi compagni per risolvere i problemi?	3,78	1,11	4,30	8,70	21,70	34,80	30,40
In che misura risolvere gli esercizi in piattaforma è stato utile per capire meglio gli argomenti di Matematica trattati?	3,24	1,10	8,70	13.00	34,80	32,60	10,90
In che misura è stato utile avere a disposizione la valutazione automatica immediatamente dopo la tua risposta?	3,74	1,27	6,50	10,90	23,90	19,60	39,10
In che misura hai apprezzato poter rifare gli esercizi più volte?	3,67	1,27	8,70	10,90	15,20	34,80	30,40

ISBN 9788835101581

Attraverso una lettura delle risposte alla domanda aperta “Qual è l’aspetto che hai apprezzato maggiormente?” emerge che gli studenti hanno apprezzato le attività in classe e i problemi perché diversi dal solito, più interessanti e divertenti; collaborare tra di loro per capire meglio; la valutazione automatica perché permetteva di vedere subito se la risposta data era corretta e capire il motivo dell’errore. Dunque le attività collaborative e la valutazione formativa, su cui si sono basate le attività proposte, hanno ottenuto in queste classi l’effetto desiderato. Oltre al miglioramento delle capacità di risolvere problemi, risultati come l’apprezzamento delle attività, l’interesse dimostrato e l’aver capito le proprie difficoltà permettono di porre le basi per lo sviluppo di competenze matematiche.

7.4. Strategie di valutazione formativa

Le attività sperimentali sono state analizzate attraverso il modello di valutazione formativa di Black e William sintetizzato nel secondo paragrafo di questo contributo.

1) L’adesione delle classi alla sperimentazione era stata inizialmente discussa dai docenti direttamente con gli studenti, e poi ripetuta all’inizio delle attività in presenza, condividendo in questo modo gli obiettivi dell’apprendimento.
2) La richiesta a ogni gruppo di spiegare la propria risoluzione dei quesiti e dei problemi ha consentito di far nascere discussioni efficaci per mettere in evidenza quanto gli studenti abbiano capito.
3) I feedback interattivi nelle domande con la valutazione automatica sono stati progettati per far progredire l’apprendimento.
4) Nei lavori di gruppo gli studenti sono stati attivati come risorse educative gli uni per gli altri.
5) Le attività in piattaforma, da svolgere autonomamente sotto la guida degli strumenti automatici, hanno permesso di attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento.

8. Conclusioni

Come già fatto notare in precedenza, il basso numero di partecipanti e la breve durata della sperimentazione non consentono ai risultati quantitativi di avere carattere generale e di essere utilizzati per dimostrare l’efficacia delle metodologie proposte. Tuttavia i risultati qualitativi di questa sperimentazione

ISBN 9788835101581

mettono in luce come l'utilizzo delle metodologie del problem posing e problem solving, con un ambiente di calcolo evoluto, un sistema di valutazione automatica e un ambiente di apprendimento virtuale, possa favorire l'apprendimento della Matematica e lo sviluppo di competenze. Alla luce di questi risultati è in fase di progettazione una prosecuzione della sperimentazione che coinvolgerà soltanto classi di grado 8, i cui docenti e studenti si sono dimostrati più recettivi per questo tipo di metodologie, in cui saranno allargati il numero di partecipanti e il numero di ore dedicate alle attività sperimentali nel tentativo di ottenere risultati significativi anche dal punto di vista quantitativo.

Le domande tratte dalle prove INVALSI sono state apprezzate dagli studenti e, adattate alle metodologie innovative scelte, sono diventate occasione di apprendimento per gli studenti, non solo di verifica, motivo per cui sono nate.

Ha inciso moltissimo nella sperimentazione la fiducia riposta dal docente in queste metodologie e l'utilizzo anche autonomo e indipendente da parte del docente degli strumenti proposti. Qui si evidenzia la necessità di formazione dei docenti su queste metodologie anche su più ampia scala, in modo che simili sperimentazioni non rimangano occasioni limitate di apprendimento innovativo per gli studenti, ma entrino sistematicamente nelle classi diventando l'approccio comune alla Matematica.

Riferimenti bibliografici

Barana A., Marchisio M. (2016), "Ten good reasons to adopt an automated formative assessment model for learning and teaching Mathematics and scientific disciplines", *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 228, pp. 608-613.

Barana A., Brancaccio A., Esposito M., Fioravera M., Marchisio M., Pardini C., Rabellino S (2017a), "Problem solving competence developed through a virtual learning environment in a European context", in *Proceedings of the 13th International Scientific Conference "eLearning and Software for Education", Bucharest*, vol. 1, "CAROL I" National Defence University Publishing House, Bucharest, pp. 455-463.

Barana A., Fioravera M., Marchisio M. (2017), "Developing problem solving competences through the resolution of contextualized problems with an Advanced Computing Environment", in *Proceedings of the 3rd International Conference on Higher Education Advances (HEAd'17)*, Editorial Universitat Politècnica de València, pp. 1015-1023.

Black P., Wiliam, D. (2009), "Developing the theory of formative assessment", Educational Assessment, *Evaluation and Accountability*, 21, pp. 5-31.

Brancaccio A., Demartini C., Marchisio M., Palumbo C., Pardini C., Patrucco A., Zich R. (2015), "Problem posing and Solving: Strategic Italian Key Action to En-

ISBN 9788835101581

hance Teaching and Learning of Mathematics and Informatics in High School", in *Proceedings of 2015 IEEE 39th Annual Computer Software and Applications Conference (COMPSAC)*, IEEE Computer Society Conference Publishing Services, Taichung, pp. 845-850.

Bridges S., Chan L., Hmelo-Silver C. (2016), "Situated Learning and Educational Technologies: Theory and Practice", in S. Bridges, L. Chan, C. Hmelo-Silver (*eds.*), *Educational Technologies in Medical and Health Sciences Education. Advances in Medical Education*, Springer, Cham.

European Parliament and Council of European Union (2006), "Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006 on key competences for lifelong learning", *Official Journal of the European Union*, 349, 30 December, pp. 10-18.

Hattie J., Timperley H. (2007), "The Power of Feedback", *Review of Educational Research*, 77, 1, pp. 81-112.

INVALSI (2017), *Il Quadro di riferimento delle prove di Matematica del Sistema nazionale di valutazione*, https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static &pag=qdr, data di consultazione 14/11/2019.

Lave J. (1991), "Situating Learning in Communities of Practice", in L.B. Resnick, J.M. Levine, S.D. Teasley (*eds.*), *Perspectives on Socially Shared Cognition*, American Psychological Association, Washington, pp. 63-82.

Lesh R., Leher R. (2009), "Models and Modeling Perspectives on the Development of Students and Teachers", *Mathematical Thinking and Learning*, 5, 2-3, pp. 109-129.

MIUR (2010a), *Indicazioni nazionali riguardanti gli obiettivi specifici di apprendimento concernenti le attività e gli insegnamenti compresi nei piani degli studi previsti per i percorsi liceali*, Roma.

MIUR (2010b), *Istituti tecnici: linee guida per il passaggio al nuovo ordinamento*, Roma.

MIUR (2012), *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*, Roma.

Palumbo C., Zich R. (2012), "Matematica e informatica: costruire le basi di una nuova didattica", *Bricks*, 2, 4, pp. 10-19.

Pellerey M. (2004), *Le competenze individuali e il portfolio*, La Nuova Italia Scientifica, Roma.

World Economic Forum (2016), *The Future of Jobs. Employment, Skills and Workforce Strategy for the Fourth Industrial Revolution*, http://reports.weforum.org/future-of-jobs-2016/, data di consultazione 14/11/2019.

ISBN 9788835101581

3. La Matematica nelle prove INVALSI per la quinta primaria del 2016: dall'analisi degli esiti di una scuola a una sperimentazione disciplinare

di Fabio Brunelli, Chiara Saletti

Gli autori riportano una lettura dei risultati dell'istituto comprensivo di appartenenza, riguardo al fascicolo di Matematica proposto alle classi quinte della scuola primaria nel maggio 2016. Hanno posto la loro attenzione ai fascicoli cartacei di una classe, osservando i protocolli originali degli allievi. Hanno poi preso in considerazione alcuni quesiti, ritenuti a loro giudizio più significativi, e li hanno riproposti agli alunni di due classi quinte all'inizio dell'anno scolastico 2017/18, chiedendo loro di argomentare la risposta e il procedimento seguito. Gli autori hanno infine intervistato gli alunni discutendo con essi i loro prodotti.

Si ritiene che questo tipo di lavoro, in parte quantitativo e in parte qualitativo, metta in luce difficoltà, errori e misconcezioni degli allievi riguardo alla Matematica e possa essere utile per la formazione dei docenti in servizio e il miglioramento dell'insegnamento della Matematica.

Introduzione

L'Istituto comprensivo Masaccio nasce nel settembre 2010 dall'unione di cinque scuole fiorentine. Si estende su un territorio abbastanza ampio; comprende tre plessi di scuola primaria: Giotto con annessa la scuola dell'infanzia, Enriques-Capponi, Andrea del Sarto e il plesso Masaccio di secondaria di primo grado. Il contesto socio culturale da cui proviene la stragrande maggioranza dell'utenza è di livello medio e medio-alto. Gli alunni che frequentano le scuole dell'Istituto provengono principalmente dal quartiere. La popolazione scolastica rispecchia, quindi, le realtà diverse per condizioni personali, sociali e culturali e presenta, conseguentemente, bisogni e problematiche di diverso tipo. L'incidenza di studenti con cittadinanza non italiana

ISBN 9788835101581

è relativamente poco significativa. L'andamento degli ultimi anni scolastici dell'Istituto registra un segno positivo rispetto alla media nazionale. I punteggi dei risultati degli studenti della primaria dell'Istituto nelle prove di Italiano risultano superiori alla media regionale e nazionale. I punteggi generali di Matematica per la primaria sono superiori alla media nazionale. Per la secondaria di primo grado i punteggi generali di Italiano sono superiori alla media nazionale, ad eccezione di una classe; per Matematica i punteggi generali sono superiori alla media nazionale ad eccezione di due classi.

L'effetto scuola è pari alla media nazionale di macro area e di regione per le classi V della primaria sia in Italiano sia in Matematica. Per la secondaria di I grado si attesta un effetto scuola per l'Italiano pari alla media nazionale, di macro area e di regione; per la Matematica pur essendo sopra la media di macro area si registra un effetto scuola negativo, e leggermente negativo per la media nazionale e regionale. La variabilità tra le varie classi, se pur contenuta, risulta sempre maggiore rispetto alla media nazionale.

2. I risultati di una classe quinta

Nel 2016, anno preso in considerazione, erano presenti nel nostro comprensivo otto classi quinte. Riguardo alla Matematica i loro risultati generali si attestano al 61,7, a fronte di un 52,7 per la Toscana, di un 51,8 del Centro e di un 51 della media nazionale.

Ci siamo limitati all'esame di una sola classe V, scegliendo quella che, rispetto alle altre, aveva un punteggio inferiore (52,5) e una differenza nei risultati rispetto alle classi/scuole con background familiare simile pari a -6.

Abbiamo scelto sette quesiti, quelli che ci apparivano interessanti e che coprivano i quattro ambiti di contenuto. Nella tabella che segue abbiamo raccolto le sigle dei quesiti, facendo riferimento anche alla dimensione di competenza alla quale ciascuno di essi afferisce. A ogni quesito abbiamo dato un soprannome. L'assenza di quesiti relativi alla dimensione Argomentare è compensata dal fatto che, nella somministrazione del settembre, è stata aggiunta a ciascun quesito la richiesta specifica di argomentare le risposte, anche quelle multiple.

I risultati della classe da noi prescelta sono stati raccolti riprendendo in mano i fascicoli cartacei e procedendo a una nuova correzione. In questo modo abbiamo potuto anche controllare la conformità della nostra correzione rispetto all'inserimento dei dati fatto a suo tempo dai colleghi allora incaricati, e successivamente restituito da INVALSI. In un solo quesito dei sette considerati (D21 Il quadrato) abbiamo avuto delle discrepanze tra la

ISBN 9788835101581

vecchia e la nuova correzione. La somministrazione automatica delle prove, quando queste saranno accessibili con il computer, porrà le scuole al riparo da ogni possibile errore nella correzione "umana" dei fascicoli.

Tab. 1 – Gli item scelti e i relativi ambiti di appartenenza

Dimensioni delle competenze	*Numeri*	*Figure*	*Relazioni*	*Dati e previsioni*
Risolvere problemi	D18 Il camion D23 La gara	D21 Il quadrato		D9 Le temperature
Conoscere	D25 Numeri razionali	D16 La girandola	D27 La caraffa	
Argomentare				

2.1. Gli item analizzati

D18 Il camion

D18. Il camion che vedi in figura può trasportare al massimo 10 automobili.

In fabbrica sono pronte 62 automobili da consegnare.
Qual è il numero minimo di camion, come quello in figura, necessario per consegnarle tutte?

A. ☐ 6

B. ☐ 7

C. ☐ 6,2

D. ☐ 10

Fig. 1 – Item D18 da fascicolo INVALSI

ISBN 9788835101581

Si tratta di un tipo di quesito ormai classico nella ricerca didattica (il problema dei camion di L.J. Sheffield) che si discosta un po' da quelli routinari che troviamo abitualmente nei nostri libri di testo e che fornisce sempre risultati sorprendenti. In questa formulazione, il quesito, misura la capacità degli allievi di controllare il risultato dell'operazione rispetto alla richiesta del problema. Alla domanda si potrebbe rispondere anche senza la divisione, semplicemente con un'addizione ripetuta: 10 + 10 = 20, e addizionando ancora 10 fino a raggiungere 70. Il distrattore 6,2 rappresenta il corretto risultato della divisione, ma non può essere accettato come il numero di camion necessari. Il distrattore 7 rappresenta il risultato della divisione che trascura il resto di due auto. Il distrattore 10 viene scelto infine da coloro che confondono il numero delle auto che può trasportare il camion con il numero dei camion richiesti dal problema. Nella nostra classe abbiamo registrato il 50% di risposte corrette (campione nazionale 35,8%).

Grande successo (atteso) del distrattore 6,2 che ha attratto 9 alunni su 24, il 37,5%, (campione nazionale 40%). Solo due alunni hanno risposto 10 e uno solo ha risposto 6. Problemi e algoritmi hanno una buona rilevanza nell'insegnamento della Matematica; tuttavia sia i libri di testo che i docenti amano i numeri "interi", allo scopo di non mettere gli allievi in difficoltà. La conseguenza è che l'allievo è di rado chiamato a interpretare il risultato dei calcoli alla luce del problema di partenza e non sviluppa la relativa competenza.

Questi i risultati a nostra disposizione.

Tab. 2 – Confronto risultati item D18 classe V analizzata e campione nazionale

Item	*Classe coinvolta*	*Mancata risposta*	*A*	*B*	*C*	*D*
D18	Campione nazionale	0,8%	11,7%	35,8%	40,5%	11,2%
D18	Classe V	0,0%	4,2%	50%	37%	8,3%

Dalla lettura del cartaceo si evince che ben 2 studenti che avevano risposto in prima battuta correttamente 7 (cioè B), hanno avuto un successivo ripensamento e hanno preferito la risposta 6.2 (cioè C) ritenendola probabilmente più attendibile. È come se il formalismo e l'algoritmo prevalessero sul significato e sul senso pratico.

ISBN 9788835101581

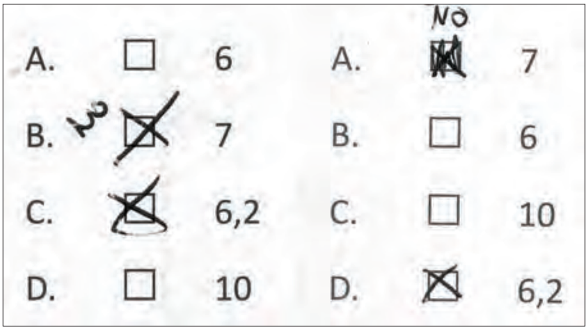
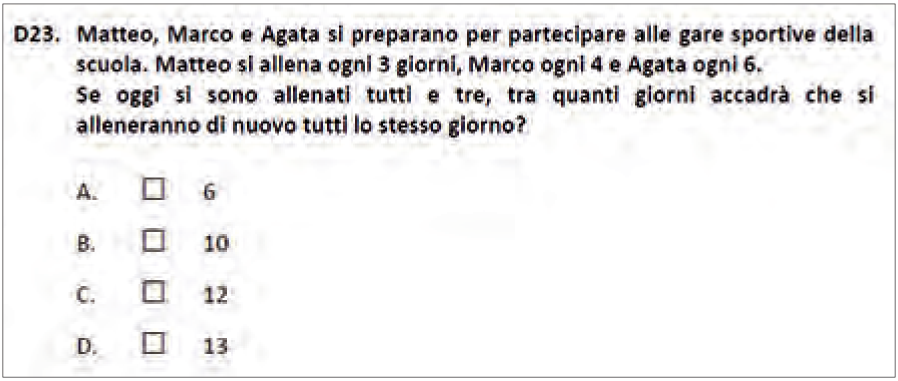


Fig. 2 – Due protocolli relativi all'item D18 evidenziano la mancanza di senso pratico

D23 La gara


D23. Matteo, Marco e Agata si preparano per partecipare alle gare sportive della scuola. Matteo si allena ogni 3 giorni, Marco ogni 4 e Agata ogni 6.
Se oggi si sono allenati tutti e tre, tra quanti giorni accadrà che si alleneranno di nuovo tutti lo stesso giorno?

A. ☐ 6

B. ☐ 10

C. ☐ 12

D. ☐ 13

Fig. 3 – Item D23 da fascicolo INVALSI

Il quesito rappresenta la classica domanda sul concetto di minimo comune multiplo in un contesto reale. In una classe quinta primaria l'argomento è un bell'esempio di problem solving numerico, che può essere affrontato con diversi procedimenti. Solo 3 allievi della nostra classe, il 12,5%, ha fornito la risposta corretta 12 (campione nazionale 29,05). Il 50% ha risposto 13 (potente distrattore, somma di tutti i dati numerici del problema). Il 16,6% ha risposto 6; il 20,8% ha risposto 10. Anche in questo quesito, come nel primo preso in considerazione, non ci sono stati alunni che hanno rinunciato a rispondere.

Questi i risultati a nostra disposizione.

ISBN 9788835101581

Tab. 3 – Confronto risultati item D23 classe V analizzata e campione nazionale

Item	*Classe coinvolta*	*Mancata risposta*	*A*	*B*	*C*	*D*
D23	Campione nazionale	2,6%	16,2%	7,7%	29,0%	44,5%
D23	Classe V	0,0%	16,7%	20,8%	12,5%	50,0%

Nella figura il protocollo di un allievo che, unico nel suo genere, aveva iniziato una bella rappresentazione del problema attraverso una sorta di linea dei numeri, e che purtroppo non ha portato avanti il metodo e ha poi risposto erroneamente 13.

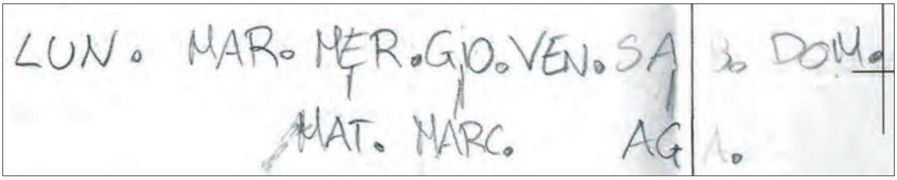


Fig. 4 – Dal protocollo di un alunno la rappresentazione grafica dell'item D23

D25 Numeri razionali

D25. Osserva le seguenti rappresentazioni di numeri.

50% $\frac{1}{2}$ 0,2 $\frac{5}{10}$

Cerchia tutte quelle che rappresentano lo stesso numero.

Fig. 5 – Item D25 da fascicolo INVALSI

Il quesito mostra rappresentazioni di numeri razionali di diverso tipo (percentuale, frazione, numero decimale e una seconda frazione equivalente alla prima), chiedendo quali tra esse rappresentano lo stesso numero. I numeri naturali, con i quali i bambini lavorano per anni, hanno una sola rappresentazione. I numeri razionali, al contrario, ne hanno diverse e questa è solo una delle differenze e difficoltà che presentano rispetto ai numeri naturali. Hanno risposto correttamente alla domanda solo 7 allievi su 24 nella nostra classe, pari al 29,1% (campione nazionale 37,4%). Tra quelli che hanno sbagliato, il gruppo più numeroso ha trascurato 1/2 (sei alunni, il 25%). Tre alunni affermano che 1/2 e 0,2 sono lo stesso numero. I quattro alunni della nostra classe

ISBN 9788835101581

che hanno rinunciato a rispondere al quesito ci danno infine la misura di quanto gli allievi, davanti a domande di questo tipo, si sentano purtroppo smarriti.

Questi i risultati a nostra disposizione.

Tab. 4 – Confronto risultati item D25 classe V analizzata e campione nazionale

Item	*Classe coinvolta*	*Mancata risposta*	*Errata*	*Corretta*
D25	Campione nazionale	6,5%	51,6%	37,4%
D25	Classe V	12,5%	62,5%	25%

Nella figura il protocollo di un allievo che ha pensato che 5/10 potesse valere 1/2, ma che poi ci ha ripensato.

Fig. 6 – Dal protocollo di un alunno l'intuizione e la correzione

D16 La girandola

Il quesito mostra una figura non usuale, una girandola formata da quattro triangoli rettangoli isosceli, e chiede di calcolarne l'area. Si tratta di un interessante problema geometrico. L'esperienza insegna che i nostri allievi sono abituati a calcolare l'area e il perimetro di figure regolari, collocate nel foglio in modo standard (la base della figura parallela al bordo inferiore del foglio). Gli allievi spesso entrano in crisi se la forma o la posizione della figura non sono quelle a cui sono abituati. In questo caso la girandola è disegnata su una quadrettatura dove l'unità di misura di 1 metro corrisponde al lato di due quadretti. Questo fatto, che il lato di un quadretto vale mezzo metro e non uno, non è usuale e costituisce indubbiamente un'ulteriore difficoltà del quesito. La risposta corretta di 2 m^2 è stata fornita solo da 2 alunni su 24 pari al 8,3% (campione nazionale 21,5%). Se anche aggiungessimo a questi due alunni i tre alunni (12,5%) che hanno risposto erroneamente 8 m^2, assumendo il lato del quadretto come unità di misura, raggiungeremmo in questo modo 5 risposte su 24, ancora troppo poche. La realtà è che il quesito nella nostra classe è risultato molto difficile.

ISBN 9788835101581

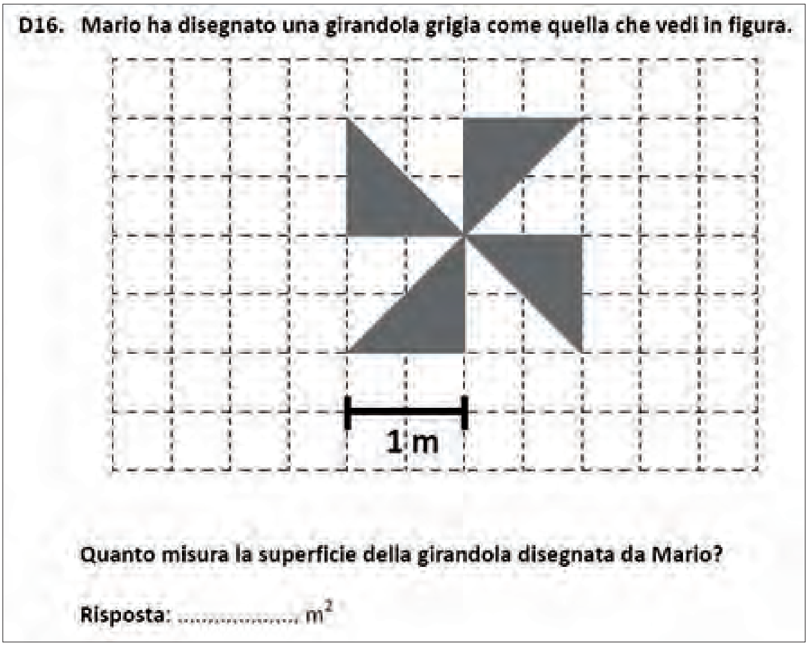


Fig. 7 – Item D16 da fascicolo INVALSI

Questi i risultati a nostra disposizione.

Tab. 5 – Confronto risultati item D16 classe V analizzata e campione nazionale

Item	*Classe coinvolta*	*Mancata risposta*	*Errata*	*Corretta*
D16	Campione nazionale	4,0%	74,5%	21,5%
D16	Classe V	12,5%	79,2%	8,3%

Qui di seguito riportiamo tutte le risposte fornite dagli alunni dalla classe con le loro frequenze.

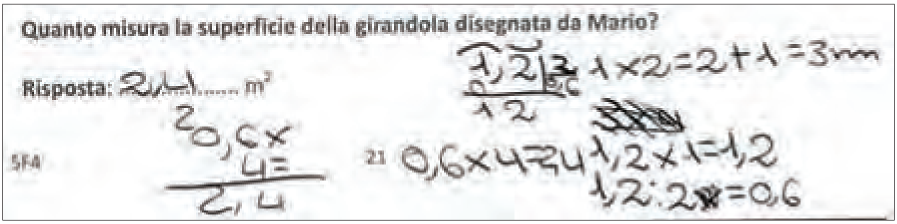
Tab. 6 – Risposte degli allievi all'item D16 con relative frequenze

Risposta	*0,04*	*0,12*	*2*	*2,4*	*4*	*8*	*10*	*12*	*18*	*24*	*36*	*2000*	*Non data*
Frequenza	1	1	2	1	6	3	1	2	1	1	1	1	3

La molteplicità e la particolarità delle risposte ad alcuni quesiti come questo, ci ha convinto della necessità di integrare tali tipi di prove con interviste agli allievi. In questo caso sarebbe interessante conoscere il procedimento che ha portato alcuni di loro a rispondere 0,04, oppure 2.000.

ISBN 9788835101581

Nella figura il procedimento di un allievo che ha scritto i suoi calcoli:


Quanto misura la superficie della girandola disegnata da Mario?

Risposta: 2,1 ...... m²

5F4

$1 \times 2 = 2 + 1 = 3$ mm

0,6 × 4 = 2,4

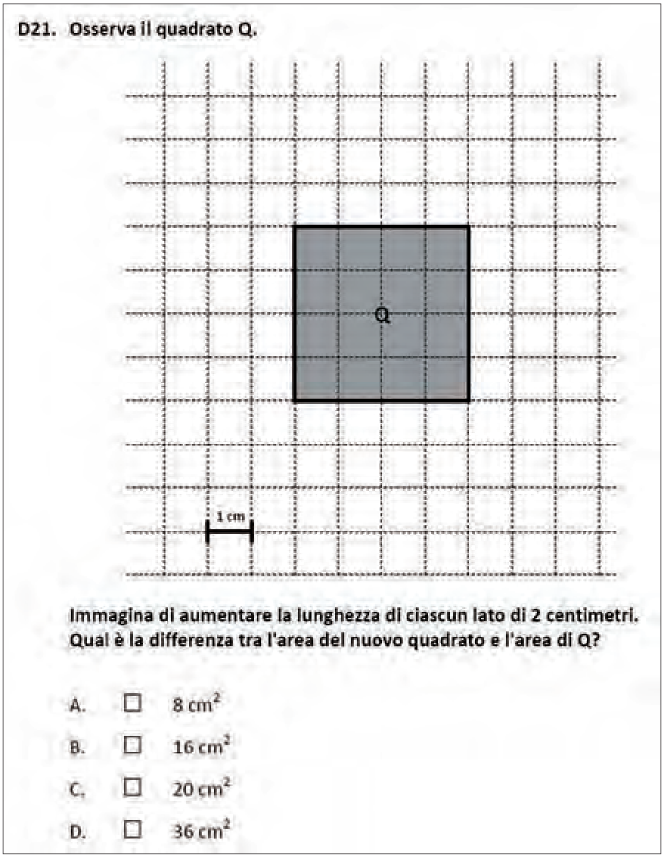
21 0,6 × 4 = 2,4

1,2 × 1 = 1,2

1,2 : 2 = 0,6

Fig. 8 – Item D16: il procedimento di un allievo con i suoi calcoli

D21 Il quadrato


D21. Osserva il quadrato Q.

Immagina di aumentare la lunghezza di ciascun lato di 2 centimetri.
Qual è la differenza tra l'area del nuovo quadrato e l'area di Q?

A. ☐ 8 cm²
B. ☐ 16 cm²
C. ☐ 20 cm²
D. ☐ 36 cm²

Fig. 9 – Item D21 come da fascicolo INVALSI

ISBN 9788835101581

Il quesito chiede di calcolare di quanto aumenta l'area di un quadrato disegnato in un foglio a quadretti se ciascun lato aumenta di 2 centimetri. La risposta si può ottenere con dei calcoli, oppure disegnando il nuovo quadrato e contando i quadretti. Il primo distrattore proposto è 8, che è l'incremento del perimetro, il secondo è 16, area del quadrato di partenza. Il terzo distrattore è 36, area del quadrato ingrandito. Nella nostra classe solo 7 alunni su 24 hanno risposto correttamente 20 m^2, pari al 29,1% (campione nazionale 28,8%). Pari fortuna ha ottenuto il distrattore 36. Il 25% ha risposto 16. Solo due allievi, pari all'8,3%, ha risposto 8. Due allievi non hanno dato risposta.

Questi i risultati a nostra disposizione.

Tab. 7 – Confronto risultati item D21 classe V analizzata e campione nazionale

Item	*Classe coinvolta*	*Mancata risposta*	*A*	*B*	*C*	*D*
D21	Campione nazionale	1,8%	19,4%	24,3%	28,8%	25,8%
D21	Classe V	0,0%	8,3%	25%	29,1%	33,3%

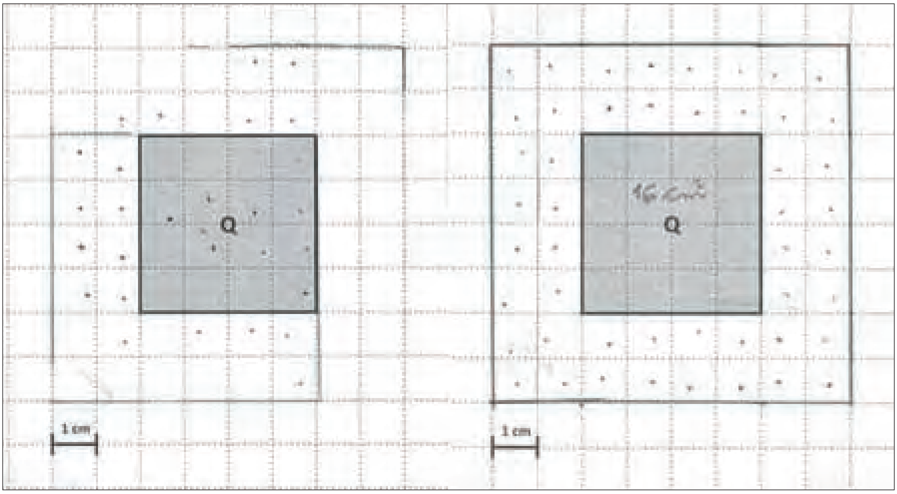


Fig. 10 – Item D21 protocolli di allievi

Nella figura sopra apprezziamo un primo procedimento per tentativi ed errori con il calcolo corretto dell'area mediante il conteggio dei quadretti e un secondo protocollo errato.

ISBN 9788835101581

D27 La brocca

Fig. 11 – Item D27 come da fascicolo INVALSI

Il quesito appartiene al gruppo di problemi che potremmo chiamare “ricette di cucina”. Si tratta di problemi che ben si adattano a indagare sul ragionamento proporzionale (ambito delicato a tutti i livelli scolastici). Per risolverlo l’allievo deve anche leggere correttamente la scala graduata disegnata sulla brocca, dove sono segnati i livelli in frazioni 1/4, 1/2, 3/4 e 1. Hanno risposto correttamente 7 alunni su 24, pari al 29,1% (campione nazionale 35,8%). Hanno sbagliato 14 alunni, il 58,3%, tre alunni non hanno risposto.

Questi i risultati a nostra disposizione.

Tab. 8 – Confronto risultati item D27 classe V analizzata e campione nazionale

Item	*Classe coinvolta*	*Mancata risposta*	*Errata*	*Corretta*
D27	Campione nazionale	9,2%	55%	35,8%
D27	Classe V	12,5%	62,5%	25,0%

Nella tabella che segue abbiamo raccolto tutte le risposte.

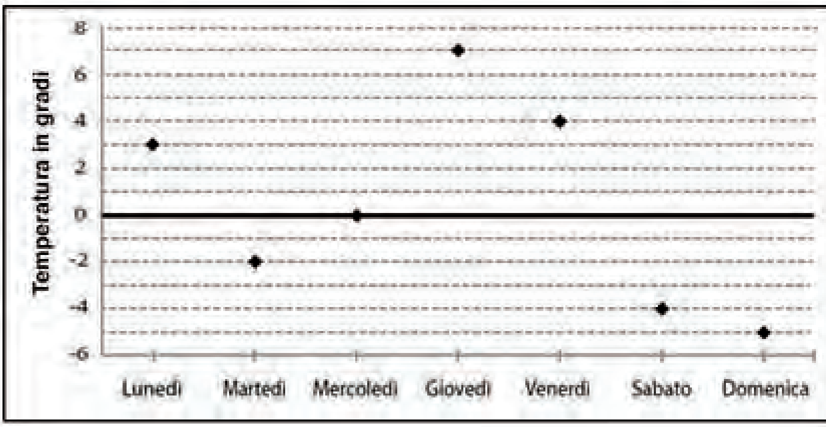
ISBN 9788835101581

Tab. 9 – Item D27 risposte degli allievi con relative frequenze

Risposta	*1/2*	*700*	*3/4*	*600*	*800*	*850*	*900*	*1.000*	*Non data*
Frequenza	1	1	6	7	2	1	1	2	3

D9 Le temperature

D9. Il seguente grafico rappresenta le temperature registrate nella prima settimana di gennaio alle ore 12 in una località di montagna.



Osserva il grafico e completa le frasi che seguono.

a. La temperatura è stata inferiore a 0 gradi nei giorni: ....

....

b. Dalle 12 di venerdì alle 12 di sabato la temperatura è diminuita di .... gradi.

c. Dalle 12 di martedì alle 12 di giovedì la temperatura è aumentata di .... gradi.

d. La differenza tra la temperatura più alta e quella più bassa registrate nella prima settimana di gennaio è stata di .... gradi.

Fig. 12 – Item D9 come da fascicolo INVALSI

Il quesito mostra un grafico in cui sono rappresentate le temperature (anche negative) registrate in una località di montagna nei diversi giorni della

ISBN 9788835101581

settimana. Gli allievi devono leggere il grafico e trovare le informazioni utili a rispondere a quattro domande.

Questi i risultati a nostra disposizione restituiti dall'INVALSI.

Tab. 10 – Confronto risultati item D9 classe V analizzata e campione nazionale

Item	*Classe coinvolta*	*Mancata risposta*	*Errata*	*Corretta*
D9-a	Campione nazionale	2,2%	22,0%	75,1%
D9-b	Campione nazionale	2,5%	41,4%	56,1%
D9-c	Campione nazionale	2,7%	43,9%	53,4%
D9-d	Campione nazionale	5,1%	47,9%	47,0%
D9-a	Classe V	4,2%	12,5%	83,3%
D9-b	Classe V	8,3%	41,7%	50,0%
D9-c	Classe V	4,2%	37,5%	58,3%
D9-d	Classe V	4,2%	50,0%	45,8%

Ecco i risultati della nostra classe a confronto con il campione nazionale, frutto della nostra correzione e discrepanti rispetto all'inserimento effettuato nel maggio 2016:

Tab. 11 – Item D9 disomogeneità fra dati inseriti e dati verificati

	D9a			*D9b*			*D9c*			*D9d*		
	Corrette	*Errate*	*Non date*	*Corrette*	*Errate*	*Non date*	*Corrette*	*Errate*	*Non date*	*Corrette*	*Errate*	*Non date*
La nostra classe	75,0%	20,8%	4,1%	41,6%	54,1%	8,3%	66,6%	29,1%	8,3%	45,8%	50,0%	4,1%
Campione nazionale	75,1%	22,7%	2,2%	56,1%	41,4%	2,5%	53,4%	43,9%	2,7%	47,0%	47,9%	5,1%

Ed ecco il risultato in sintesi del quesito D9:

Tab. 12 – Item D9 risultati della nostra classe e del campione nazionale

Quesito D9	*Corrette (3 su 4)*	*Errate e mancanti*
La nostra classe	58,3%	41,7%
Campione nazionale	50,7%	49,3%

Fra gli errori più frequenti è quello di ritenere che anche la temperatura di zero gradi faccia parte delle temperature minori di zero:

ISBN 9788835101581

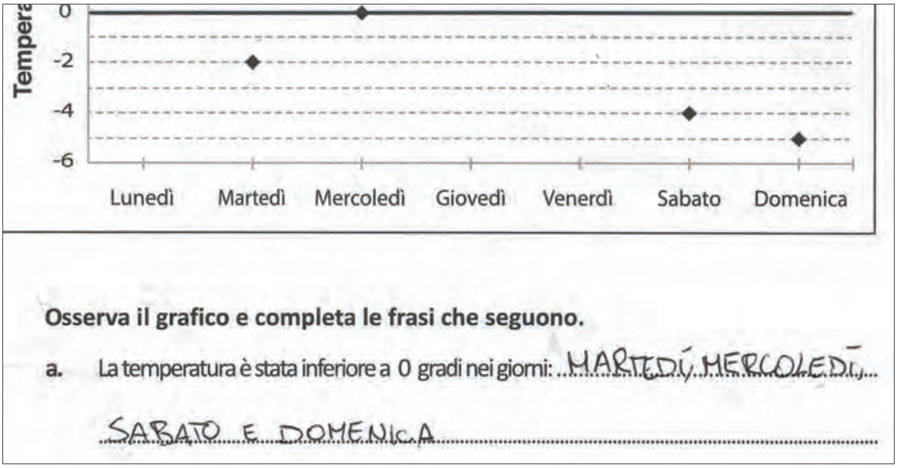


Fig. 13 – Item D9 esempio di errore ricorrente

3. La nostra sperimentazione

Nello scorso mese di settembre, all'inizio dell'anno scolastico, abbiamo proposto gli stessi sette quesiti agli alunni di due classi quinte della nostra scuola che indicheremo con "quinta A" e "quinta B". La quinta A è una classe di livello "alto", che fin dalla prima ha avuto la continuità di un docente che insegna Italiano e Matematica e che da anni lavora sul problem solving ottenendo buoni risultati in gare matematiche regionali. La quinta B è invece una classe più normale, di livello "medio-basso".

Abbiamo cambiato le modalità di somministrazione dei quesiti rispetto a quelle della prova del maggio scorso con queste modalità:

- abbiamo somministrato un numero limitato di quesiti (sette);
- abbiamo concesso agli allievi tutto il tempo necessario;
- abbiamo chiesto loro di spiegare per iscritto i procedimenti seguiti, anche nel rispondere ai quesiti a risposta multipla;
- alla prova sono seguite interviste individuali (in presenza di due compagni) nelle quali abbiamo chiesto ulteriori chiarimenti, sia sulle loro risposte corrette, sia su quelle errate.

Nella prima classe i risultati sono stati eccellenti, ai limiti del cheating falso positivo; analogo fenomeno era risultato nelle prove INVALSI di Italiano quando gli stessi allievi frequentavano la classe seconda. In alcuni quesiti le risposte corrette hanno superato il 90%. I protocolli sono stati ricchi di rappresentazioni e argomentazioni. Solo successivamente, in sede di intervi-

ISBN 9788835101581

ste, sono venuti alla luce limiti nella comprensione degli argomenti da parte di diversi allievi. Nella seconda classe i risultati si sono invece allineati ai risultati previsti. Di seguito alcuni esempi.

D9 Le temperature

Fabio ha svolto complessivamente bene il quesito del meteo. Durante il colloquio emerge, anche con l'intervento di Veronica, un interessante dubbio sull'interpretazione del testo: "nei giorni …" è stato da lui interpretato come "in quanti giorni", mentre Veronica afferma correttamente che significa "in quali giorni".

Anche Lapo ha risposto correttamente al quesito del meteo. Curioso il suo protocollo con la linea dei numeri ribaltata, con i numeri negativi a destra. Nel corso dell'intervista ha dichiarato di sapere che nella linea dei numeri i numeri negativi sono a sinistra dello zero, ma di averli disposti in questo modo per "fare meglio i calcoli".

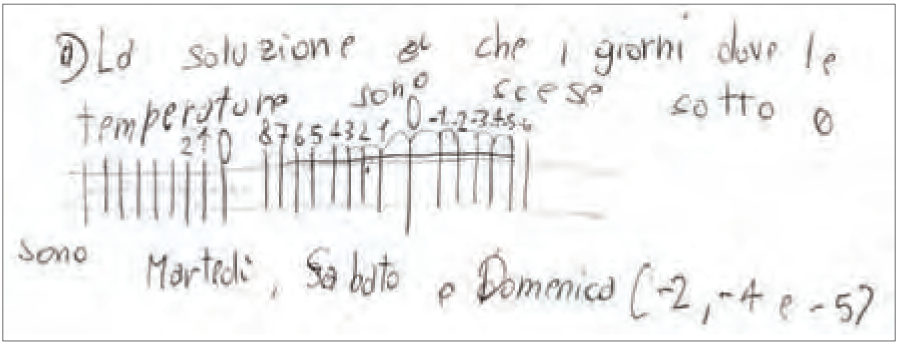


Fig. 14 – Item D9 il protocollo di Lapo

ISBN 9788835101581

D16 La girandola

Cesare si è molto impegnato nel problema della girandola:

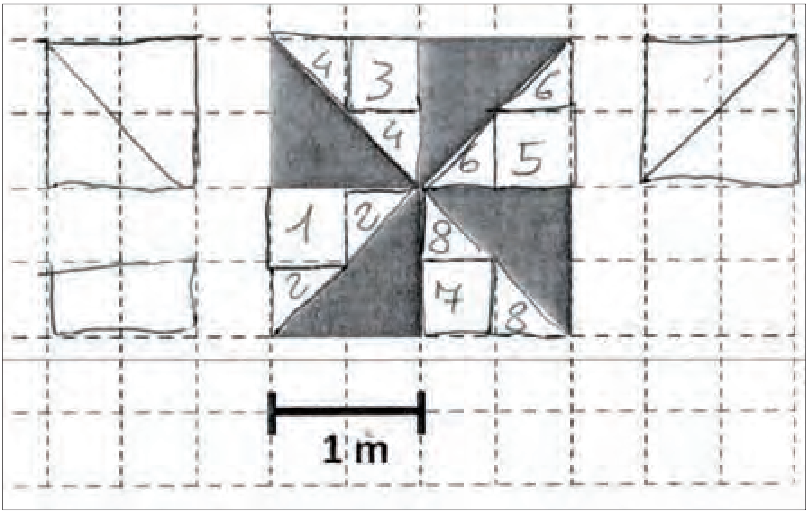


Fig. 15 – Item D16 il protocollo di Cesare

Alla fine del suo procedimento divide il numero dei quadretti piccoli per due anziché per quattro e sbaglia.

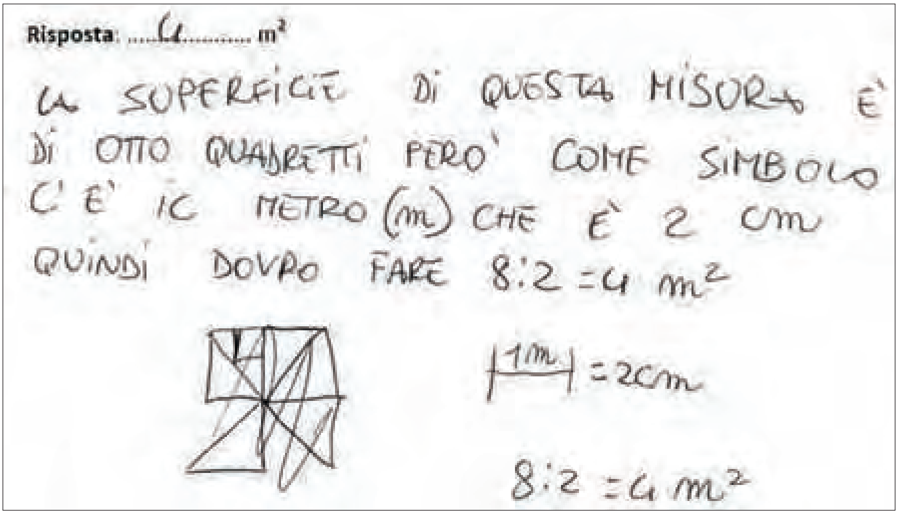


Fig. 16 – Item D16 le argomentazioni di Cesare

ISBN 9788835101581

Potremmo quasi definire quello di Cesare un errore “colto”: egli non sa ancora che quando le misure lineari di una figura raddoppiano quelle della sua superficie quadruplicano. Nel corso dell’intervista si è reso perfettamente conto della situazione.

Anche Elena ha sbagliato il problema della girandola. Dal colloquio emerge che il suo è stato un mero errore di distrazione.

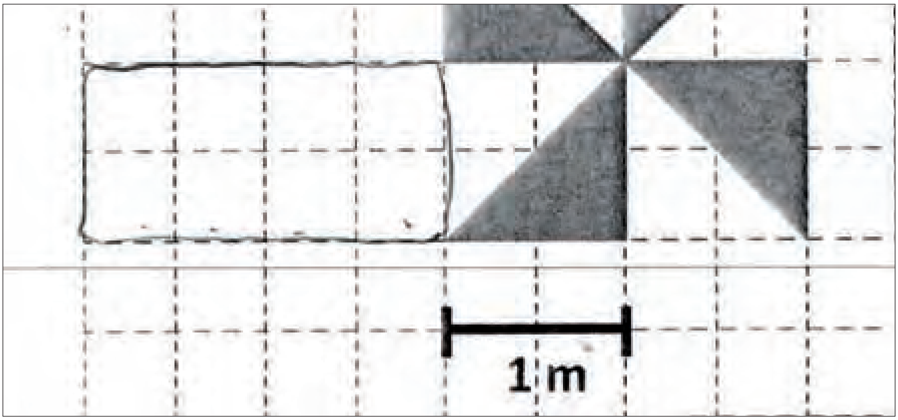


Fig. 17 – Item D16 il disegno di Elena

ROVESCIO GLI ANGOLI DELLA GIRANDOLA E MI ACCORGO CHE SI FORMA UN RETTANGOLO, POI CONTO I METRI DELLA BASE E QUELLI DELL'ALTEZZA E FACCI LA MOLTIPLICAZIONE 2X1=1 m2

Fig. 18 – Item D16 le argomentazioni di Elena

D18 Il camion

L’esame dei protocolli cartacei unito alle interviste svela anche originali stili cognitivi. Federico fornisce prodotti disordinati, ma corretti, rivelando un approccio confuso, ma ricco di fantasia. Qui ha prima disegnato e poi cancellato un camion più grande degli altri, capace di trasportare dodici macchine. Nel disegno appare anche un ricordo dell’ultima visita medico sportiva.

ISBN 9788835101581

Fig. 19 – Item D18 il protocollo di Federico "caoticus"

Veronica ha risolto correttamente il problema del camion. Nel suo protocollo apprezziamo anche una simpatica rappresentazione.

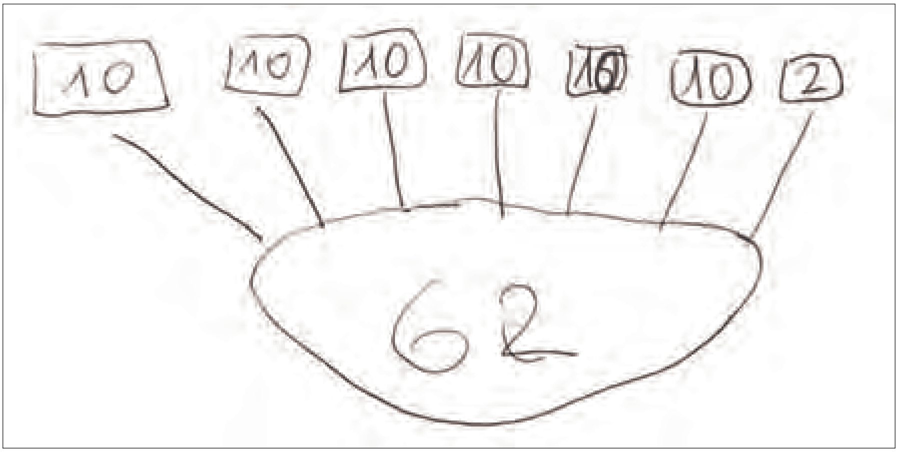


Fig. 20 – Item D18 il disegno di Veronica

Durante il colloquio vediamo come ancora conti "sulle mani", una modalità che in passato si riteneva un fatto negativo e che recentemente è stata rivalutata.

ISBN 9788835101581

Fig. 21 – Conteggio sulle mani

D21 Il quadrato

Eleonora ha risolto il problema del quadrato calcolando direttamente l'incremento dell'area del quadrato mediante conteggio dei quadretti.

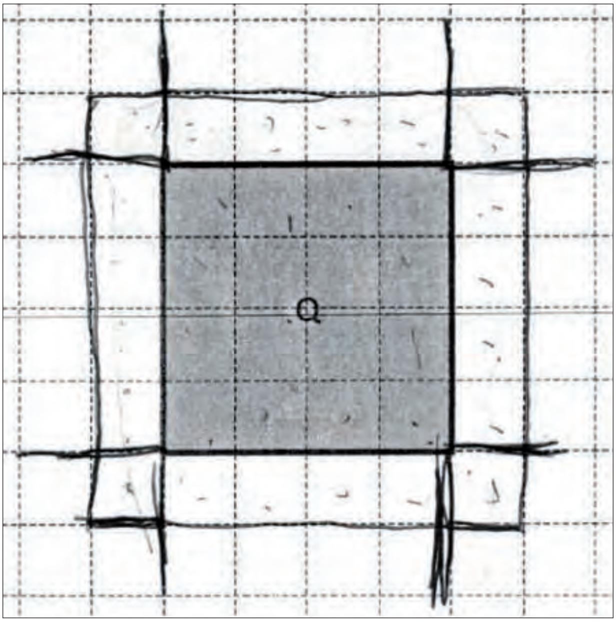


Fig. 22 – Item D21 il disegno di Eleonora

Nel colloquio dichiara di avere sbagliato semplicemente perché non ha trovato l'area dei due quadrati e poi calcolato la differenza. È come se avesse l'idea che nei problemi di Matematica è obbligatorio eseguire delle operazioni e si vergognasse di un procedimento troppo semplice.

ISBN 9788835101581

Il problema del quadrato si è rivelato ricco di spunti didattici. Federico pensa di avere fatto bene e invece ha sbagliato; ha indicato correttamente con 16 l’area del quadrato piccolo, mentre ha indicato erroneamente con 24 l’area del quadrato grande.

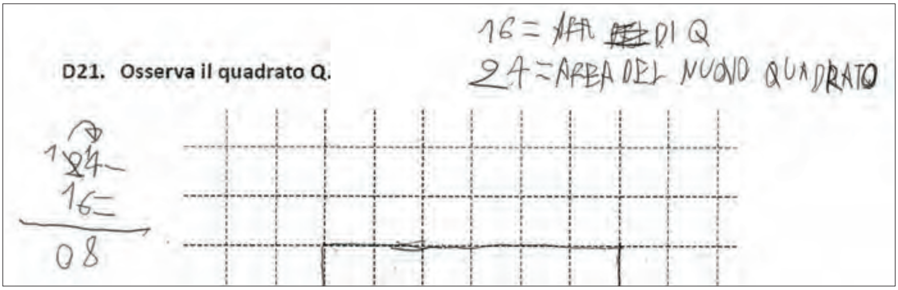


Fig. 23 – Item D21 il protocollo di Federico

Probabilmente ha moltiplicato 6 per 4, confondendo area con perimetro. Nel colloquio fatica parecchio a rendersi conto dell’errore e del fatto che il problema si può risolvere anche più semplicemente calcolando direttamente la differenza delle due aree.

Anche Fabio rivela nell’intervista di avere compreso il problema del quadrato e si è accorto dopo la consegna di avere dato una risposta sbagliata.

Alessandro per risolvere il problema del quadrato aveva tentato una strada originale.

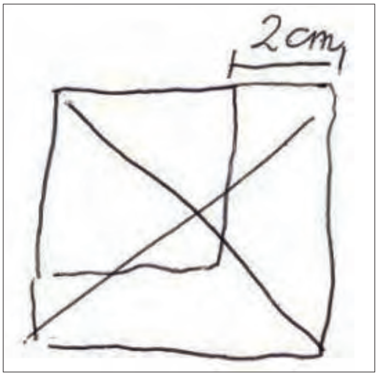


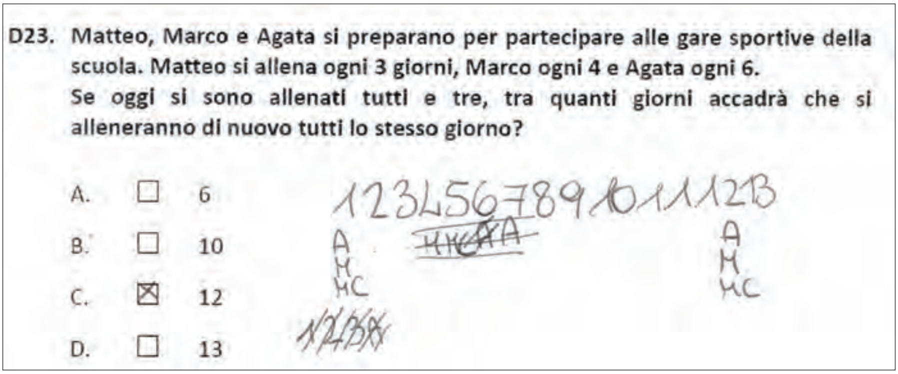
Fig. 24 – Item D21 un disegno di Alessandro

Poi l’ha abbandonata e ha risolto correttamente il problema con il procedimento più usuale.

ISBN 9788835101581

D23 La gara

La risposta di Chiara al quesito della gara è corretta e nel suo foglio vediamo anche un'interessante rappresentazione del problema con la linea dei numeri e i simboli dei tre ragazzi che convergono sul dodicesimo giorno. Apparentemente il risultato sembra eccellente.


D23. Matteo, Marco e Agata si preparano per partecipare alle gare sportive della scuola. Matteo si allena ogni 3 giorni, Marco ogni 4 e Agata ogni 6.
Se oggi si sono allenati tutti e tre, tra quanti giorni accadrà che si alleneranno di nuovo tutti lo stesso giorno?

A. ☐ 6
B. ☐ 10
C. ☒ 12
D. ☐ 13

Fig. 25 – Item D23 il protocollo di Chiara

A un esame più attento ci accorgiamo che il primo allenamento dei ragazzi è collocato sul giorno uno invece che sul giorno zero e inoltre mancano gli allenamenti intermedi tra il primo e l'ultimo giorno. Durante l'intervista Chiara non è riuscita a ricostruire e spiegare in maniera soddisfacente il suo procedimento. Resta il dubbio se la sua sia stata una risposta frutto di un'intuizione momentanea, oppure di una "sbirciatina" sul foglio di una compagna. Come Giulia anche qualche altro compagno, pur avendo risposto correttamente ai quesiti, non è stato poi in grado di spiegare in modo accettabile il suo procedimento.

D25 Numeri razionali

Thomas è sicuro che 1/2 sia "la stessa cosa" del 50% e lo esprime efficacemente con questa rappresentazione ma ha grossi dubbi sul valore di 5/10, dubbi che nemmeno il colloquio e le parole dei compagni riescono a sciogliere. È chiaro che in Thomas ancora non si è consolidato il significato di frazione come numero.

ISBN 9788835101581

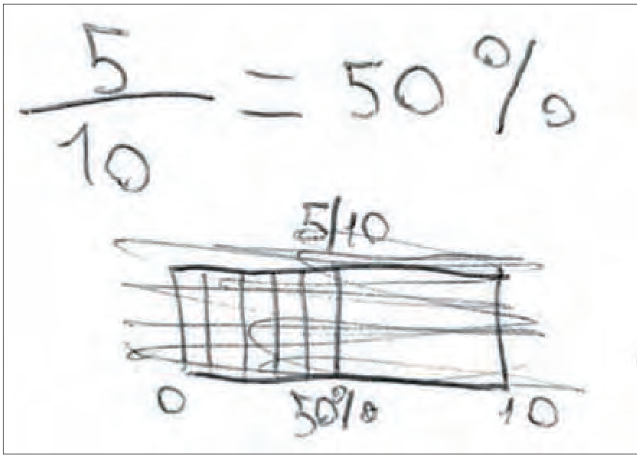


Fig. 26 – Item D25 un disegno di Thomas

Anche Isabella, benché abbia risposto correttamente nel suo protocollo al quesito sui numeri razionali, in sede di colloquio rivela grosse incertezze sul significato di 5/10 come operatore. Arriva ad affermare che 5/10 significa "fai cinque pizze e ne prendi dieci", poi "prendi dieci pizze e ne prendi la metà di ciascuna", poi "fai cinque pizze e prendi dieci pezzi da ogni pizza", anche se di solito "si fanno sei pezzi per ogni pizza".

Caterina ha risposto correttamente al quesito sui numeri razionali, fornendo anche un protocollo particolarmente ricco di rappresentazioni.

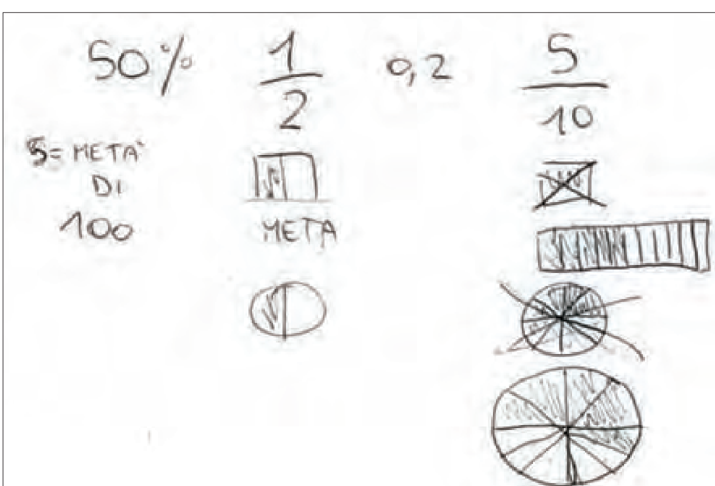


Fig. 27 – Item D25 i disegni di Caterina

ISBN 9788835101581

Nel colloquio, tuttavia, rivela grosse difficoltà a collocare le tre soluzioni del quesito sulla linea dei numeri. Anche in lei il concetto di frazione va approfondito e consolidato.

D27 La caraffa

Edoardo, che ha risposto correttamente al quesito della caraffa, nel colloquio rivela molte incertezze e fragilità. In particolare ha difficoltà a passare dalla rappresentazione all'altra della stessa quantità di liquido nella caraffa, infatti 250 ml equivalgono a 1/4 di 1.000 ml, 500 ml equivalgono a 1/2 di 1.000 ml, eccetera.

3. I risultati di controllo nella classe quinta B

Abbiamo già detto che la quinta B, nostra classe di controllo, è una classe più normale rispetto alla quinta A e di livello "medio-basso". I risultati in questa classe si sono riallineati sui risultati della classe campione dell'anno scolastico 2015-2016.

Il quesito del camion ha ottenuto risultati discreti (62% di risposte corrette).

Tab. 13 – Item D18 i risultati della classe V B

Risposta	*6*	*7*	*6,2*	*10*	*Risposta mancante*
Frequenza	2	15	6	1	0

Ecco i risultati del quesito La girandola, quello andato peggio: nessun allievo ha fornito la risposta corretta di due metri quadrati. Ecco il ventaglio delle risposte errate.

Tab. 14 – Item D16 i risultati della classe V B

Risposta	*1*	*4*	*8*	*10*	*12*	*16*
Frequenza	1	7	7	1	4	3

ISBN 9788835101581

4. Conclusioni

La netta differenza nei risultati delle due classe indicherebbe che una didattica fondata sul problem solving e sulla valorizzazione dei procedimenti e dell'argomentazione porti frutti positivi anche nelle prove esterne oggettive.

La ricchezza degli spunti didattici della quale abbiamo qui riferito solo in parte ci ha confermato l'utilità della nostra modalità didattica. La lettura dei protocolli ampi, comprensivi dei procedimenti degli alunni, uniti alle interviste individuali, svelano un mondo di brillanti intuizioni e inizi di pensiero argomentativo, accanto a difficoltà e conoscenze ancora da consolidare.

Solo prendendo in mano gli elaborati e intervistando gli allievi si ha realmente chiaro l'effettivo stadio del loro processo di apprendimento; in altre parole una risposta corretta non sempre è sinonimo di competenza, e non sempre una risposta errata implica incompetenza.

Un aspetto problematico di questa metodologia è sicuramente il fattore tempo, nella misura in cui per esempio 4 minuti di intervista per ciascuno dei 10 quesiti, per 25 alunni, comporta oltre 16 ore di registrazione, prima da realizzare e successivamente da valutare.

Ci auguriamo che in futuro questo tipo di attività possa essere preso in considerazione dai dipartimenti di Matematica delle scuole e entri a far parte dei progetti di curricolo verticale.

Riferimenti bibliografici

Cruikshank D.E., Sheffield L.J. (1988), *Mathematics for Elementary Children: A Foundation for the Future*, Merrill Pub Co., Indianapolis (IN).

INVALSI, *Rapporto di risultati Rilevazioni nazionali degli apprendimenti 2015-16*, http://www.INVALSI.it/INVALSI/doc_evidenza/2016/07_Rapporto_Prove_INVALSI_2016.pdf, data di consultazione 14/11/2019.

INVALSI, *Rilevazioni nazionali degli apprendimenti 2015-16 I primi risultati delle prove INVALSI 2016 in dieci punti*, http://www.INVALSI.it/INVALSI/doc_evidenza/2016/013_Sintesi_in_10_punti_2016.pdf, data di consultazione 14/11/2019.

INVALSI, *Il quadro di riferimento delle prove di matematica del sistema nazionale di valutazione*, http://www.INVALSI.it/INVALSI/doc_evienza/2017/QdR2016_190417.pdf, data di consultazione 14/11/2019.

INVALSI, *Servizio nazionale di valutazione a.s. 2015/16 Guida alla lettura Prova di Matematica classe quinta – Scuola primaria*, http://INVALSI-areaprove.cineca.it/docs/file/2016-GUIDA-L05.pdf, data di consultazione 14/11/2019.

ISBN 9788835101581

4. Un'analisi longitudinale dei dati INVALSI di Matematica di una stessa coorte di allievi alla scuola primaria

di Monica Panero

Questo capitolo propone i primi risultati di uno studio longitudinale in corso sui dati INVALSI di Matematica di una stessa coorte di allievi alla scuola primaria. L'obiettivo di questo lavoro è studiare l'evoluzione delle competenze matematiche degli allievi, definita e misurata come un cambiamento di livello di abilità tra due gradi successivi, nello specifico il grado 2 (classe seconda) e il grado 5 (classe quinta). Si presenta la metodologia seguita per costruire e analizzare il dataset a due livelli di profondità: il primo finalizzato a studiare come si distribuisce la differenza di livello di abilità tra gli studenti del campione longitudinale considerato; il secondo volto ad analizzare le performance (intese come percentuali di risposte corrette) degli allievi su coppie di item simili per contenuto, per la struttura del problema e/o la struttura del processo risolutivo. Seguono, infine, i primi risultati sulla coorte degli allievi nati nel 2004, che hanno svolto la prova di seconda nel 2012 e quella di quinta nel 2015, e ulteriori sviluppi dello studio che sono già in corso o da implementare in futuro.

1. Introduzione

Recenti studi longitudinali condotti sulle prove INVALSI di Matematica (Branchetti *et al.*, 2015) hanno mostrato la valenza di tali test come strumento per seguire l'evoluzione delle competenze degli studenti negli anni. Inoltre, l'analisi mirata delle informazioni ricavate dalle prove può incentivare e guidare la realizzazione di attività didattiche nelle scuole come dimostrato nel contesto della formazione docenti (Martignone, 2016).

Le prove INVALSI testano, con affinamenti successivi nei diversi gradi scolastici, il raggiungimento dei traguardi per lo sviluppo delle competen-

ISBN 9788835101581

ze promossi dalle Indicazioni nazionali per il curricolo. Pertanto, un'analisi longitudinale dei risultati di una stessa coorte ci può permettere di ricavare informazioni sullo sviluppo delle competenze degli studenti.

In particolare, l'obiettivo di questo lavoro è studiare l'evoluzione delle competenze matematiche degli allievi alla scuola primaria. Ci concentriamo sulla scuola primaria in quanto, grazie alle rilevazioni INVALSI, abbiamo accesso a due misurazioni in momenti distinti (classe seconda e classe quinta) della stessa variabile latente: l'abilità in Matematica. Nella sua globalità, questa abilità oggetto di misurazione corrisponde ai traguardi di sviluppo delle competenze che sono gli stessi per la classe seconda e per la classe quinta primaria. Ovviamente in seconda tali competenze matematiche si ritengono in corso di acquisizione, ma possiamo supporre che i livelli di abilità (si veda il Rapporto nazionale INVALSI 2017)[1], che descrivono il grado con cui le abilità matematiche sono possedute, possano essere acquisiti gradualmente e mutare nel corso della scuola primaria. L'evoluzione delle competenze degli allievi sarà quindi misurata, e definita in questo capitolo, come un cambiamento di livello di abilità tra due gradi successivi, nello specifico il grado 2 (classe seconda primaria) e il grado 5 (classe quinta primaria). Stiamo ipotizzando dunque che i due test condividano una stessa scala declinata in cinque livelli di abilità. Questa ipotesi è fatta a priori sulla base del Quadro di riferimento INVALSI e il suo legame con le Indicazioni nazionali (MIUR, 2012), ma non può essere verificata su item comuni alle due prove. Mentre in un design di linking longitudinale la scala comune a due (o più) misurazioni in momenti distinti viene definita basandosi su item comuni alle due (o più) prove (Rock, Pollack e Weiss, 2004; von Davier, Carstensen e von Davier, 2006), nel nostro caso, le prove non sono state predisposte a priori per uno studio longitudinale, quindi non contengono item comuni. Le domande infatti sono declinate secondo gli obiettivi di apprendimento fissati, nelle Indicazioni nazionali, al termine della classe terza primaria (di riferimento per la prova di seconda) e al termine della classe quinta primaria (di riferimento per la prova di quinta). Poiché non si tratta dello stesso strumento di misurazione, anche se si misura lo stesso costrutto e i soggetti sono gli stessi in seconda e in quinta, occorrerà procedere con molta cautela nel comparare le performance degli allievi, ossia le loro percentuali di risposte esatte. Questo confronto sarà fatto solo su item che si considerano, per una serie di criteri che definiremo in seguito, sufficientemente simili. Per trovare queste somiglianze, ci viene

[1] http://www.INVALSI.it/INVALSI/doc_eventi/2017/Rapporto_Prove_INVALSI_2017.pdf, data di consultazione 14/11/2019.

ISBN 9788835101581

in aiuto la verticalità del curricolo della scuola primaria: ciò implica che alcuni quesiti condividano lo stesso contenuto matematico o siano risolvibili attivando processi analoghi. Concetti come la divisione, la simmetria, la probabilità, che sono normalmente trattati nel secondo triennio, vengono spesso indagati già nella prova di seconda. Quest'ultima, dunque, valuta la formazione di un terreno fertile per una costruzione matura del concetto nel successivo triennio. Proprio su questi concetti fondanti cercheremo item simili e confronteremo le performance degli allievi.

1.1. Livelli di abilità in Matematica per la scuola primaria

Trasversalmente ai contenuti e agli ambiti in generale, i livelli di abilità in Matematica sono definiti in termini di:
- profondità della conoscenza delle nozioni matematiche e padronanza delle rappresentazioni degli oggetti matematici studiati (dimensione del Conoscere);
- caratteristiche della situazione problematica che lo studente è in grado di risolvere (dimensione del Risolvere problemi).
- capacità argomentative dello studente (dimensione dell'*Argomentare*).

Nella tab. 1 proponiamo una nostra rielaborazione dei livelli di abilità proposti nel Rapporto nazionale INVALSI 2017, declinandoli lungo le tre dimensioni *Conoscere*, *Risolvere problemi* e *Argomentare*.

Lo studente che si colloca al limite inferiore di un certo livello ha il 62% di probabilità di superare l'item più facile di tale livello e, nel caso dei livelli a intervallo chiuso (livelli 1, 2, 3 e 4), mediamente il 50% circa di probabilità di superare gli item del livello cui è stato assegnato e il 42% di probabilità di superare l'item più difficile di tale livello (quest'ultima condizione non vale per il livello 5, dato che non vi è un limite superiore).

ISBN 9788835101581

Tab. 1 – Livelli di abilità in Matematica per la scuola primaria (nostra rielaborazione)

	Conoscere	*Risolvere problemi*	*Argomentare*
Livello 1	L'allievo possiede conoscenze elementari, abilità di base (spesso acquisite nel grado scolastico precedente)	L'allievo sa risolvere situazioni scolastiche standard	
Livello 2	L'allievo conosce le nozioni matematiche più importanti; sa utilizzare le rappresentazioni standard degli oggetti studiati	L'allievo sa risolvere situazioni di routine con collegamento diretto tra stimolo e domanda, usando algoritmi e procedure di base; sa ricavare informazioni da grafici e tabelle	
Livello 3	L'allievo ha una certa consapevolezza nelle abilità di base ed è in grado di fare collegamenti tra conoscenze fondamentali; sa riconoscere rappresentazioni diverse dello stesso oggetto matematico	L'allievo sa rispondere a domande che richiedono semplici inferenze a uno o più passi risolutivi; sa rappresentare informazioni	L'allievo è in grado di esplicitare i passaggi eseguiti
Livello 4	L'allievo padroneggia con consapevolezza abilità di base e conoscenze precise, non possiede misconcezioni; padroneggia le diverse rappresentazioni degli oggetti matematici studiati	L'allievo sa risolvere problemi in contesti anche non familiari, dove le informazioni non sono esplicitamente collegate alle richieste	L'allievo è in grado di giustificare il proprio percorso risolutivo
Livello 5	L'allievo padroneggia gli aspetti concettuali e procedurali; sa utilizzare diverse rappresentazioni di un oggetto matematico e sa passare con sicurezza da una all'altra	L'allievo sa risolvere situazioni non standard, dove è necessario costruirsi un modello adeguato per rispondere e un'idea risolutiva originale (non scolastica)	L'allievo è in grado di giustificare la propria strategia e di riconoscere tra diverse argomentazioni quella corretta

ISBN 9788835101581

2. Strumenti teorici

Passiamo ora a introdurre gli strumenti teorici di cui ci serviamo per l'analisi degli item delle due prove di Matematica svolte da una stessa coorte di allievi in seconda e in quinta primaria, alla ricerca di eventuali item simili e dei criteri per stabilire tale somiglianza.

Innanzitutto, ciascun item fa riferimento a un ambito prevalente (Numeri, Spazio e figure, Dati e previsioni, Relazioni e funzioni) e tra gli item che afferiscono allo stesso ambito possiamo distinguere quelli che coinvolgono lo stesso concetto. Per concetto matematico, secondo la definizione di Vergnaud (1990), intendiamo la terna costituita da tre componenti interconnesse:

– l'insieme delle situazioni che danno senso al concetto;
– l'insieme degli invarianti sui quali si basa l'operatività degli schemi, definiti da Vergnaud come organizzazioni invarianti del comportamento per una classe di situazioni date;
– l'insieme delle forme linguistiche e non linguistiche che permettono di rappresentare simbolicamente il concetto, le sue procedure, le situazioni e le procedure di trattazione.

Tra gli item che coinvolgono uno stesso concetto, anche se a livelli di profondità differenti, ci potrà essere una somiglianza sul piano della situazione, sul piano degli invarianti operatori o ancora sul piano della forma linguistica in cui è espresso. Per esempio, due quesiti che coinvolgono il concetto di divisione in seconda e in quinta primaria potranno basarsi sullo stesso senso della divisione (per es. una situazione di contenenza) oppure implicare lo stesso schema (per es. il raggruppamento di uno schieramento di oggetti) oppure focalizzarsi sulla stessa rappresentazione (per es. parole e simboli che evocano il concetto di divisione). Parleremo in questo caso di **somiglianza concettuale** tra i due item. In secondo luogo, ci interessiamo al tipo di problema proposto dall'item. Riferendoci a Borasi (1984) possiamo individuare le seguenti componenti in un problema:

1) la formulazione, che permette di approcciarsi al problema, ossia tutto ciò che fornisce indicazioni sul compito da svolgere, sugli obiettivi che si vogliono raggiungere. Così la formulazione può essere esplicitata nel testo sotto forma di domande a cui rispondere, di consegne da eseguire, ma può anche non essere esplicitata direttamente ed essere demandata al solutore;
2) il contesto, ossia "tutto ciò che nel testo viene espresso esplicitamente o implicitamente, allo scopo di inquadrare il problema, e che provvede le varie informazioni necessarie a risolverlo" (Borasi, 1984, p. 86). Fanno dunque parte del contesto i dati del problema, tutte le informazioni fornite espressamente dal testo e anche elementi impliciti evocati

ISBN 9788835101581

dalla situazione. A proposito del contesto di un problema matematico, Zan (2012) sottolinea la necessità che la domanda (formulazione del problema, vedi punto 1) sia formulata nel contesto, ossia che nasca naturalmente da esso;

3) l'insieme delle soluzioni di un problema può dare luogo a diverse tipologie di problema:
   – problemi che ammettono una e una sola soluzione;
   – problemi che ammettono più soluzioni, anche infinite;
   – problemi che non ammettono soluzioni.

Osserviamo a questo proposito che i quesiti delle prove INVALSI sono in gran parte del primo tipo, soprattutto per necessità relative alla correzione. Tuttavia, vi sono talvolta quesiti che indagano la capacità dell'allievo di riconoscere una situazione impossibile (proponendo la scelta "Non si può dire") o item in cui si accettano due (o più) risposte, entrambe segnalate per la correzione e nella guida alla lettura.

Queste prime tre componenti – formulazione, contesto e insieme delle soluzioni – sono di natura statica e sono predisposte dai quesiti delle prove INVALSI: l'allievo non può intervenire su di esse. A seconda delle modalità con cui è formulata la domanda[2], del tipo di contesto, della natura dell'insieme delle soluzioni e della relazione tra queste tre componenti, parleremo di somiglianza strutturale del problema.

Vi è poi una quarta componente nel quadro di Borasi (1984) costituita dalle diverse strategie che si possono mettere in campo per risolvere il problema. Questo elemento è stato ripreso, nell'ambito dei problemi aritmetici, da Boero (1986) che ne ha evidenziato la dinamicità rispetto alle altre componenti: l'attività dell'allievo è tutta concentrata su questa componente. Boero distingue diverse azioni del solutore, tra cui riportiamo quelle coinvolte nelle prove INVALSI: comprensione del testo, risoluzione, controllo delle soluzioni. Occorre pertanto analizzare a priori l'attività matematica attesa dall'allievo, per la quale ci riferiamo a due aspetti (dinamici) che vengono dalla ricerca in didattica della Matematica:

– dialettica strumento/oggetto (Douady, 1986): l'attività richiesta verte su un concetto o una proprietà in quanto tale (oggetto) o sull'uso di esso per risolvere il problema dato (strumento)?
– registri (Duval, 1993): quali registri deve utilizzare l'allievo per ottenere e/o esprimere la risposta? La risoluzione del quesito richiede all'allievo un cambiamento di registro rispetto a quello della domanda?

[2] Nella formulazione della domanda rientra anche il tipo di domanda: a risposta univoca, cloze o a risposta multipla.

ISBN 9788835101581

L'analisi dell'attività matematica attesa dall'allievo per rispondere all'item ci consente di individuare **somiglianze strutturali del processo risolutivo**.

Riassumendo, i criteri per la selezione di item simili tra la prova di seconda e quella di quinta si basano su una (o più) di queste somiglianze:
– somiglianza concettuale;
– somiglianza strutturale del problema;
– somiglianza strutturale del processo risolutivo.

3. Metodologia

Il primo passo dello studio consiste nell'individuare le coorti di allievi da esaminare, le relative prove svolte in seconda e in quinta primaria e comporre il dataset contenente le informazioni contestuali e i risultati di ciascun soggetto in entrambe le prove, item per item. Leggendo il dataset riga per riga si ha la possibilità di seguire i dati e le risposte di ciascun studente (0 = errata; 1 = corretta) mentre leggendolo colonna per colonna si può percepire l'andamento delle risposte a ogni singolo item.

Le coorti interessate da questo studio longitudinale sono gli studenti nati nel 2004 ("coorte 2004" in seguito), che hanno svolto la prova di seconda primaria nel 2012 e quella di quinta primaria nel 2015, e gli studenti nati nel 2005 ("coorte 2005" in seguito), che hanno svolto la prova di seconda primaria nel 2013 e quella di quinta primaria nel 2016. Poiché gli studenti non hanno conservato lo stesso codice da una prova all'altra e non vi era la possibilità di accedere ai codici SIDI degli studenti, abbiamo proceduto nel seguente modo: il dataset per ciascuna coorte è stato creato selezionando le classi facenti parte del campione nazionale in entrambe le rilevazioni (per esempio per la coorte 2004, sono state selezionate solo le classi appartenenti sia al campione di seconda del 2012 sia al campione di quinta del 2015); i dati sono poi stati controllati per assicurarsi di selezionare solamente i soggetti che per variabili contestuali (sesso, mese e anno di nascita ecc.) e posizione nell'elenco alfabetico della classe si potessero ritenere, con ragionevole certezza, gli stessi soggetti.

Una volta preparato il dataset di una coorte su due prove successive, si procede con un primo livello di analisi: l'individuazione del livello di abilità di ogni studente in seconda e in quinta e il calcolo della relativa differenza (livello di abilità in quinta meno livello di abilità in seconda). Si studia quindi la distribuzione della variabile "differenza di livello di abilità" sul campione e l'eventuale rilevanza delle variabili genere e macro-area geografica. Inoltre, è possibile aggregare i dati in sottogruppi, a seconda della differenza

ISBN 9788835101581

di livello riscontrata (tab. 2), distinguendo al loro interno i diversi casi: per esempio, nel sottogruppo Diff_{-2}, saranno diverse le situazioni degli allievi che sono passati dal livello 3 al livello 1 rispetto a quelle degli allievi che sono passati dal livello 5 al livello 3.

Tab. 2 – Diversi casi di crescita, decrescita o stabilità usando i cinque livelli di abilità

Differenza di livelli di abilità			*Livello II → Livello V*		
Diff_{-2} (decrescita)	3→1	4→2	5→3		
Diff_{-1} (decrescita)	2→1	3→2	4→3	5→4	
Diff_{0} (stabilità)	1→1	2→2	3→3	4→4	5→5
Diff_{1} (crescita)		1→2	2→3	3→4	4→5
Diff_{2} (crescita)			1→3	2→4	3→5

Lo studio quantitativo su ogni coorte prosegue con un secondo livello di analisi per andare più in profondità nello studio dell'evoluzione delle competenze matematiche degli studenti intesa come cambiamento di livello di abilità. Si analizzano in modo qualitativo le prove svolte in seconda e in quinta primaria da una stessa coorte di allievi, usando gli strumenti teorici introdotti nel paragrafo 2. L'obiettivo di questo secondo livello di analisi è individuare item simili nelle due prove successive per una stessa coorte. Si tratta di item che, pur con difficoltà oggettive differenti perché rapportate al grado scolastico a cui sono proposti, presentano una somiglianza concettuale e/o una somiglianza strutturale del problema e/o una somiglianza strutturale del processo risolutivo. Due item simili mirano a valutare le competenze acquisite al termine della scuola primaria lavorando in continuità su contenuti e processi già a partire dal primo biennio.

Le domande che guidano l'analisi sono le seguenti:

– sulle coppie di item simili, il campione longitudinale individuato si comporta come il campione nazionale?
– ci aspettiamo che le performance (intese come le percentuali di risposte corrette) degli studenti che sono globalmente "scesi" di livello dalla seconda alla quinta (Diff_{-2} e Diff_{-1}) siano peggiorate su coppie di item simili; viceversa che le performance degli studenti che sono globalmente "saliti" di livello dalla seconda alla quinta (Diff_{1} e Diff_{2}) siano migliorate su coppie di item simili. È sempre vero? Si riscontrano casi in controtendenza?

Questo livello di analisi ci permetterà infine di formulare ipotesi da testare ulteriormente riguardo la crescita o la decrescita delle abilità degli studenti su particolari contenuti, processi o tipi di problema.

ISBN 9788835101581

4. Primo livello di analisi

Consideriamo, a titolo di esempio, la coorte 2004, ossia degli studenti nati nel 2004. I risultati riportati in questo paragrafo sono analoghi, proporzionati alla grandezza del campione, a quelli ritrovati sulla coorte 2005. Ulteriori analisi longitudinali dello stesso tipo su altre coorti potranno confermarlo, ma possiamo ipotizzare di aver individuato un andamento standard nell'evoluzione dei livelli di abilità in Matematica degli studenti della scuola primaria.

Il dataset per la coorte 2004 è composto da 1.187 studenti, distribuiti quasi omogeneamente nelle macro-aree geografiche (fig. 1) e rappresentativo dal punto di vista del genere (fig. 2).

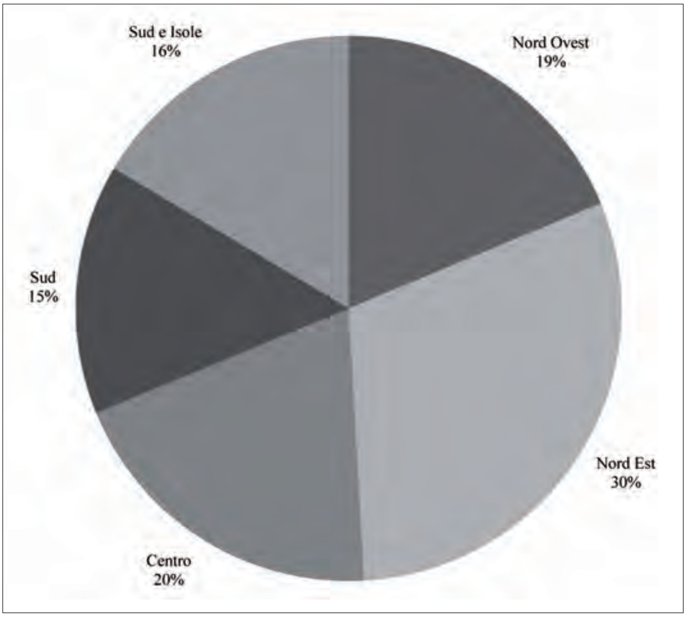


Fig. 1 – Composizione del campione della coorte 2004 rispetto alle macro-aree geografiche

ISBN 9788835101581

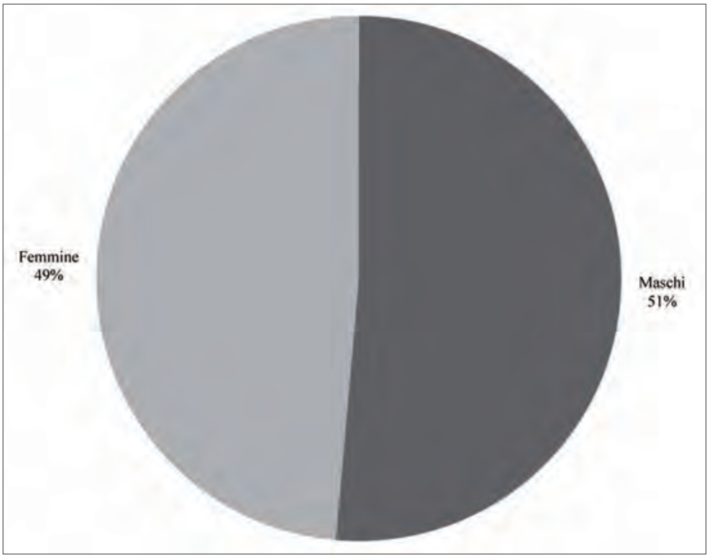


Fig. 2 – Composizione del campione della coorte 2004 rispetto al genere

Per descrivere l'andamento dei livelli di abilità degli studenti di questa coorte riprendiamo la tab. 2 aggiungendo in corsivo quanti studenti in percentuale appartengono a ciascun gruppo (tab. 3). Rappresentiamo infine la situazione nell'istogramma in fig. 3.

Tab. 3 – Andamento dei livelli di abilità del campione longitudinale della coorte 2004[3]

Differenza di livelli di abilità (% del campione Coorte 2004)	*Livello II → Livello V (% del gruppo $Diff_N$ di riferimento)*				
$Diff_{-2}$ (*8%*)	3→1 (*49%*)	4→2 (*33%*)	5→3 (*18%*)		
$Diff_{-1}$ (*22%*)	2→1 (*26%*)	3→2 (*28%*)	4→3 (*33%*)	5→4 (*13%*)	
$Diff_{0}$ (*39%*)	1→1 (*15%*)	2→2 (*21%*)	3→3 (*26%*)	4→4 (*22%*)	5→5 (*16%*)
$Diff_{1}$ (*22%*)		1→2 (*20%*)	2→3 (*32%*)	3→4 (*25%*)	4→5 (*23%*)
$Diff_{2}$ (7%)			1→3 (*21%*)	2→4 (*35%*)	3→5 (*44%*)

[3] Il restante 2% del campione longitudinale (ossia 36 studenti su 1.187) sono nelle code: rappresentano casi talmente rari di cambiamento di 3 o addirittura di 4 livelli di abilità che non sono stati presi in considerazione nello studio in quanto molto probabilmente dovuti a qualche fattore esterno intervenuto nella prima o nella seconda misurazione.

ISBN 9788835101581

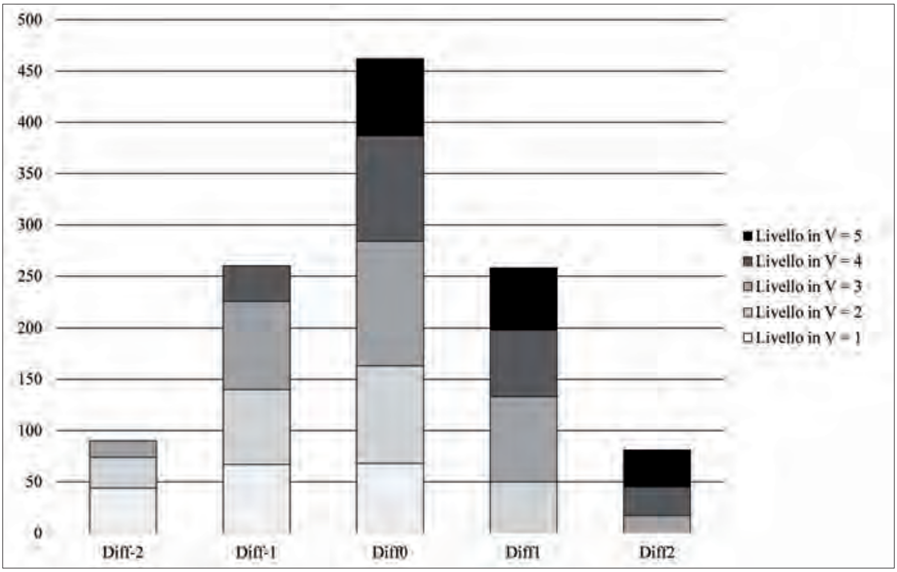


Fig. 3 – Composizione del campione della coorte 2004, in base al livello raggiunto in quinta

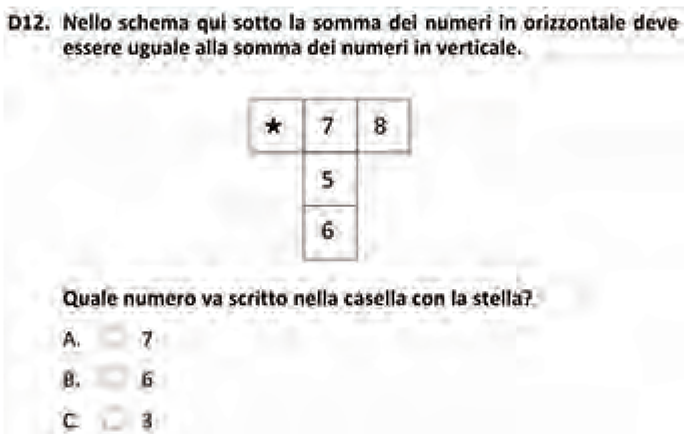
La variabile differenza di livello di abilità segue una distribuzione a campana. La maggior parte degli studenti di quinta primaria rimane nel livello che aveva già acquisito in seconda primaria e una gran parte di essi presenta un livello medio di abilità. La situazione è simmetrica per la restante parte del campione: gli studenti che sono "scesi" di un livello sono in numero pressoché uguale a quelli "saliti" di uno e, così, gli studenti che sono "scesi" di due livelli sono in numero pressoché uguale a quelli "saliti" di due. Non si registrano differenze significative tra maschi e femmine e nemmeno tra le differenti macro-aree geografiche.

5. Secondo livello di analisi: un esempio

Continuiamo a considerare la coorte degli studenti nati nel 2004 e confrontiamo le performance degli studenti su due item simili, a titolo d'esempio: la domanda D12 della prova di seconda primaria del 2012 (fig. 4) e la domanda D17 della prova di quinta primaria del 2015 (fig. 5). Utilizzando gli strumenti introdotti nel paragrafo 2, mostriamo che queste due domande soddisfano i criteri per essere ritenute simili (tab. 4).

ISBN 9788835101581

Tab. 4 – Analisi degli item usando gli strumenti teorici e i criteri introdotti nel paragrafo 2

	Prova di seconda primaria del 2012	*Prova di quinta primaria del 2015*
	 D12. Nello schema qui sotto la somma dei numeri in orizzontale deve essere uguale alla somma dei numeri in verticale. Quale numero va scritto nella casella con la stella? A. 7 B. 6 C. 3	 D17. Questa è una bilancia a due piatti in equilibrio. Un cilindro pesa 175 grammi. Quanto pesa un cubetto ? Scrivi come hai fatto per trovare la risposta e poi riporta sotto il risultato. Risultato: .... grammi
	Soluzione: * + 7 + 8 = 7 + 5 + 6 * + 15 = 18 * = 3	*Soluzione*: 3 cilindri = 1 cubetto + 1 cilindro 2 cilindri = 1 cubetto peso di un cubetto = 2×175 = 350 grammi
1	*Concetto*: uguaglianza tra due quantità *Situazione*: uguaglianza tra somme di addendi di cui uno è incognito *Schema*: sfruttare la sottrazione *Rappresentazione*: diagramma che ha la stessa somma su righe e colonne	*Concetto*: uguaglianza tra due quantità *Situazione*: uguaglianza tra somme di addendi di cui uno è incognito *Schema*: sfruttare la sottrazione *Rappresentazione*: disegno di una bilancia in equilibrio

ISBN 9788835101581

2	*Formulazione*: l'incognita è indicata con una stella al posto dell'addendo mancante e si chiede con quale numero si deve sostituire la stella. La domanda è a risposta multipla (tre opzioni) *Contesto*: la situazione è astratta, basata sui soli numeri; gli addendi sono dati e si precisa che la somma di quelli in orizzontale (tra cui la stellina) deve essere uguale a quella degli addendi tutti noti in orizzontale; un addendo (7) è in comune alle due somme *Insieme soluzioni*: unica (C)	*Formulazione*: la domanda è formulata riprendendo un elemento del disegno dato (cubetto). La domanda è a risposta univoca per quanto riguarda la soluzione e a risposta aperta per la spiegazione della strategia *Contesto*: la situazione è concreta, basata sul disegno di una bilancia in equilibrio; gli addendi non sono dati esplicitamente uno di fila all'altro, ma in legenda al disegno: "un cilindro (disegno del cilindro) pesa 175 g" Il fatto che le due somme dei pesi debbano essere uguali, non è esplicitato ma è da dedurre dall'espressione "in equilibrio" e dal disegno. *Insieme soluzioni*: unica (350 grammi)
3	*Strategie attese*: a. L'allievo calcola la somma nota sulla colonna (7+5+6=18), sottrae a 18 gli addendi noti sulla riga (18–8–7=3). b. L'allievo nota che il 7 è comune a entrambe le somme, calcola la somma dei numeri restanti sulla colonna (5+6=11), sottrae a 11 l'addendo non comune sulla riga (11–8=3). c. Sostituisce le opzioni fornite dal problema nelle due somme e sceglie quella che gli fa ottenere la stessa somma. *Strumento/oggetto*: il concetto di uguaglianza tra due quantità è strumento per risolvere il problema. *Registri*: l'allievo deve collegare correttamente il diagramma numerico dato con l'informazione espressa in linguaggio naturale sull'uguaglianza delle somme; rimanendo nel registro numerico, deve fare i calcoli e scegliere la risposta tra le tre opzioni numeriche date	*Strategie attese*: Premessa: L'allievo interpreta l'informazione "la bilancia è in equilibrio" come uguaglianza dei pesi sui due piatti. a. L'allievo calcola il peso sul piatto di sinistra (175+175+175 o 3×175=525), sottrae a esso il peso noto (cilindro) sul piatto di sinistra (525–175=350). b. L'allievo osserva che i due pesi sui piatti della bilancia hanno un cilindro in comune, deduce che un cubetto pesa come due cilindri, calcola il peso del cubetto raddoppiando il peso del cilindro (2×175=350). *Strumento/oggetto*: il concetto di uguaglianza tra due quantità è strumento per risolvere il problema. *Registri*: l'allievo deve interpretare l'espressione in linguaggio naturale "in equilibrio" come un'uguaglianza, deve quindi convertire le informazioni grafiche date nel disegno in numeri, usando correttamente la legenda "un cilindro pesa 175 grammi"; passando quindi al registro numerico deve calcolare il valore corretto del peso incognito

ISBN 9788835101581

Le due domande presentate rispettano dunque tutti i criteri per essere ritenuti simili. Vi è infatti somiglianza concettuale (1): il concetto in gioco è l'uguaglianza di due quantità, precursore delle equazioni a un'incognita. Seguendo la definizione di Vergnaud (1990), la situazione data e lo schema operatorio per affrontarla sono gli stessi, anche se l'immagine del concetto è espressa in forma diversa. Nonostante il contesto diverso, vi è somiglianza strutturale (2): sapendo (in D12) e deducendolo dal contesto (in D17) che due somme sono uguali e dati tutti gli addendi (esplicitamente in D12 e implicitamente in D17) tranne uno, bisogna trovare quello mancante. Osserviamo però che essendo D12 una domanda a risposta multipla, una delle strategie corrette (c) consiste nel sostituire uno per uno i numeri suggeriti dalle opzioni di risposta, scegliendo quello che rende uguali le somme. Questo implica una possibile differenza nell'insieme delle strategie a disposizione dell'allievo. Le altre strategie attese sono esattamente le stesse nei due casi, con la premessa di interpretare correttamente il testo della domanda D17. Il concetto di uguaglianza di due quantità è in entrambi i casi usata come strumento per risolvere il problema, anche se l'item di quinta richiede un cambio di registro (dai registri del disegno e del linguaggio naturale a quello numerico). Possiamo comunque ritenere che vi sia anche una certa somiglianza strutturale del processo risolutivo.

La tab. 5 riporta le percentuali di risposte corrette a D12 e a D17 ottenute in media per ciascun gruppo Diff$_N$ e relativo sottogruppo di allievi.

Tab. 5 – Percentuali di risposte corrette agli item simili D12 e D17

Diff. di livelli di abilità		*Livello II → Livello V*									
D12	*D17*	*D12*	*D17*	*D12*	*D17*	*D12*	*D17*	*D12*	*D17*	*D12*	*D17*
Diff$_{-2}$		3 → 1		4 → 2		5 → 3					
62%	41%	52%	16%	63%	63%	88%	69%				
Diff$_{-1}$		2 → 1		3 → 2		4 → 3		5 → 4			
55%	48%	45%	15%	49%	37%	53%	67%	88%	88%		
Diff$_0$		1 → 1		2 → 2		3 → 3		4 → 4		5 → 5	
51%	57%	26%	10%	44%	32%	50%	64%	56%	81%	76%	88%
Diff$_1$				1 → 2		2 → 3		3 → 4		4 → 5	
44%	64%			36%	28%	48%	51%	42%	80%	48%	93%
Diff$_2$						1 → 3		2 → 4		3 → 5	
35%	81%					24%	65%	39%	79%	36%	92%

I casi di controtendenza sono evidenziati in grigio.

ISBN 9788835101581

Analizzando i risultati sul campione longitudinale (N = 1.187), costituito dagli stessi studenti che hanno svolto la prova di seconda primaria nel 2012 e quella di quinta primaria nel 2015, ritroviamo il 50% di risposte esatte alla domanda D12 nel 2012 e il 57% di risposte esatte alla domanda D17 nel 2015. Osserviamo, per inciso, che questi risultati rispecchiano bene la situazione nazionale (si vedano i risultati del campione nazionale: 50% di risposte esatte a D12 nel 2012; 50% di risposte esatte a D17 nel 2015).

Ci verrebbe da dire che gli alunni si sono comportati pressoché allo stesso modo rispondendo alla domanda D12 nel 2012 e D17 nel 2015. Da un'analisi longitudinale più fine del nostro campione possiamo trarre in realtà informazioni più complete e interessanti.

Consideriamo il sottogruppo Diff_{-2} (8% del campione) costituito dagli studenti che sono globalmente scesi di due livelli di abilità dalla prova di seconda alla prova di quinta. Ci potremmo aspettare che le performance di questi studenti siano più basse in risposta a D17 rispetto a quelle in risposta a D12, e in effetti la percentuale di risposte corrette per l'intero gruppo è scesa in media dal 62% al 41%. Tuttavia, ciò non accade in maniera omogenea se andiamo ad analizzare caso per caso. In particolare, la media di risposte corrette è rimasta invariata (63%) per gli allievi che partivano con un livello 4 di abilità nel 2012 e sono scesi a livello 2 nel 2015. Si osserva cioè ciò che chiamiamo un caso di "controtendenza", evidenziato in grigio nella tab. 5.

Una situazione analoga si è verificata per il gruppo Diff_{-1} (22% del campione) formato dagli studenti che globalmente sono scesi di un livello di abilità dalla prova di seconda alla prova di quinta. Anche qui è utile distinguere le performance nei diversi casi. Infatti, è vero che la percentuale di risposte corrette per l'intero gruppo è scesa in media dal 55% al 48%, ma gli studenti di livello medio-alto non contribuiscono a determinare questa tendenza; al contrario, in risposta alla domanda D17 le performance sono migliorate in media per coloro che globalmente sono passati dal livello 4 al livello 3 (dal 53% al 67%) e sono rimaste invariate in media per coloro che dal livello 5 sono scesi al livello 4 (88%).

Si registra un miglioramento delle performance di fronte a questo tipo di problema anche per gli studenti che sono rimasti stabilmente in un livello di abilità medio-alto: le risposte corrette sono aumentate di 14 punti percentuali per gli allievi di livello 3; di 25 punti percentuali per gli allievi di livello 4; di 12 punti percentuali per gli allievi di livello 5.

Possiamo quindi concludere che per gli allievi di livello medio-alto (si veda la parte destra della tab. 5), anche nei casi in cui le competenze sono globalmente calate, a causare problemi non è stato questo tipo di domanda su cui in molti casi si è registrato, al contrario, un miglioramento delle perfor-

ISBN 9788835101581

mance. Il grado di acquisizione del concetto di uguaglianza di due quantità, propedeutico a quello di equazione, e della competenza relativa al può considerare abbastanza elevato da parte degli alunni di livello medio-alto (con percentuali in quinta superiori al 60%, in tutti i casi di crescita, decrescita o stabilità di livello).

Non si può dire lo stesso, tuttavia, per gli studenti che globalmente sono saliti di un livello, partendo però da un livello basso (il 4% di studenti che sono passati dal livello 1 al livello 2), la cui performance in media è peggiorata su questo tipo di problema (dal 36% di risposte corrette a D12 nel 2012 al 28% di risposte corrette a D17 nel 2015). Questo ci dice che, sebbene tale domanda possa considerarsi ben acquisita per gli studenti di livello medio-alto, non si può dire altrettanto per gli studenti di livello basso che ancora accusano delle difficoltà, persino nei casi in cui globalmente si è registrata una maturazione delle competenze matematiche.

5.1. Osservazioni

Il confronto effettuato tra le performance degli allievi su questi item simili ci sembrano significative perché gli item selezionati presentano lo stesso livello di difficoltà, ovviamente rapportato al grado scolastico per il quale sono proposti. La domanda D12 di seconda ha un indice di difficoltà[4] pari a -0,01, compreso tra -0,4 e 0,4; la domanda D17 di quinta ha un indice di difficoltà pari a -0,26, compreso tra -0,4 e 0,4. Entrambe le domande corrispondono a un livello 3 di difficoltà. Quindi, possiamo escludere che l'aumento (o la diminuzione) delle percentuali di risposte corrette di uno stesso gruppo di soggetti dipenda dal fatto che D17 fosse in proporzione più facile (o più difficile) di D12. In questo modo, possiamo interpretare un aumento delle percentuali di risposte corrette all'item di quinta rispetto a quello di seconda come un effettivo progresso (o regresso) dell'abilità degli allievi.

È in corso un'analisi di altre coppie di item simili e la messa a punto di un metodo per determinare la significatività delle differenze di percentuali rilevate dalla seconda alla quinta primaria, al fine di trovare i casi di controtendenza più significativi da studiare. Per determinare se ci sono differenze-

[4] Nel modello di Rasch (1960), utilizzato da INVALSI, il parametro di difficoltà di ogni item della prova, "definito come il livello di abilità richiesto affinché un soggetto abbia le stesse probabilità di superare o non superare l'item" (Barbaranelli e Natali, 2005) è espresso sulla stessa scala delle stime dell'abilità degli studenti, in quanto esso corrisponde al punto sul *continuum* dell'abilità latente nel quale la probabilità di rispondere correttamente all'item è pari al 50%.

ISBN 9788835101581

significative nelle performance tra la seconda e la quinta primaria, un'idea che stiamo esplorando consiste nell'effettuare un test dei segni direttamente sulle coppie risposte (sec-quinta) fornite da ogni studente.

Ciò dovrebbe permetterci non solo di determinare se una controtendenza nei dati percentuali è significativa, ma anche di confrontare le performance degli studenti indipendentemente dal livello di difficoltà degli item.

Infine, sarà interessante approfondire l'analisi dei dati così aggregati, per stabilire quali variabili (genere, area geografica ecc.) possano aver influito sulle performance di certi gruppi di allievi le cui performance risultano in controtendenza rispetto all'andamento globale della variabile differenza di livello di abilità.

6. Implicazioni didattiche dell'analisi e prospettive dello studio

In termini di implicazioni didattiche, le nostre analisi di primo livello ma soprattutto quella di secondo livello ci permettono di individuare tipi di situazioni problematiche per le quali si è registrata una crescita o una decrescita dell'abilità degli allievi in Matematica. Si tratta di situazioni a cui la scuola sembra preparare adeguatamente, nel primo caso, mentre sono da promuovere maggiormente, nel secondo caso.

Nell'esempio analizzato nel paragrafo 5, ci siamo focalizzati su una situazione problematica basata sul concetto di uguaglianza di due quantità come strumento (nel senso di Douady, 1986) per la quale sembra esserci una crescita delle competenze nel corso della scuola primaria (per la coorte 2004). Questo tipo di situazione permette di cogliere l'avvenuta acquisizione di una forma di ragionamento alla base di molti processi matematici di cui l'allievo si servirà in futuro, alla scuola secondaria di I e di II grado, quando dovrà impostare e risolvere un'equazione per affrontare problemi di tipo algebrico. Analizzare lo sviluppo di una tale predisposizione al ragionamento algebrico già dalla scuola primaria può rivelarsi utile in un'ottica di continuità con i gradi scolastici successivi.

Due ulteriori indagini potrebbero confermare la nostra ipotesi di crescita delle competenze su questo tipo di situazione: in primo luogo, stiamo estendendo l'analisi ad altre coorti, cercando una situazione analoga su cui valutare l'evoluzione di questa competenza matematica; in secondo luogo, ipotizziamo di proseguire l'analisi sui dati delle varie coorti per seguire lo sviluppo di questa competenza al termine della scuola secondaria di I grado e, soprattutto, al secondo anno della scuola secondaria di II grado, dove l'algebra è ormai stata introdotta come strumento per risolvere situazioni di questo tipo.

ISBN 9788835101581

Tra le prospettive future di questo studio, ci proponiamo, inoltre, di ampliare lo spettro delle situazioni analizzate longitudinalmente su più coorti. Nello specifico, intendiamo individuare e analizzare coppie di item simili su cui si registra un peggioramento delle performance degli allievi, nonostante il percorso svolto alla scuola primaria. Intendiamo infatti formulare delle implicazioni didattiche più complete e forti, individuando tipi di situazioni problematiche che, per struttura o per contenuto, dovrebbero essere oggetto di studio più approfondito già a partire dalla scuola primaria.

Vi è un'ulteriore parte della ricerca, sviluppata nell'a.s. 2017/18, che comporta studi di caso qualitativi. Così come abbiamo fatto per l'uguaglianza di due quantità, formuleremo delle ipotesi sulla base di un miglioramento o peggioramento delle performance degli allievi. Per testare queste ipotesi, e più in generale per promuovere un uso formativo delle prove INVALSI, è stato svolto un progetto-pilota in undici classi quinte di Torino per l'a.s. 2017/18 (Panero, Brunero e Parente, in stampa). Questi studi di caso ci forniscono anche il contesto per esaminare nel dettaglio l'evoluzione delle competenze degli alunni, avendo accesso alle loro risoluzioni, strategie, ragionamenti e argomentazioni. Ogni classe è stata seguita per tutto l'anno scolastico con proposte periodiche di attività di problem solving, preparate in collaborazione con l'insegnante in modo da seguire il programma in corso di svolgimento. Grande attenzione è stata data all'argomentazione, che è stata stimolata con lavori di coppia o in gruppo. Al termine dell'attività, i bambini hanno risposto individualmente a brevi quesiti (presi da prove INVALSI precedenti e inerenti all'attività svolta) per verificare gli apprendimenti in corso di acquisizione e la loro profondità. Anche in questo caso il focus è stato sull'argomentazione, con domande del tipo "spiega come hai fatto" e "spiega perché". L'obiettivo generale di questo lavoro nelle classi è quello di seguire e sostenere lo sviluppo dei processi chiave di problem solving e accompagnare gli allievi ad affrontare con serenità e consapevolezza l'ultima tappa del percorso: la prova di quinta primaria del 2018.

Alcuni risvolti dell'analisi quantitativa si potranno testare con le osservazioni fatte in classe e, viceversa, l'analisi di strategie emerse dagli allievi potrà alimentare l'analisi a priori di item simili. La definizione e i criteri che ci siamo dati per misurare l'evoluzione delle competenze non cambiano, anzi costituiscono il trait-d'union tra la parte più quantitativa dell'analisi e gli studi di caso nelle classi. Sono stati individuati i livelli di abilità degli studenti, coinvolti nel progetto, rilevati con la prova di seconda del 2015. Si è partiti proprio da questa prova, analizzandone con gli insegnanti i risultati e proponendo a inizio anno alcuni quesiti riadattati, per

ISBN 9788835101581

studiare l'evoluzione delle abilità degli studenti. Ci auguriamo di registrare un miglioramento, almeno per una parte degli studenti, che potrà essere rilevato con la prova di quinta primaria di maggio 2018, confrontando i livelli di abilità raggiunti con quelli di partenza e l'andamento degli studenti su alcune coppie di item simili.

Riferimenti bibliografici

Barbaranelli C., Natali E. (2005), *I test psicologici: teorie e modelli psicometrici*, Carocci, Roma.

Black P., Wiliam D. (2009), Developing the theory of formative assessment, *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21, 1, pp. 5-31.

Boero P. (1986), "Sul problema dei problemi aritmetici nella scuola elementare", *L'insegnamento della Matematica e delle scienze integrate*, 9, 9, pp. 48-93.

Borasi R. (1984), "Che cos'è un problema? Considerazioni sul concetto di problema e sulle sue implicazioni in didattica della matematica", *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 2, 7, pp. 83-98.

Branchetti L., Ferretti F., Lemmo A., Maffia A., Martignone F., Matteucci M., Mignani S. (2015), "A longitudinal analysis of the Italian national standardized mathematics tests", in *Proceeding of CERME9*, pp. 1695-1701.

Douady R. (1986), "Jeux de cadre et dialectique outil-objet", *Recherches en didactique des mathématiques*, 7, 2, pp. 5-32.

Duval R. (1993), "Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée", *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 1, pp. 37-65.

INVALSI (2017), *Rilevazioni nazionali degli apprendimenti 2016-17. Rapporto risultati*, http://www.INVALSI.it/INVALSI/doc_eventi/2017/Rapporto_Prove_INVALSI_2017.pdf, data di consultazione 14/11/2019.

Martignone F. (2016), "Un'attività di formazione per insegnanti di scuola secondaria di primo grado: analisi di prove INVALSI di Matematica", *Form@re-Open Journal per la formazione in rete*, 16, 1, pp. 70-86.

MIUR (2012), "Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione", *Annali della Pubblica Istruzione*, numero speciale, Le Monnier, Firenze.

Panero M., Brunero A.M., Parente L. (in stampa), "Uso formativo delle prove INVALSI di Matematica", *Conferenze e Seminari dell'Associazione Subalpina Mathesis 2017-2018*, Kim Williams Books, Torino.

Rasch G. (1960), *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*, The University of Chicago Press, Chicago.

Rock D.A., Pollack J.M., Weiss M. (2004), *Assessing cognitive achievement growth during the kindergarten and first grade years (ETS RR-04-22)*, ETS, Princeton.

Vergnaud G. (1990), "Théorie des champs conceptuels", *Recherches en didactique des mathématiques*, 10, pp. 47-56.

ISBN 9788835101581

von Davier A.A., Carstensen C.H., von Davier M. (2006), “Linking Competencies in Educational Settings and Measuring Growth. Research Report (ETS RR-06-12)”, *ETS Research Report Series*, i-36.
Zan R. (2012), “La dimensione narrativa di un problema: il modello C&D per l’analisi e la (ri)formulazione del testo”, *L’insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 35, 2, pp. 108-126 e 35, 4, pp. 437-467.

ISBN 9788835101581

5. Due direzioni didattiche per migliorare l'apprendimento della Matematica: percorsi di formazione in rete per la scuola primaria

di Daniela Ruffolo, Maria Antonietta Russo, Laura Rossomando, Angela Caruso*

Dalle rilevazioni dati INVALSI è emerso un gap tra i risultati negli esiti degli apprendimenti area logico-matematica (ambito classi) rispetto alla media del Sud. Abbiamo, pertanto, strutturato percorsi in rete, con professionalità esterne coinvolte in ricerca-azione universitaria. I percorsi laboratoriali hanno coinvolto i bambini dell'ultimo anno di scuola dell'infanzia e gli alunni frequentanti le classi prima e quinta della scuola primaria.

I laboratori hanno valorizzato le capacità intuitive del bambino, promosso lo sviluppo del pensiero logico-critico e favorito un'immagine positiva della Matematica. L'attenzione rivolta all'analisi dei processi lessicali, semantici, pre-sintattici e di counting ha consentito di riconoscere e fronteggiare le difficoltà nelle singole aree coinvolte. Il calcolo a mente è stato incentivato attraverso l'utilizzo di strumenti pratici e il pensiero produttivo stimolato con un apprendimento ludico, cooperativo e collaborativo.

L'obiettivo di rendere familiare e gradevole il "Regno dei numeri" ha modificato l'approccio alla materia riducendo l'ansia da prestazione e il disagio scolastico, innalzando il livello di competenza degli alunni e migliorando le capacità metacognitive, riflessive, logiche, inferenziali e del pensiero divergente.

Da sottolineare, senza dubbio, anche l'effetto moltiplicatore sulla formazione a cascata per tutti i docenti come azione sinergica tra le due scuole.

Al fine di verificare l'approccio alla Matematica, conoscere il livello di competenza in ingresso, individuare aree carenti e riscontrare dati valutativi oggettivi e confrontabili, sono stati somministrati le prove BIN per la valu-

* Il presente capitolo è frutto del lavoro congiunto delle autrici. Ove occorresse, le singole parti del lavoro sono attribuibili alle autrici nel modo seguente: Introduzione Daniela Ruffolo e Maria Antonietta Russo; paragrafo 2.1 Maria Antonietta Russo; paragrafo 2.3 Laura Rossomando; paragrafo 3 Daniela Ruffolo; paragrafo 3.6 Angela Caruso.

ISBN 9788835101581

tazione dell'intelligenza numerica; il MeMa test che, in rapporto alle attese per età e/o classe, ha evidenziato prestazioni iniziali deficitarie; i test iniziali e finali delle prove standardizzate AC-MT 6-11 anni, classe prima (parte individuale e collettiva) e classe quinta (parte collettiva).

I risultati attesi saranno verificati a breve termine, nelle classi prime, attraverso le prove d'ingresso standardizzate a.s. 2016/2017; a medio termine, nelle classi seconde, con la prova INVALSI nazionale a.s. 2017/2018; a lungo termine, nelle classi quinte, con la prova INVALSI nazionale a.s. 2020/2021.

1. Presentazione sintetica dei due contesti

Le due Direzioni didattiche sono ubicate, a circa 7 km di distanza, nei comuni di Giffoni Valle Piana e Montecorvino Rovella, nell'ambito dei Monti Picentini in provincia di Salerno.

La contiguità comporta anche la condivisione di contesti socio-economici e culturali.

Tutte le scuole sul territorio, a partire dall'analisi critica dei risultati delle prove INVALSI, hanno avviato, da alcuni anni, un processo di rinnovamento e riorganizzazione, con percorsi di formazione e aggiornamento del personale docente focalizzati al miglioramento dell'apprendimento della Matematica.

Entrambe le Direzioni hanno destinato allo scopo i finanziamenti europei PON ed hanno attivato reti territoriali quali: "Numeri che passione" con l'associazione Nisolò, convenzionata con l'Università di Padova, "La terra gira ma io non cado" in collaborazione con l'Osservatorio astronomico "Gian Camillo Glorioso" di Montecorvino Rovella, con la rete "Lisaca" di Salerno e con l'Università di Salerno.

Attualmente si opera in sinergia, confrontandosi e condividendo buone pratiche, strategie educative e percorsi formativi per docenti e alunni.

Appare opportuno segnalare che i due contributi di seguito presentati fotografano due differenti momenti delle rilevazioni INVALSI: il primo affronta l'analisi delle rilevazioni relative alla seconda primaria, il secondo si focalizza sui risultati della quinta primaria. Tale scelta è motivata dall'esigenza di mostrare come al mutare dell'oggetto osservato gli approcci analitici debbano differenziarsi e modellarsi sul progetto educativo specifico. Questo anche per offrire, alla comunità scolastica e all'INVALSI stesso, due finestre differenti sul possibile utilizzo dei dati.

ISBN 9788835101581

2. Direzione didattica di Montecorvino Rovella

2.1. Analisi di contesto e scelte progettuali

Montecorvino Rovella è un comune di 12 000 abitanti che si estende su una superficie di 48 km/quadrati ed è posto nella zona collinare dei Monti Picentini; dista circa 23 km dal capoluogo di provincia (SA).

L'economia montecorvinese si basa prevalentemente su agricoltura/allevamento e piccola industria manifatturiera del settore tessile/abbigliamento.

Dal 1986 è presente sul territorio l'Osservatorio astronomico, riconosciuto a livello internazionale con l'assegnazione del codice 229, dedicato a "Gian Camillo Glorioso", illustre astronomo nativo di Montecorvino Rovella che il 3 novembre 1613 salì sulla cattedra già appartenuta a Galileo Galilei. L'osservatorio è fortemente impegnato in iniziative volte alla divulgazione e alla diffusione di un'informazione scientificamente corretta sui fenomeni astronomici ed è partner di un progetto con una rete di scuole di cui la Direzione didattica è scuola capofila. Il tasso di disoccupazione di Montecorvino è stabile intorno al 20,7% con forte differenziazione di genere: dai dati ISTAT, infatti, risulta che la disoccupazione femminile raggiunge il 26,7%, mentre quella maschile si assesta intorno al 17%, il tasso di disoccupazione giovanile è stabile al 45,6%. La crisi economica quindi ha colpito la fascia giovanile della cittadina, ovvero la fascia che si caratterizza come utenza di riferimento della nostra scuola.

La Direzione didattica conta 680 alunni (a.s. 2016/2017), con una percentuale di stranieri calcolata intorno al 9%. Dalla lettura dei questionari somministrati a 234 genitori di alunni di scuola dell'infanzia è emerso che i nuclei familiari sono costituiti da: genitori diplomati (40%); laureati (11%); in possesso di: licenza media (37%), qualifica professionale (4%), altro titolo di studio superiore al diploma (1%), licenza elementare (5%), il restante 3% di entrambi i genitori non ha risposto.

Dai medesimi questionari si evince una condizione di forte disagio delle famiglie con ripercussioni sull'attivazione di servizi di sostegno (ticket mensa e ticket trasporto) che l'ente locale non garantisce pienamente.

Il territorio di riferimento, inoltre, non è tale da assicurare risorse finanziarie e culturali che possano adeguatamente sostenere progetti particolarmente ambiziosi; nonostante esistano numerose associazioni culturali, religiose e non, che operano nella comunità di Montecorvino, si sente forte la mancanza di un'azione coordinata sulle tematiche dell'inclusione degli stranieri e dei bambini. I plessi della nostra istituzione scolastica sono complessivamente 9 (7 di scuola dell'infanzia, distribuiti tra il capoluogo e quattro frazioni, 2 di scuola primaria allocati nel centro del paese).

ISBN 9788835101581

Ogni aula della scuola primaria è fornita di linea ADSL e di LIM. Una LIM è istallata anche nel plesso più grande di scuola dell'infanzia.

Nel Comune operano altre due autonomie scolastiche: l'Istituto comprensivo "Romualdo Trifone" e l'Istituto di istruzione superiore "Gian Camillo Glorioso".

Il contesto difficile si riflette sulle osservazioni iniziali relative ai bambini di tre anni iscritti alle scuole del nostro circolo per l'a.s. 2016/17, in particolare per gli ambiti cognitivo-linguistico e logico-matematico, ma trova conferma anche nelle osservazioni degli anni precedenti.

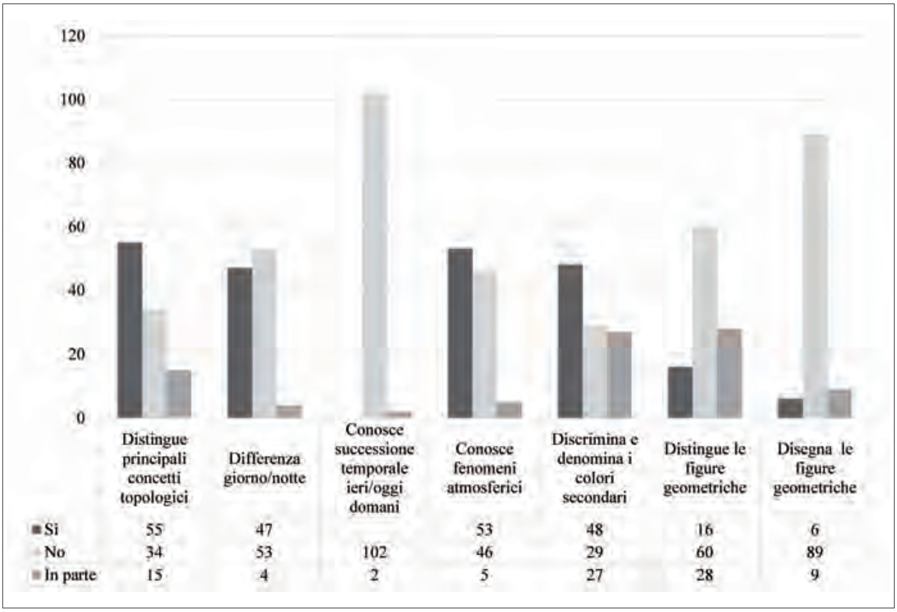


Fig. 1 – Osservazioni iniziali scuola dell'infanzia 104 alunni di 3 anni a.s. 2016/17, area logico-matematica (I parte)

ISBN 9788835101581

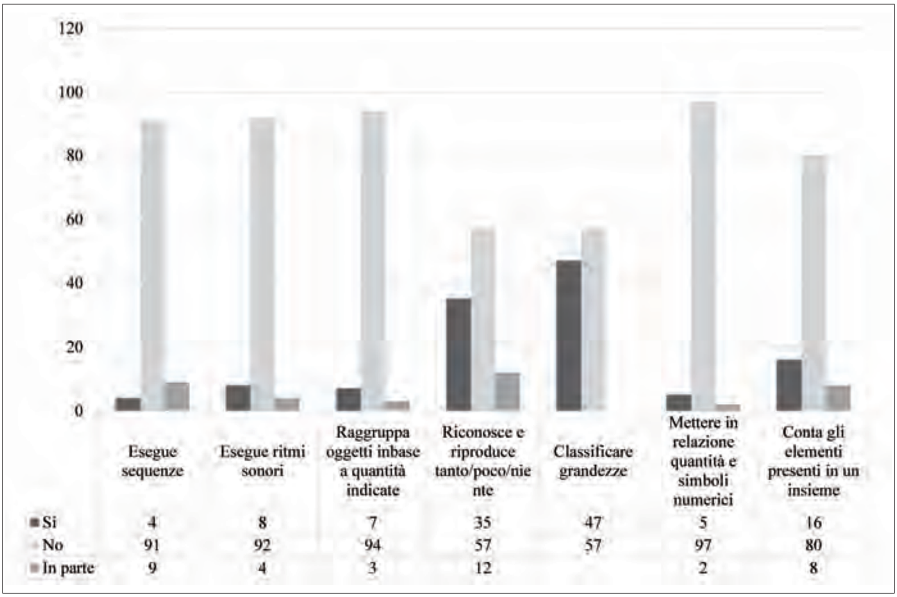


Fig. 2 – Osservazioni iniziali scuola dell'infanzia 104 alunni di 3 anni a.s. 2016/17, area logico-matematico (II parte)

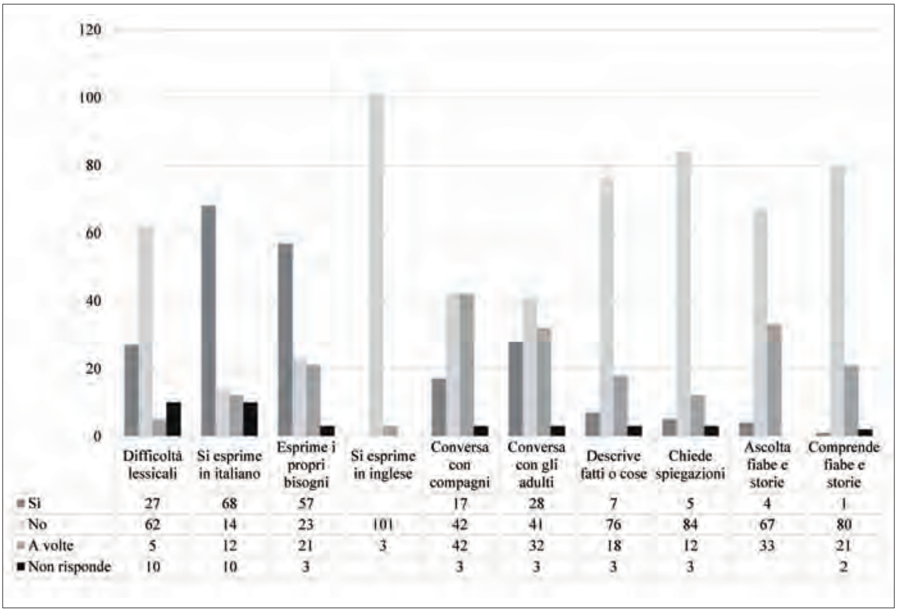
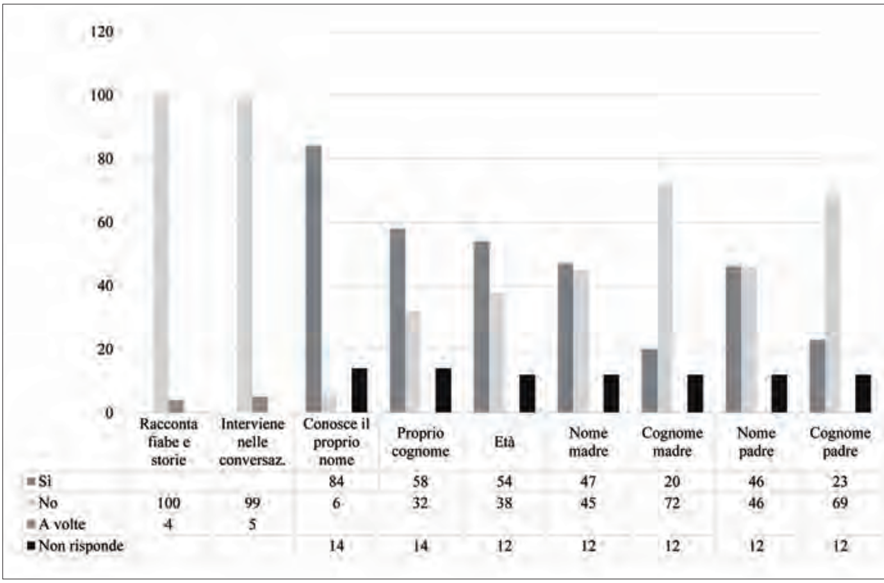


Fig. 3 – Osservazioni iniziali scuola dell'infanzia 104 alunni di 3 anni a.s. 2016/17, area cognitivo-linguistica (I parte)

ISBN 9788835101581



	Racconta fiabe e storie	Interviene nelle conversaz.	Conosce il proprio nome	Proprio cognome	Età	Nome madre	Cognome madre	Nome padre	Cognome padre
Sì			84	58	54	47	20	46	23
No	100	99	6	32	38	45	72	46	69
A volte	4	5							
Non risponde			14	14	12	12	12	12	12

Fig. 4 – Osservazioni iniziali scuola dell'infanzia 104 alunni di 3 anni a.s. 2016/17, area cognitivo-linguistica (II parte)

A fronte di questa situazione diviene necessario procedere a un esame approfondito degli interventi già messi in atto negli anni precedenti e individuarne i punti deboli. In primo luogo si evidenzia la necessità di un'azione integrata a supporto della progettazione in modo che tutte le iniziative vengano tra loro connesse e complessivamente monitorate.

In questo modo costruiamo un ordito in cui tutti gli elementi si sostengono reciprocamente.

2.2. Effetto scuola – valore aggiunto

La Direzione didattica di Montecorvino Rovella ha avviato, a partire dall'a.s. 2012/2013, un'analisi critica dei risultati delle prove INVALSI partendo dagli esiti delle prove dell'anno precedente.

L'attenzione si era opportunamente focalizzata sulla prova di Matematica. La situazione scuola che l'INVALSI restituiva per l'a.s. 2011/2012 era la seguente: classi 2ª punteggio 61,9 con cheating 0,3 e classi 5ª punteggio 37,8 con cheating 0,6.

ISBN 9788835101581

Tab. 1 – Dati INVALSI relativi alla prova di Matematica delle classi seconde a.s. 2011/2012

Istituto	*Media netto cheating*	*Differenza risultati scuole con background familiare simile*	*Campania (57,8)*	*Sud (58,5)*	*Italia (58,0)*	*Cheating*
SAEE07800A	61,9	+0,5	↑	↑	↑	0,3%

Tab. 2 – Dati INVALSI relativi alla prova di Matematica delle classi quinte a.s. 2011/2012

Istituto	*Media netto cheating*	*Differenza risultati scuole con background familiare simile*	*Campania (57.8)*	*Sud (58.5)*	*Italia (58.0)*	*Cheating*
SAEE07800A	37,8	-16,7	↓	↓	↓	0,6%

Le classi 5ª apparivano molto lontane dalla media nazionale.

Il primo provvedimento operativo è stato quello di modificare l'organizzazione didattica dei due ordini di scuola moltiplicando i momenti di interconnessione, sul piano formativo, didattico e progettuale. Si sono costruiti momenti comuni di verifica volti a dimensionare sull'apprendimento il principio della valutazione e riportare alla giusta dimensione lo stress da esame.

Scuola dell'infanzia	*Scuola primaria*
– Corso di formazione sulle Indicazioni nazionali 2007 – Elaborazione di un curricolo verticale condiviso di Istituto – Formazione di sezioni eterogenee – Elaborazione e uso di griglie di osservazione inerenti agli ambiti socio-relazionale, linguistico-espressivo e logico-matematico per la verifica iniziale, in itinere e finale – Attività laboratoriali per gruppi di età e di livello – Prove logico-matematiche per i bambini di cinque anni sul modello INVALSI	– Corso di formazione sulle Indicazioni nazionali 2007 – Elaborazione di un curricolo verticale condiviso di Istituto – Preparazione di prove d'ingresso e di verifica quadrimestrali per classi parallele – Prove di verifica iniziali, in itinere e finali sul modello INVALSI dalla classe prima alla classe quinta

Nell'anno successivo 2012/2013 le prove INVALSI di Matematica hanno registrato la seguente situazione scuola: classi 2ª punteggio 58,7 con cheating 2,5 e classi 5ª punteggio 52,9 con cheating 2.

ISBN 9788835101581

Tab. 3 – Dati INVALSI relativi alla prova di Matematica delle classi seconde a.s. 2012/2013

Istituto	*Media netto cheating*	*Esiti studenti netto cheating stessa scala rapporto nazionale*	*Differenza risultati scuole con background familiare simile*	*Campania (49,2)*	*Sud (50,8)*	*Italia (53,5)*	*Cheating*
SAEE07800A	58,7	206,5	+3,4	↑	↑	↑	2,5

Tab. 4 – Dati INVALSI relativi alla prova di Matematica delle classi quinte a.s. 2012/2013

Istituto	*Media netto cheating*	*Esiti studenti netto Cheating stessa scala rapporto nazionale*	*Differenza risultati scuole con background familiare simile*	*Campania (49,2)*	*Sud (50,8)*	*Italia (53,5)*	*Cheating*
SAEE07800A	52,9	193,1	-1,5	↔	↔	↓	2,7

Questa volta, oltre alla differenza tra i risultati raggiunti dagli alunni delle classi seconde rispetto a quelli raggiunti dai compagni di quinta, è il cheating a farci riflettere; ci si rende conto che per poter migliorare è prioritario disporre dei livelli reali di apprendimento in un clima di reciproca fiducia.

A partire dall'anno scolastico 2013/2014 si implementano le scelte progettuali come di seguito evidenziato.

Scuola dell'infanzia	*Scuola primaria*
– Progetto "Numeri che passione": padroneggiare i processi lessicali, semantici, sintattici e di conteggio, avvio al calcolo attraverso l'utilizzo della linea del 20, e problem solving attraverso le Storie di Vallortigara, per i bambini che frequentano l'ultimo anno della scuola dell'infanzia – Progetto "Musicando imparo", educazione al ritmo, per tutti i bambini	– Progetto "Non uno di meno" di consolidamento e potenziamento delle conoscenze in ambito matematico e linguistico – Progetti extracurriculari "obbligatori" per le classi terze, quarte e quinte finalizzati al miglioramento dei risultati scolastici e al potenziamento delle competenze logico-matematiche – Costituzione di una commissione per la somministrazione e la correzione delle prove INVALSI con l'obiettivo di ridurre la percentuale di "cheating teacher"

ISBN 9788835101581

Le prove INVALSI relative all'a.s. 2013/2014 evidenziano i seguenti dati: situazione scuola classi 2ª punteggio 52,7 con cheating 0,3 e classi 5ª punteggio 61,6 con cheating 1,0.

Tab. 5 – Dati INVALSI relativi alla prova di Matematica delle classi seconde a.s. 2013/2014

Istituto	*Media netto cheating*	*Differenza risultati scuole con background familiare simile*	*Campania (49,2)*	*Sud (50,8)*	*Italia (53,5)*	*Cheating*
SAEE07800A	52,7	-4,7	↔	↓	↓	0,3%

Tab. 6 – Dati INVALSI relativi alla prova di Matematica delle classi quinte a.s. 2013/2014

Istituto	*Media punteggionetto cheating*	*Esiti studenti netto cheating stessa scala rapporto nazionale*	*Differenza risultati scuole con background familiare simile*	*Campania (60,7)*	*Sud (61,6)*	*Italia (62,9)*	*Cheating*
SAEE07800A	61,6	196,1	-0,9	↔	↔	↓	1,0

Sono i primi risultati positivi: il cheating, sebbene ancora segnalato nelle classi 5ª, si è ridotto rispetto all'anno precedente, nel contempo proprio le classi quinte migliorano nella prestazione passando dal 37,8 del 2012 al 61,6 del 2014; entrambe le classi sono al di sotto della media nazionale ma il miglioramento è notevole ed effettivo.

È possibile ipotizzare che il progetto di consolidamento/recupero e i progetti di ampliamento, obbligatori per le classi terze, quarte e quinte di Matematica, Italiano e lingua straniera, abbiano contribuito al raggiungimento di questi risultati.

Nell'anno scolastico 2014/2015 si decide di confermare i progetti e le iniziative deliberati negli anni precedenti, convinti dell'azione sinergica di sostegno all'apprendimento; si è scelto, tuttavia, per necessità di sintesi, di limitarci a riferire esclusivamente delle iniziative strettamente coerenti con l'oggetto di studio.

Le prove INVALSI dell'a.s. 2014/2015 delineano il seguente quadro della situazione scuola: classi 2ª punteggio 40,2 con cheating 1,0 e classi 5ª punteggio 54,6 con cheating 1,0.

ISBN 9788835101581

Tab. 7 – Dati INVALSI relativi alla prova di Matematica delle classi seconde a.s. 2014/2015

Istituto	*Media punteggio netto cheating*	*Campania (60,7)*	*Sud (61,6)*	*Italia (62,9)*	*Cheating*
SAEE07800A	40,2	↔	↓	↓	1,0

Tab. 8 – Dati INVALSI relativi alla prova di Matematica delle classi quinte a.s. 2014/2015

Istituto	*Media punteggio netto cheating*	*Differ. risultati scuole backgr. familiare simile*	*Background familiare mediano studenti*	*Campania (52,2)*	*Sud (53,8)*	*Italia (56,6)*	*Punteggio percentuale osservato*	*Cheating*
SAEE07800A	54,6	-0,6	Basso	↓	↓	↔	55,3	1,0

Mentre il punteggio delle classi quinte sembra allinearsi ai valori medi, nelle classi seconde si registra un punteggio decisamente inferiore rispetto alla media nazionale e il cheating viene nuovamente segnalato. L'analisi dei risultati evidenzia la necessità di interventi mirati a partire dalla scuola dell'infanzia, con la condivisione di strategie didattiche e l'adozione di strumenti operativi scientificamente tarati.

Per l'a.s. 2015/2016, oltre a confermare quanto già predisposto negli anni precedenti, si programmano ulteriori interventi sulla formazione dei docenti, una più stringente comunicazione tra i due ambiti di scuola e si progettano percorsi laboratoriali specifici per la scuola dell'infanzia.

ISBN 9788835101581

Scuola dell'infanzia	*Scuola primaria*
– Percorso formativo per tutti i docenti "Calcoli…Amo", Intelligenza numerica e test BIN per la valutazione dell'intelligenza numerica in bambini da 4 a 6 anni (1° livello) – Rielaborazione delle griglie di osservazione – Progettazione di percorsi laboratoriali per gruppi di livello	– Percorso formativo per docenti "Calcoli…Amo", Intelligenza numerica e test AC-MT per la valutazione delle abilità di calcolo e soluzione di problemi (1° livello) – Progetto "Contiamo insieme": continuità anno ponte, infanzia-primaria – Progetto "Per contare…": rinforzo, consolidamento, potenziamento delle competenze logico-matematiche rivolto agli alunni delle classi terze – Costituzione di una commissione per la somministrazione e la correzione di: prove d'ingresso, di verifica in itinere e finali, prove INVALSI – Percorsi per la valorizzazione delle eccellenze, con i progetti "Scacco al re" e Kangourou, svolti in orario curriculare

Le prove INVALSI relative all'a.s. 2015/2016 evidenziano i seguenti dati: situazione scuola classi 2ª punteggio 46,3 con cheating 0,1 e classi 5ª punteggio 59,2 con cheating 0,4.

Tab. 9 – Dati INVALSI relativi alla prova di Matematica delle classi seconde a.s. 2015/2016

Istituto	*Media punteggionetto cheating*	*Percentuale partecipazione prova Matematica*	*Esiti studenti netto cheating stessa scala rapporto nazionale*	*Campania (53,6)*	*Sud (52,0)*	*Italia (51,0)*	*Punteggio percentuale osservato*	*Cheating*
SAEE07800A	46,3	90,3	192,5	↓	↓	↓	46,3	0,1

Tab. 10 – Dati INVALSI relativi alla prova di Matematica delle classi quinte a.s. 2015/2016

Istituto	*Media punteggionetto cheating*	*Percentuale partecipazione prova Matematica*	*Campania (49,0)*	*Sud (49,7)*	*Italia (51,0)*	*Punteggio percentuale osservato*	*Cheating*
SAEE07800A	59,2	84,7	↑	↑	↑	59,5	0,4

ISBN 9788835101581

L’analisi delle prove a.s. 2015/2016 evidenzia la riduzione della percentuale di cheating e conferma una sostanziale differenza tra i punteggi delle classi seconde e quinte: mentre le classi quinte registrano risultati di rilievo nazionale, le classi seconde continuano ad avere un punteggio inferiore rispetto alla media regionale e nazionale.

Le misure in atto, se pure dotate di efficacia, non sono sufficienti a colmare il divario. È necessario dotarsi di strumenti che consentano la tempestiva individuazione delle criticità in ogni singolo alunno, ma anche ridisegnare le modalità dell’intervento didattico e ripensare in chiave critica la relazione insegnamento/apprendimento.

Scuola dell’infanzia	*Scuola primaria*
– Percorso formativo per docenti “Calcoli… Amo”, Intelligenza numerica e test BIN per la valutazione dell’intelligenza numerica in bambini da 4 a 6 anni (2° livello) – Percorso formativo “Sviluppo del pensiero critico” in collaborazione con l’università degli studi di Salerno	– Percorso formativo per docenti “Calcoli…Amo”, Intelligenza numerica e test AC-MT per la valutazione delle abilità di calcolo e soluzione di problemi (2° livello) – Percorso formativo” “Sviluppo del pensiero critico” in collaborazione con l’università degli studi di Salerno

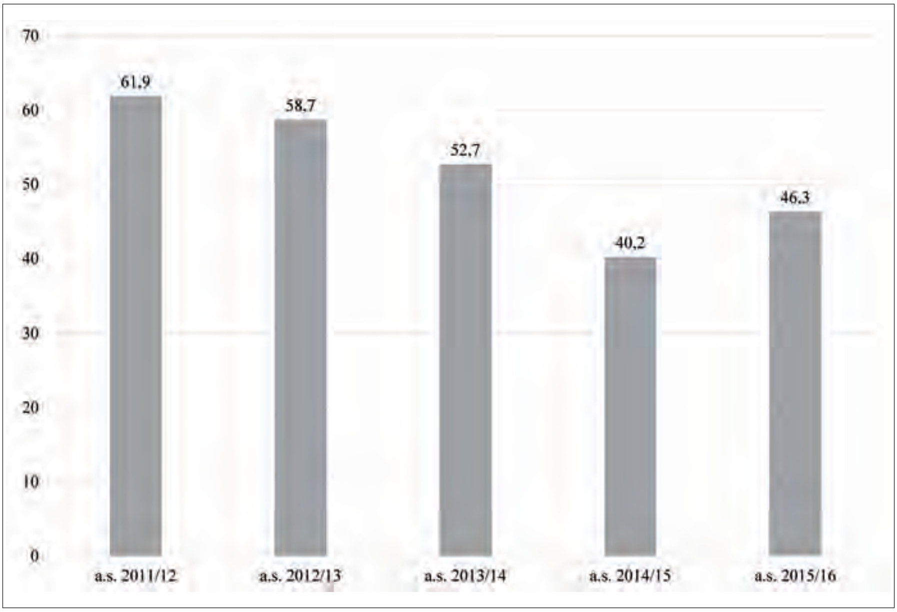


Fig. 5 – Classi seconde, prova INVALSI di Matematica, quinquennio 2012/2016

ISBN 9788835101581

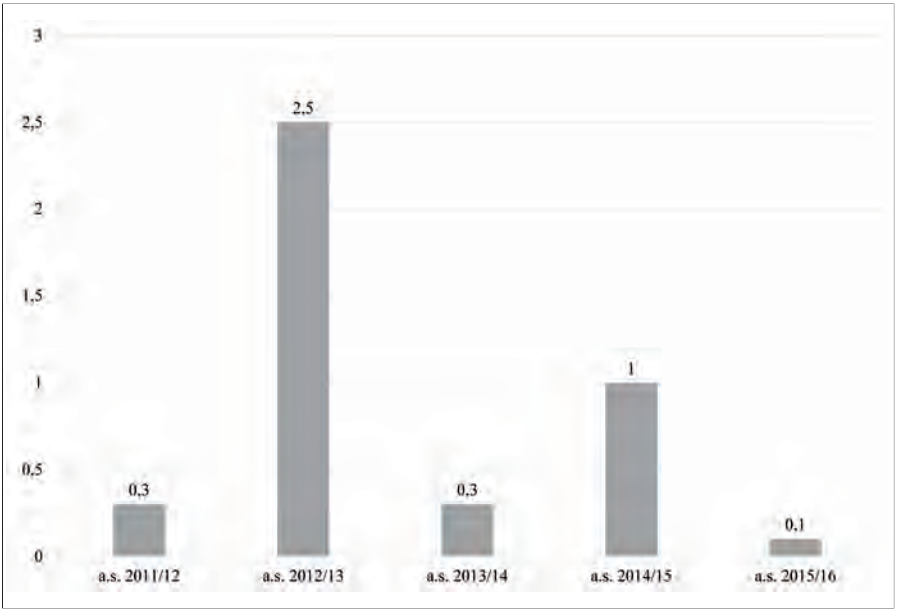


Fig. 6 – Cheating classi seconde, prova INVALSI di Matematica, quinquennio 2012/2016

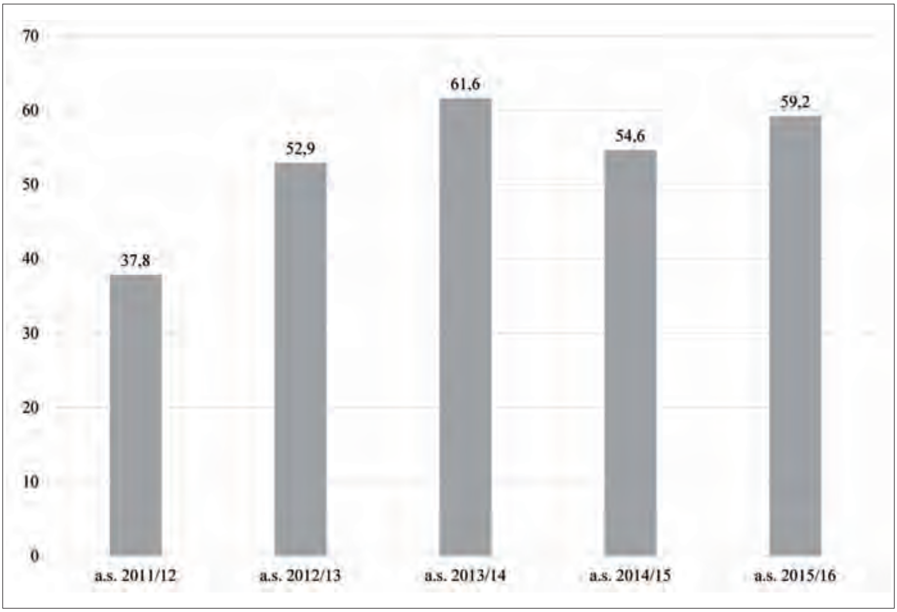


Fig. 7 – Classi quinte, prova INVALSI di Matematica, quinquennio 2012/2016

ISBN 9788835101581

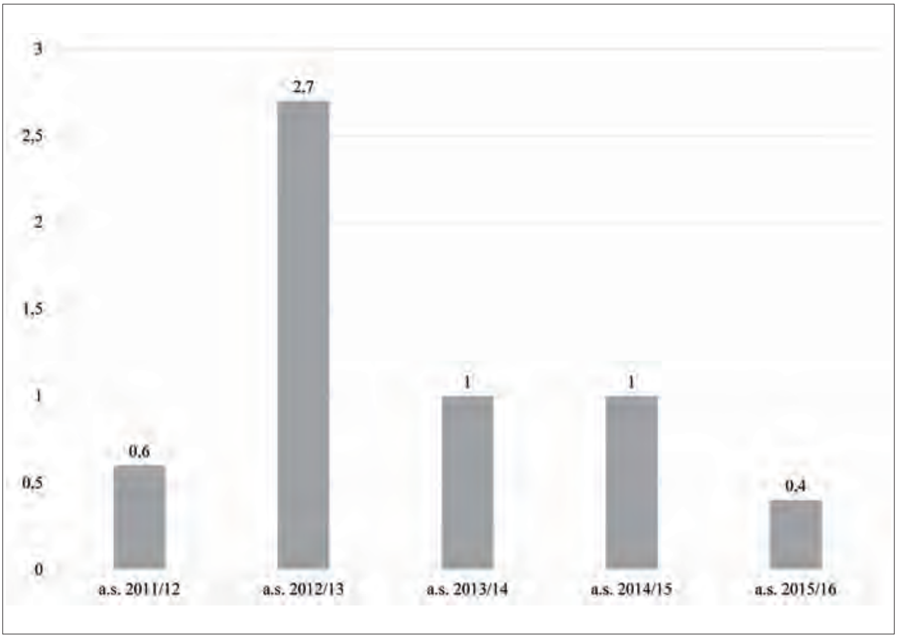


Fig. 8 – Cheating classi quinte, prova INVALSI di Matematica, quinquennio 2012/2016

2.3. La nostra sperimentazione

Il monitoraggio costante degli esiti delle prove INVALSI, Matematica prima di tutto, ha prodotto nella nostra scuola precise scelte didattiche, metodologiche e di formazione di tutto il corpo docente.

Al fine di verificare la validità delle scelte progettuali effettuate, nell'a.s. 2016/2017 abbiamo avviato una ricerca-sperimentazione con tutti gli alunni delle tre classi prime ai quali sono stati somministrati il test BIN (Batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica in bambini dai 4 ai 6 anni, A. Molin, S. Poli, Daniela Lucangeli) a settembre 2016, il test AC-MT (Test di valutazione delle abilità di calcolo e soluzione di problemi (C. Cornoldi, D. Lucangeli, M. Bellini) a febbraio 2017 e maggio 2017.

Entrambi i test afferiscono all'apprendimento delle abilità di calcolo e il loro utilizzo mira alla prevenzione e/o individuazione di profili "a rischio".

La sperimentazione si concluderà nell'a.s. 2020/2021; ma prevede verifiche a breve, medio e lungo termine, veri e propri traguardi intermedi.

ISBN 9788835101581

A breve termine, ovvero nel corso del primo anno di scuola, è stato monitorato il livello di conoscenza degli alunni, per individuare eventuali aree carenti e predisporre precoci interventi di potenziamento.

Degli stessi alunni saranno analizzati gli esiti delle prove INVALSI che sosterranno in classe seconda nell'a.s. 2017/2018.

Nell'a.s. 2020/2021 si analizzeranno le prove che gli stessi alunni sosterranno in classe quinta.

L'insegnante di classe, che ha somministrato i test, ha concepito gli stessi come naturali strumenti di lavoro, pane quotidiano per la sua programmazione, momento di verifica soprattutto per il calcolo a mente.

Ecco, in sintesi, i risultati del lavoro, oggetto di analisi anche presso il CNIS nell'ambito del corso di psicologia dell'apprendimento della Matematica.

Settembre 2016, somministrazione BIN

Le tre classi prime oggetto della ricerca sono rispettivamente formate da 23 alunni in 1ª A, 21 alunni in 1ª B (con un'alunna diversamente abile) e 19 in 1ª C (con un alunno diversamente abile).

Quasi tutti gli alunni provengono dai sette plessi di scuola dell'infanzia del nostro istituto e durante il loro ultimo anno hanno seguito il progetto di logico-matematica "Numeri, che passione…!".

Un solo alunno, di origine straniera, con importanti problemi di lingua, ha frequentato, saltuariamente, una scuola dell'infanzia di altro Istituto.

Entro il mese di settembre 2016 è stata somministrata a 62 alunni come test d'ingresso di Matematica la BIN 4-6 (batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica in bambini dai 4 ai 6 anni); non è stato possibile somministrarla all'alunno di origine straniera a causa delle sue difficoltà linguistiche.

Si riportano gli esiti del test BIN delle tre classi.

ISBN 9788835101581

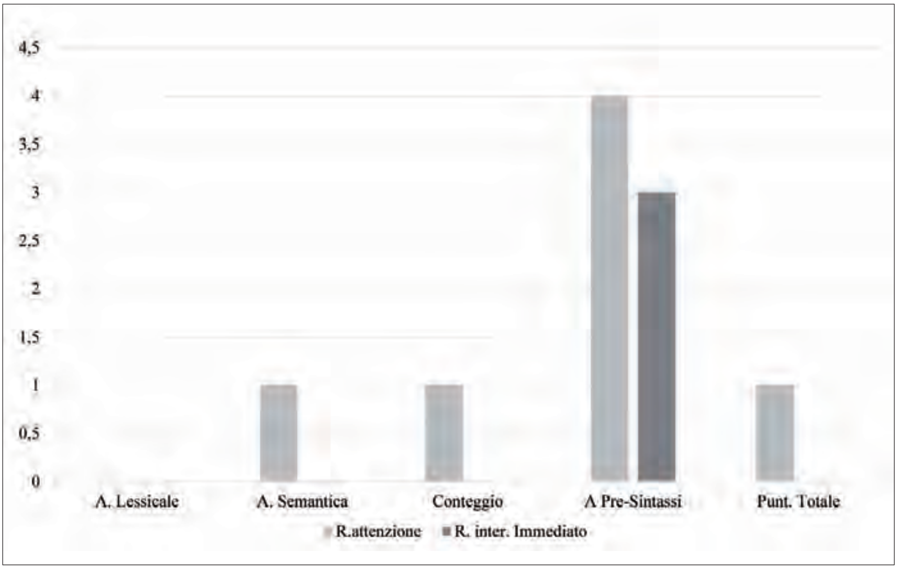


Fig. 9 – Test BIN somministrato a settembre 2016 ai 23 alunni della classe 1ª A

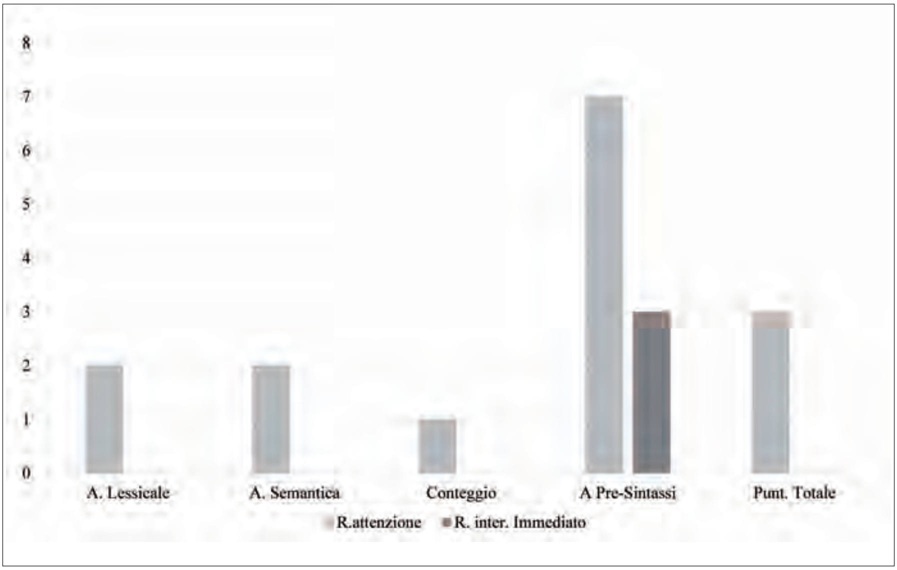


Fig. 10 – Test BIN somministrato a settembre 2016 ai 21 alunni della classe 1ª B

ISBN 9788835101581

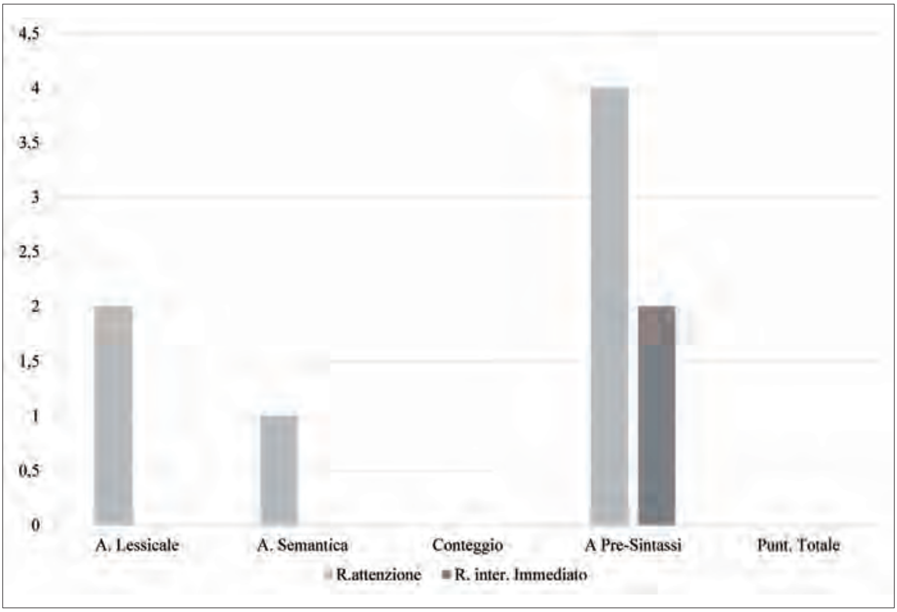


Fig. 11 – Test BIN somministrato a settembre 2016 ai 19 alunni della classe 1ª C

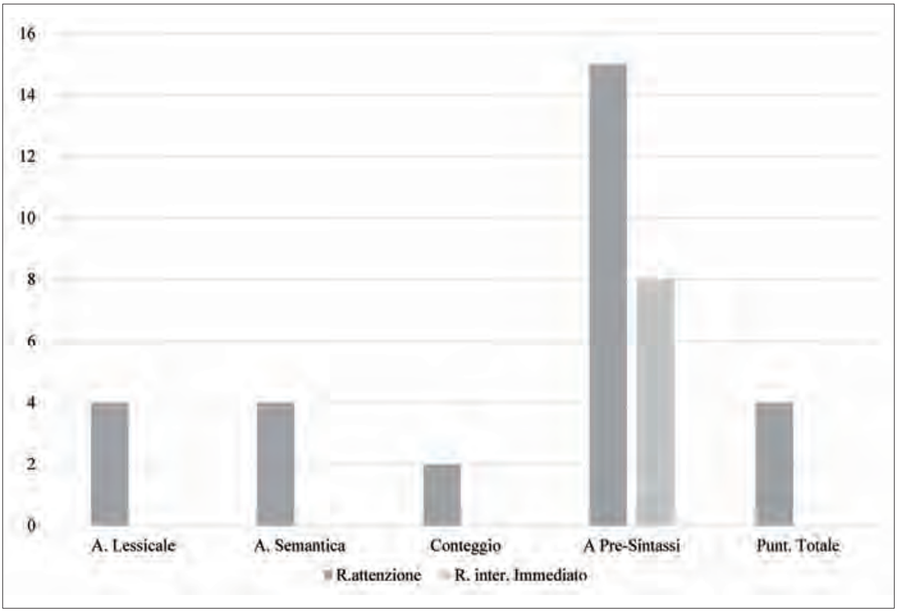


Fig. 12 – Grafico complessivo relativo al test BIN somministrato a settembre 2016 agli alunni delle tre classi 1ª

ISBN 9788835101581

Tab. 11 – Esito test BIN settembre 2016

Tot. alunni 62	*Area lessicale*	*Area semantica*	*Conteggio*	*Area pre-sintassi*	*Punt. totale*
Richiesta attenzione	4	4	2	15	4
Richiesta intervento immediato				8	

Sommando gli esiti delle quattro aree della BIN in tutte le classi si evidenziano 33 punti di criticità distribuiti tra richiesta di attenzione e richiesta di intervento immediato.

L'insegnante, alla luce di tali risultati, elabora la programmazione didattica.

Sin dai primi mesi di scuola, tre alunni, distribuiti nelle tre classi, mostrano evidenti difficoltà cognitive unitamente a un background familiare difficile. Per tutti e tre si avvia l'iter dei colloqui con le famiglie in collaborazione con la neuropsichiatra dell'ASL.

Intanto, a novembre 2016 viene inserito un nuovo alunno in 1ª B e a febbraio 2017 un altro alunno in 1ª C.

Febbraio 2017 somministrazione AC-MT classe 1ª (prova intermedia)

Di seguito si riporta il grafico relativo ai risultati della somministrazione delle prove AC-MT da cui emerge con estrema chiarezza la difficoltà dei tre alunni.

Tab. 12 – Test AC-MT 6-11, prova intermedia classe 1ª, somministrata a febbraio 2017 ai 65 alunni delle tre classi

	Operazioni scritte in classe	*Conoscenza numerica*	*Accuratezza (errori)*	*Tempo totale*
1ª A	1 richiesta intervento immediato	1 richiesta intervento immediato	1 richiesta intervento immediato	
1ª B	1 richiesta attenzione	1 richiesta attenzione	1 richiesta intervento immediato	1 richiesta attenzione
1ª C			H solo linea del 20	1 richiesta attenzione
			1 richiesta attenzione	

Sono evidenziati, nella gamma dei grigi, gli alunni attenzionati nelle tre classi.
In 1ª C l'alunno diversamente abile vuole lavorare solo con la linea del 20.
Nel **tempo totale** le due richieste di attenzione, rispettivamente in 1ª B e in 1ª C, evidenziano tempi un po' più lunghi ma correttezza di esecuzione.

ISBN 9788835101581

L’analisi approfondita dei risultati ci presenta il seguente quadro:

– + 6 è stato sia l’errore più frequente, commesso da 19/65 alunni, sia l’operazione di calcolo che ha richiesto il maggior tempo;
– 13 alunni hanno sbagliato 8 - 5, operazione ritenuta “semplice” dall’insegnante;
– le dita sono state la strategia di calcolo utilizzata in modo prevalente ma non esclusivo dagli alunni.

A marzo 2017 viene inserito un nuovo alunno in 1ª B.

Maggio 2017 somministrazione AC-MT classe 1ª (prova finale)

Tab. 13 – Test AC-MT 6-11, prova finale classe 1ª somministrata a maggio 2017 ai 66 alunni delle classi 1

	Operazioni scritte in classe	*Conoscenza numerica*	*Accuratezza (errori)*	*Tempo totale*
1ª A	1 richiesta attenzione	1 richiesta attenzione		
1ª B	1 richiesta attenzione	1 richiesta attenzione		
	1 richiesta intervento immediato	1 richiesta attenzione	7 errori	
1ª C	2 richiesta attenzione			1 richiesta attenzione H
	1 richiesta attenzione		6 errori	1 richiesta attenzione

Sono evidenziati, nella gamma dei grigi, gli alunni attenzionati, manca l’alunna di 1ª A che ha rifiutato la somministrazione del test.
In 1ª A e in 1ª B si aggiungono due nuovi alunni che evidenziano carenze nelle operazioni scritte e nella conoscenza numerica; saranno monitorati nel prossimo anno scolastico.
In 1ª C le due nuove richieste di attenzione registrate nelle operazioni scritte sono di alunni che hanno eseguito le sottrazioni come fossero addizioni; l’altra richiesta di attenzione è dell’alunno certificato.

L’analisi approfondita dei risultati ci presenta il seguente quadro:

– + 7 è stata l’operazione di calcolo che in assoluto ha richiesto il maggior tempo;
– nel calcolo a mente, 12 – 4 è stato l’errore più frequente registrato da 15 alunni su 64;
– nel recupero fatti numerici 25 alunni su 64 hanno sbagliato l’operazione 8 - 4;

ISBN 9788835101581

– inizia a delinearsi una differenziazione nell’utilizzo di strategie: le dita sono ancora usate nelle sottrazioni mentre nelle addizioni si registrano tempi più rapidi e quindi una maggiore automatizzazione dei calcoli.

2.4. Riflessioni sul percorso

La scelta di collegare costantemente gli esiti dei risultati INVALSI alle rilevazioni iniziali, intermedie e finali che scandiscono i tempi della valutazione scolastica, sia con il supporto di strumenti scientificamente tarati che costruiti dai docenti nel corso delle attività collettive (dipartimentali o per classi parallele), scaturisce dalla consapevolezza maturata negli anni che, utilizzando strumenti diversificati in grado di fornire un’adeguata rappresentazione del quadro complessivo dell’intervento, è possibile costruire un percorso di formazione mirato a rispondere alle necessità specifiche degli alunni che ci vengono affidati.

La dettagliata esposizione delle scelte didattiche effettuate nel corso degli anni testimonia l’azione di una comunità educante che ha fatto della riflessione l’elemento caratterizzante della sua crescita.

L’aver presentato, nello specifico, la ricerca nelle classi prime nasce dalla lettura del risultato che l’impatto delle scelte progettuali effettuate e l’eliminazione del cheating avevano fatto registrare: una non prevista inversione di tendenza, certificata anche dai dati INVALSI, nei risultati di apprendimento degli alunni di quinta, che miglioravano, mentre gli alunni di seconda peggioravano.

L’approfondimento delle cause del fenomeno ha indirizzato la scelta di utilizzare strumenti scientificamente tarati, quali sono le prove Bin, per individuare possibili disagi e intervenire con una programmazione, individualizzata sull’allievo, ma corale nel coinvolgimento dell’intero collegio dei docenti. I test, infatti, vengono utilizzati non solo come strumento di analisi di alunni in difficoltà, ma come naturali strumenti di lavoro dell’insegnante, consentendo di monitorare costantemente la programmazione per evidenziare le lacune e “tarare” le attività.

ISBN 9788835101581

3. L'esperienza della Direzione didattica "Don Milani" di Giffoni Valle Piana

3.1. Il laboratorio sperimentale di Matematica: anno scolastico 2016/2017

Dopo aver partecipato a specifica formazione prevista dal Piano Triennale della scuola, nell'ambito del Programma regionale Scuola Viva – POR Campania – FSE 2014/2020, in collaborazione con l'Associazione Nisolò, la Direzione didattica "Don Lorenzo Milani" di Giffoni Valle Piana ha realizzato un laboratorio sperimentale di Matematica per gli alunni di classe 5ª volto a potenziarne le competenze, anche *in previsione di un adeguato approccio metodologico alla tipologia di prove implementate e somministrate in campo nazionale (INVALSI)*.

L'Associazione Nisolò, convenzionata con il DPSS (Dipartimento di Psicologia dello sviluppo e dei processi di socializzazione) dell'Università di Padova diretto dalla professoressa Daniela Lucangeli, costituita da professionisti qualificati ed esperti principalmente nel campo della neuropsichiatria infantile, logopedia, terapia occupazionale, insegnamento, persegue diversi scopi: promuove e diffonde la conoscenza dei problemi relativi all'età evolutiva e alle ripercussioni sul piano scolastico – familiare – sociale e relazionale, contribuisce alla diffusione delle competenze e degli strumenti conoscitivi e operativi per lavorare con le problematiche relative all'età evolutiva sul piano degli apprendimenti, degli aspetti emozionali, motivazionali e comportamentali associati.

L'esigenza di collaborare col gruppo di esperti alla realizzazione del percorso denominato "CalcoLike" è scaturita soprattutto dalla riflessione che *non tutti gli alunni affrontano le prove standardizzate nazionali con prontezza e serenità o nel rispetto delle procedure e dei tempi stabiliti*.

Il laboratorio ha inteso dunque *migliorare e consolidare le performance degli alunni per favorirne il successo scolastico nell'area della Matematica.*

Gli interventi educativi sono stati per questo calibrati tenendo conto della modalità di svolgimento delle prove INVALSI, in modo da poter stabilire anche una corrispondenza reale tra valutazione interna ed esterna.

3.2. Alcuni dati di contesto

La Direzione didattica "Don Lorenzo Milani" è ubicata nel territorio di Giffoni Valle Piana in provincia di Salerno. Il Comune si compone di 13

ISBN 9788835101581

frazioni; la popolazione, che un tempo era dedita all'agricoltura e alla pastorizia, è oggi in prevalenza costituita da artigiani, operai, commercianti e impiegati. Alla trasformazione del tessuto sociale hanno contribuito l'espansione edilizia e lo sviluppo del Giffoni Film Festival, un evento di risonanza internazionale.

Purtroppo la crisi economica che ha attanagliato la società negli ultimi anni, ha colpito le fasce più deboli della popolazione che, per sopravvivere, si è accontentata di attività saltuarie e sommerse, a volte anche al limite della legalità. Il background familiare si attesta, nel complesso, a un livello medio-basso: solo una classe ha un background alto e i suoi risultati si avvicinano a quelli del campione con background simili.

La realtà sociale in cui opera la scuola si presenta dunque complessa: da un lato abbiamo nuclei familiari attenti ai valori e al percorso formativo dei propri figli, dall'altro ci confrontiamo con famiglie fragili, spesso disgregate per la separazione dei genitori, che rinunciano alla loro funzione educativa per demandarla alla scuola, con evidente ricaduta negativa sui risultati scolastici.

3.3. Analisi dati INVALSI triennio 2014/2016: correlazione tra risultati nelle prove INVALSI e voto di classe

Partendo dalla comparazione dei risultati conseguiti nelle prove standardizzate nazionali di Matematica dell'ultimo triennio (2013/14, 2014/15, 2015/16), si evince che nel complesso la scuola rientra, anche se al limite inferiore, nella scala dei parametri nazionali di valutazione. La correlazione tra la valutazione effettuata dalle docenti delle classi 5ª nel primo quadrimestre e il punteggio riportato nelle prove INVALSI si attesta infatti al grado *medio-basso* della scala di riferimento.

Come si evince dalla restituzione dati del 2014 e del 2015, solo in 2 classi emerge una correlazione *scarsamente significativa* che evidenzia il forte scostamento, in eccesso o per difetto, tra i voti attribuiti dai docenti e il punteggio conseguito nelle prove standardizzate nazionali di Matematica.

Per colmare il *gap*, l'Istituto si è attivato per unificare i criteri di valutazione in tutte le classi, elaborando e condividendo un'apposita griglia di riferimento. I risultati di questo intervento sono visibili nella restituzione dati del 2017 dove tutte le classi rientrano nei parametri nazionali di valutazione.

ISBN 9788835101581

Tab. 14 – Restituzione dati 2014 classi quinte: correlazione tra risultati nelle prove INVALSI e voto di classe (istituzione scolastica nel suo complesso)

Classi	*Correlazione tra voto della classe e punteggio di Matematica alla Prova INVALSI*
115050590501	Medio-bassa
115050590502	Scarsamente significativa
115050590503	Medio-bassa
115050590504	Scarsamente significativa
115050590505	Medio-bassa

Tab. 15 – Restituzione dati 2015 classi quinte: correlazione tra risultati nelle prove INVALSI e voto di classe (istituzione scolastica nel suo complesso

Classi	*Correlazione tra voto della classe e punteggio di Matematica alla Prova INVALSI*
115050590501	Scarsamente significativa
115050590502	Medio-bassa
115050590503	Medio-bassa
115050590504	Medio-bassa
115050590505	Scarsamente significativa

Tab. 16 – Restituzione dati 2016 classi quinte tavola 6: correlazione tra risultati nelle prove INVALSI e voto di classe (istituzione scolastica nel suo complesso)

Classi	*Correlazione tra voto della classe e punteggio di Matematica alla Prova INVALSI*
115050590501	Medio-bassa
115050590502	Forte
115050590503	Medio-bassa
115050590505	Medio-bassa

Tab. 17 – Restituzione dati 2017 classi quinte tavola 6: correlazione tra risultati nelle prove INVALSI e voto di classe (istituzione scolastica nel suo complesso)

Classi	*Correlazione tra voto della classe e punteggio di Matematica alla Prova INVALSI*
115050590501	Medio-bassa
115050590502	Medio-bassa
115050590503	Medio-bassa
115050590504	Medio-bassa
115050590505	Medio-bassa

ISBN 9788835101581

3.4. Incidenza della variabilità tra le classi

Dall'analisi dei grafici riferiti all'ultimo triennio (2013-2016) che mettono a confronto l'incidenza della variabilità dei risultati della prova di Matematica tra le classi della scuola rispetto alla variabilità dei risultati della stessa prova del campione nazionale, emerge un'evidente segmentazione nei punteggi tra le classi. L'**alto livello di variabilità** registrato nelle prove somministrate nel 2014 può essere dovuto a diversi fattori, ovvero che le classi dell'Istituto non comprendano tutti i livelli di rendimento o che, di contro, siano omogenee e costituite da alunni con livello di apprendimento simile.

La scuola, per questo, si è attivata per modificare i criteri per la formazione delle classi garantendo la costituzione di gruppi eterogenei dal punto di vista della ripartizione dei livelli di competenza, del comportamento,del genere e della distribuzione degli alunni con BES. Gli effetti di tale omogenea distribuzione sono visibili nel grafico restituito con i dati del 2017.

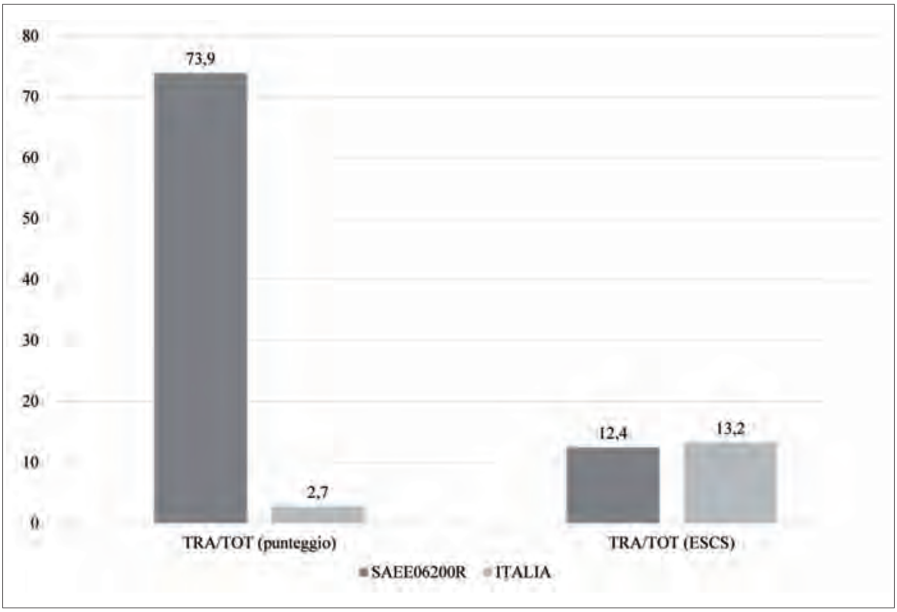


Fig. 13 – Grafico INVALSI 2 b, Classi quinte, prova di Matematica: incidenza della variabilità, istituzione scolastica nel suo complesso (2014)

ISBN 9788835101581

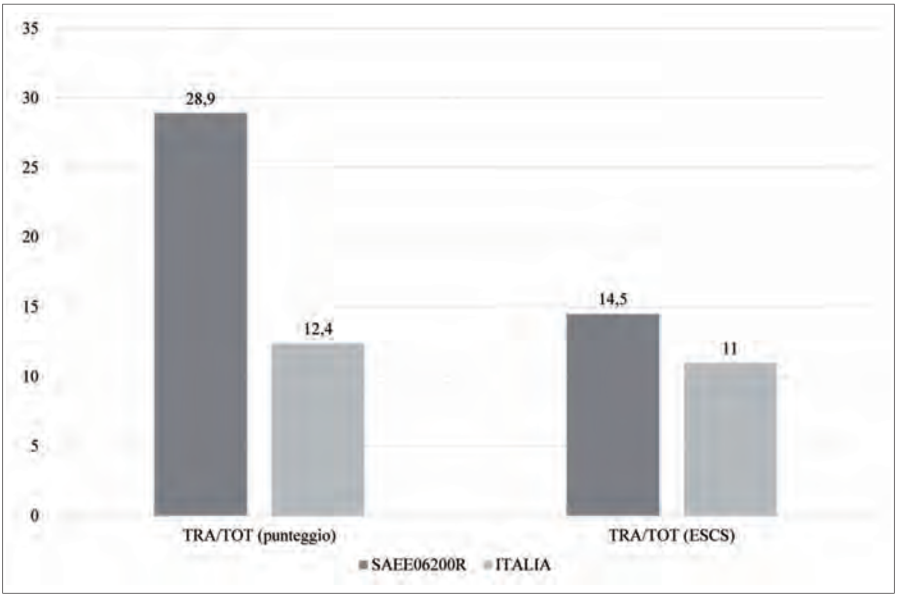


Fig. 14 – Grafico INVALSI 2 b, Classi quinte, prova di Matematica: incidenza della variabilità, istituzione scolastica nel suo complesso (2015)

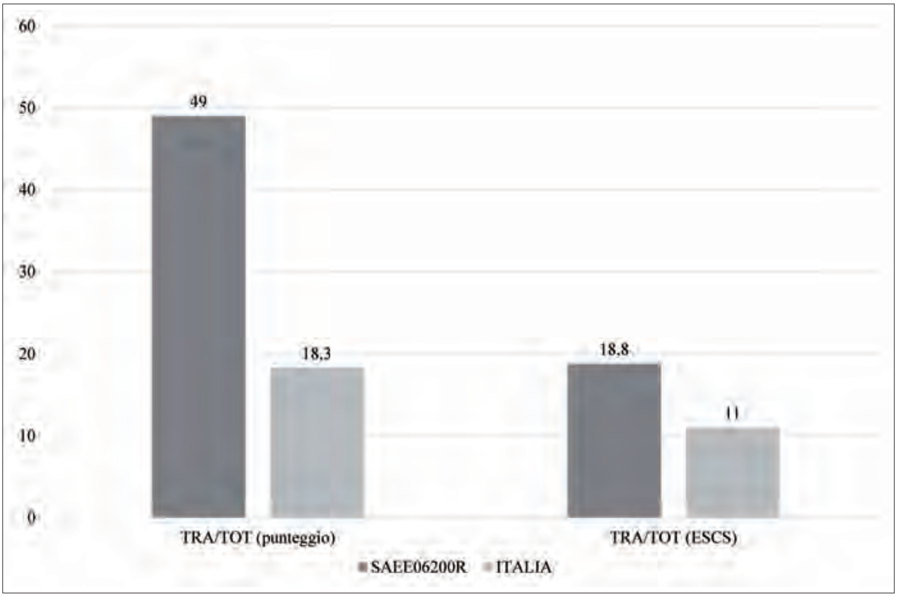


Fig. 15 – Grafico INVALSI 2 b, Classi quinte, prova di Matematica: incidenza della variabilità, istituzione scolastica nel suo complesso (2016)

ISBN 9788835101581

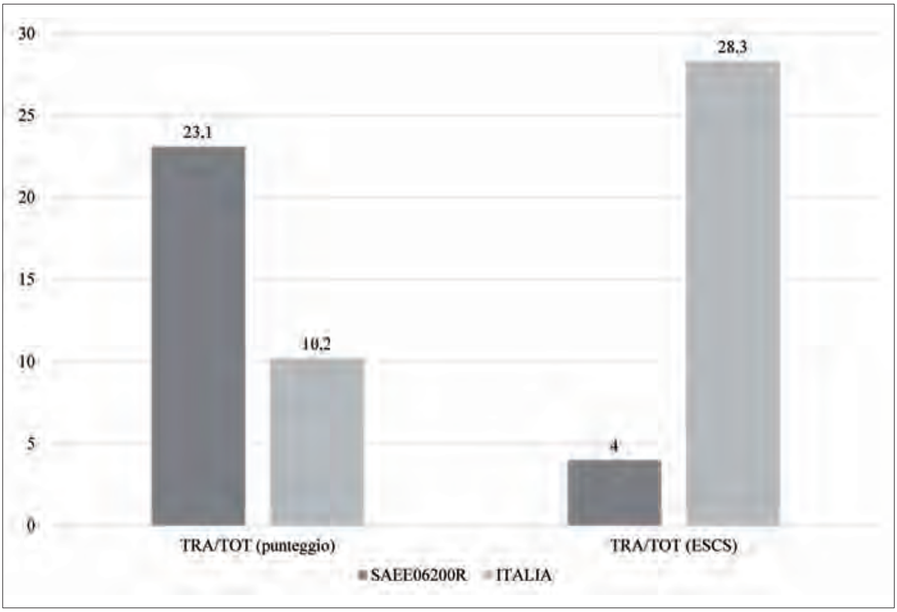


Fig. 16 – Grafico INVALSI 2 b, Classi quinte, prova di Matematica: incidenza della variabilità, istituzione scolastica nel suo complesso (2017)

3.5. Incidenza degli aspetti emotivo-motivazionali sull'apprendimento

Partendo dall'evidenza scientificamente provata di quanto i fattori "altri" determinino l'insuccesso in Matematica più delle difficoltà che l'alunno possa affrontare nell'acquisizione della competenza stessa, l'attenzione si è spostata principalmente sugli *aspetti emotivo-motivazionali*. Pertanto, al fine di rendere gli alunni capaci di eseguire le attività in piena autonomia ed entro un tempo stabilito, sono stati messi in campo interventi didattici che, oltre a potenziare a livello concettuale e cognitivo le capacità critiche, riflessive, logiche, inferenziali e del pensiero divergente, hanno inteso promuovere il "benessere scolastico", evitando la formazione di profili d'impotenza appresa e di conseguente disagio scolastico.

Già dal 2005 l'Organizzazione mondiale della sanità ha segnalato ai servizi di neuropsichiatria infantile il forte incremento di alunni italiani con profilo d'impotenza appresa soprattutto in ambito matematico, evidenziando che il successo formativo non dipende solo dalle reali abilità possedute dai singoli ma anche dall'atteggiamento assunto nei confronti della disciplina.

ISBN 9788835101581

Fattori psicologici del tipo “non sono capace”, “sbaglio sempre”, la *credenza* che “la riuscita del compito dipende dal tempo a disposizione” o che “la Matematica insegnata a scuola non serve nella vita quotidiana”, la *convinzione* che “la Matematica è difficile”, diventano così pervasivi nell’alunno da bloccare non solo il meccanismo di apprendimento ma anche il suo orientamento futuro. Il Sistema Nervoso Centrale infatti, elaborando le informazioni e le percezioni negative acquisite nel contesto scolastico, attiva sistemi di difesa a protezione dell’individuo bloccandone ogni attività mentale. Fattori emotivi, credenze e convinzioni agiscono quindi da indicatori per la riuscita dell’apprendimento; determinano infatti, la strutturazione dell’immagine di sé rispetto alla disciplina, la consapevolezza delle proprie abilità in relazione alla riuscita in Matematica, l’atteggiamento verso la materia. Se l’esperienza scolastica è gratificante, l’alunno è in grado di attivare in modo consapevole le strategie acquisite raggiungendo il successo in Matematica; al contrario, se l’esperienza vissuta nel contesto scolastico è negativa, il sistema di idee e di percezioni che l’alunno si è costruito, indebolisce ogni tentativo di riuscita.

La ricerca psicopedagogica ha evidenziato che alla riuscita di buone prestazioni in Matematica concorrono diverse componenti che interagiscono tra loro: impressioni, intuizioni, nozioni, sentimenti e autopercezioni (Cornoldi, 1995), ovvero l’idea che l’alunno ha del proprio funzionamento cognitivo, nonché la consapevolezza dei processi di controllo (strategie) che mette in atto per eseguire un compito (attenzione, comprensione, richiamo alla memoria di concetti appresi in precedenza).

Anche le ricerche di Borkowski e Muthukrishna (1994) hanno evidenziato che nell’esecuzione di un compito entrano in gioco in un *processo circolare due conoscenze*: quella *strategica specifica* che permette all’alunno di decidere quale strategia utilizzare, quando e perché, e quella *strategica generale* che riguarda il sistema di credenze e convinzioni che l’alunno ha sviluppato.

Ogni volta che l’alunno utilizza in modo corretto una strategia, riceve un *feedback positivo* che, gratificandolo, sostiene il suo desiderio di apprendere.

3.6. Dalla teoria alla pratica

In considerazione di ciò, il laboratorio ha avuto l’obiettivo prioritario di far emergere il sistema di credenze e i processi metacognitivi che erano alla base dell’apprendimento matematico degli alunni che hanno partecipa-

ISBN 9788835101581

to alla sperimentazione. Dall'attenta lettura dei profili individuali ricavati dalla somministrazione di un test iniziale è emersa la necessità di avviare un processo di cambiamento negli alunni e nel contesto scolastico, volto *a modificare l'ansia e gli atteggiamenti negativi* che avevano evidenziato nell'approccio con la Matematica, a *rafforzare la motivazione* per dare la necessaria spinta ad affrontare compiti e situazioni e *a migliorare i risultati*.

Sono stati per questo organizzati diversi laboratori logico/matematici e sperimentati nuove modalità e metodi di studio più accattivanti per l'alunno nello studio delle discipline matematiche: potenziamento, ludodidattica, cooperazione, attenzione all'ambiente dell'apprendimento.

L'approccio alla Matematica attraverso il gioco e il lavoro cooperativo ha permesso agli alunni di ridurre lo stato d'ansia, di modificare le proprie "credenze" nei confronti della disciplina e di sviluppare obiettivi di padronanza essendo venuta a cadere la preoccupazione di dimostrarsi incapaci.

All'interno del laboratorio si sono quindi create le condizioni di "sfida ottimale" (Harter) secondo cui più una persona è motivata ad apprendere, più il compito rappresenta un'attività stimolante e una sfida ottimale; il compito, pertanto, risulta un po' più difficile rispetto a quelli normalmente affrontati, ma non troppo problematico da demotivare il tentativo di padronanza per paura dell'insuccesso.

Altro fattore importante, che ha contribuito a ridurre l'ansia da prestazione, è stato il decolpevolizzare il concetto di "errore". Durante il laboratorio infatti, venuta meno l'ansia del giudizio e del conseguente senso di colpa a essa connessa, gli alunni si sono sentiti liberi di sperimentare e anche di sbagliare. "L'errore" è stato quindi da loro percepito non come un fallimento che dimostra la propria incapacità ma come incentivo al miglioramento, rappresentando per il "facilitatore" un alleato da cui partire per impostare il lavoro di potenziamento.

Per l'organizzazione delle attività sono stati utilizzati materiali di vario genere: carte da gioco, giochi da tavolo e fogli di carta per la realizzazione di figure geometriche mediante semplici piegature.

L'approccio ai problemi è invece avvenuto attraverso la risoluzione di casi investigativi.

Strumenti di valutazione utilizzati per analizzare i profili di competenza delle classi, monitorando lo stesso campione di alunni all'inizio e alla fine del percorso, sono stati: MeMa test per valutare metacognizione, atteggiamenti negativi, ansia in Matematica (B. Caponi, C. Cornoldi, G. Falco; R. Focchiatti e D. Lucangeli) e AC-MT 6-11 anni (Test di valutazione delle abilità di calcolo e problem solving) per individuare le aree carenti.

Del questionario MeMa sono state somministrate solo le *sezioni A e B.*

ISBN 9788835101581

La *sezione C* che indaga i processi di controllo quali la previsione, pianificazione e valutazione, non è stata presentata per non inserire altre attività di tipo didattico nel percorso, avendo gli alunni già risposto alle AC-MT.

Nella *sezione A* sono riportate 15 *situazioni* in cui potrebbero venire a trovarsi gli alunni mentre eseguono le operazioni, risolvono problemi o svolgono altri esercizi di Matematica, del tipo: "Mi capita di bloccarmi e di non sapere come andare avanti", "Di fronte a un problema ho l'impressione che lo risolverò subito o non lo risolverò mai". Gli item contenuti in questa parte del questionario si riferiscono a due diversi ambiti: al vissuto personale e all'atteggiamento degli alunni nei confronti della Matematica, e ai comportamenti e alle strategie di risoluzione di problemi matematici. Le possibili risposte considerate sono 3: *spesso*, *qualche volta*, *mai/quasi mai*.

Nella *sezione B*, invece, sono presenti 9 *affermazioni*, a cui gli alunni devono rispondere con vero o falso, che rappresentano le credenze più diffuse in ambito matematico: "Se mi capita di sbagliare penso di essere uno stupido", "Chi è bravo in Matematica è intelligente".

La prestazione rilevata nel questionario iniziale è risultata deficitaria sia nel MeMa sia nelle prove AC-MT, in rapporto alle attese per l'età e/o la classe frequentata.

Al termine delle attività laboratoriali, invece, i risultati dei due tipi di test somministrati hanno evidenziato un *generale miglioramento sia delle prestazioni, sia delle capacità metacognitive* degli alunni coinvolti, il cui vissuto emotivo-motivazionale è divenuto più funzionale verso la disciplina e il sistema di credenze più adeguato a sostenere gli sforzi dell'apprendimento matematico.

Ridotte sono risultate anche *l'ansia verso la Matematica e l'ansia scolastica* in generale.

Di seguito si riportano le fasce di prestazione delle prove (Pre e Re-test) AC-MT parte individuale e parte collettiva, relative alla conoscenza numerica e alle operazioni scritte, e i grafici relativi al MeMa test.

Tab. 18 – Fasce di prestazione

Pre-test	*Re-test*
Ottimale = 24 prestazioni	Ottimale = 37 prestazioni
Sufficiente = 84 prestazioni	Sufficiente = 71 prestazioni
Richiesta d'attenzione = 14 prestazioni	Richiesta d'attenzione = 13 prestazioni
Richiesta intervento = 8 prestazioni	Richiesta intervento = 9 prestazioni

ISBN 9788835101581

Dalla lettura dei dati delle AC-MT appare evidente il miglioramento degli alunni che alla prima somministrazione del test si collocavano in fascia sufficiente e che, al termine del laboratorio, hanno consolidato e ottimizzato le loro acquisizioni passando nella fascia di prestazione ottimale.

Per gli alunni che invece si sono collocati in fascia di richiesta d'attenzione e d'intervento immediato è stato necessario rinviare a esperti del settore azioni più specifiche e mirate.

I grafici che seguono riportano i dati dei 2 tipi di rilevazione effettuata con il MeMa test: quelli relativi allo stato d'ansia verso la scuola in generale e verso la Matematica in particolare, e quelli relativi ai modi di pensare (credenze e convinzioni) e alle strategie di lavoro adottate. Questi ultimi sono analizzati da un punto di vista qualitativo, per stabilire se sono funzionali o *non funzionali all'apprendimento*, cioè se aiutano a imparare meglio, con meno fatica e in un clima positivo. Il profilo che emerge dall'uso di questo questionario serve a orientare le scelte didattiche dell'insegnante.

Tab. 19 – Classe 5ª Istituto S. Caterina: scala d'ansia per la Matematica

Alunni che hanno eseguito il questionario in entrata		*Alunni che hanno eseguito il questionario in uscita*	
	15 M = 10 F = 5		11 M = 7 F = 4

Legenda fattori

AM = Ansia da apprendimento matematico (complessivo atteggiamento negativo nei confronti della Matematica

VM = Ansia da valutazione matematica (richiama il forte legame tra paura in Matematica e ansia da giudizio)

SG = Ansia scolastica generalizzata (riguarda le altre discipline)

ISBN 9788835101581

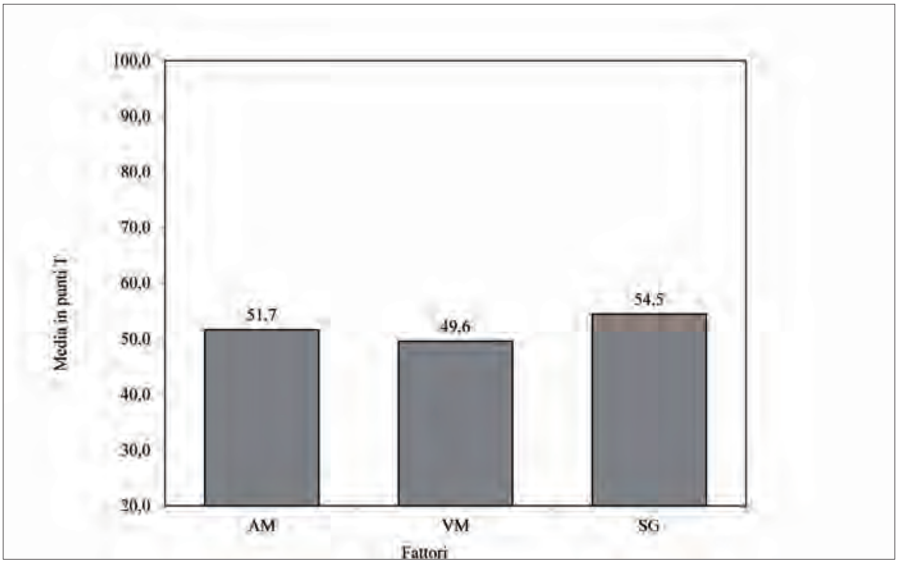


Fig. 17 – Grafico profilo della classe in entrata

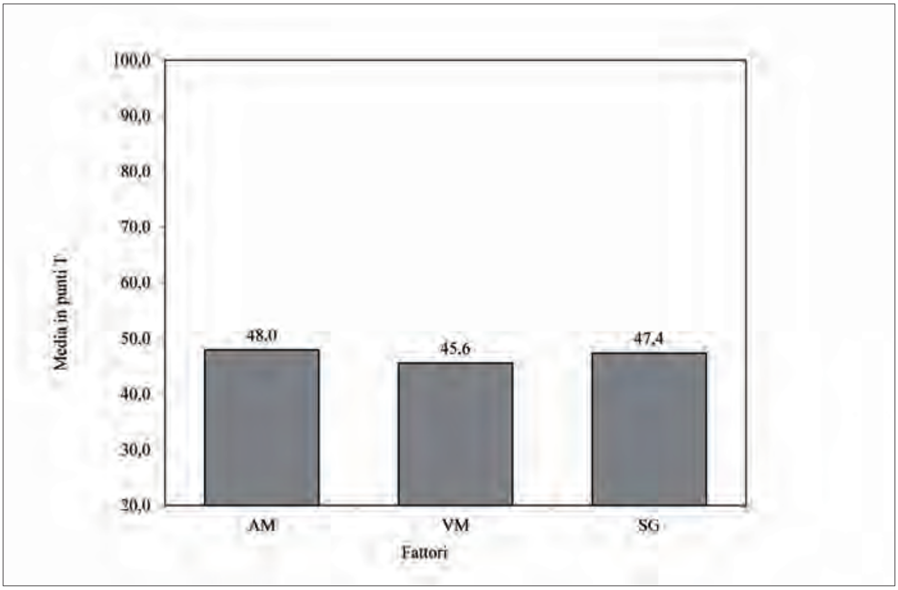


Fig. 18 – Grafico profilo della classe in uscita

ISBN 9788835101581

Tab. 20 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero assoluto

Legenda
Fascia A: stato ansioso elevato o difficoltà nel controllo dell'ansia (punteggi superiori a 60)
Fascia B: situazione di normalità (punteggio compreso tra 40 e 60)
Fascia C: livello d'ansia piuttosto basso rispetto a quello medio (punteggi inferiori a 40)
Nota: 50 indica una situazione perfettamente coincidente con quella del campione di riferimento

In entrata				*In uscita*			
AM	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*	*AM*	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*
2	1	6	A	1	0	4	A
11	12	7	B	6	8	3	B
2	2	2	C	4	3	4	C
15	15	15	Totale	11	11	11	Totale

Tab. 21 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero percentuale

In entrata				*In uscita*			
AM	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*	*AM*	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*
13,3	6,7	40,0	A	9,1	0,0	36,4	A
73,3	80,0	46,7	B	54,5	72,7	27,3	B
13,3	13,3	13,3	C	36,4	27,3	36,4	C
100,0	100,0	100,0	Totale	100,0	100,0	100,0	Totale
Scarto classe/ campione (punti T)	*AM*	*VM*	*SG*	*Scarto classe/ campione (punti T)*	*AM*	*VM*	*SG*
	0,8	-0,3	4,8		-2,0	-4,4	-2,6

Tab. 22 – Questionario di metacognizione e Matematica

Legenda sezioni
ATT = Atteggiamento dell'alunno verso la Matematica
CRE = Credenze dell'alunno relative alla Matematica
CON = Controllo dell'esecuzione di esercizi e problemi

ISBN 9788835101581

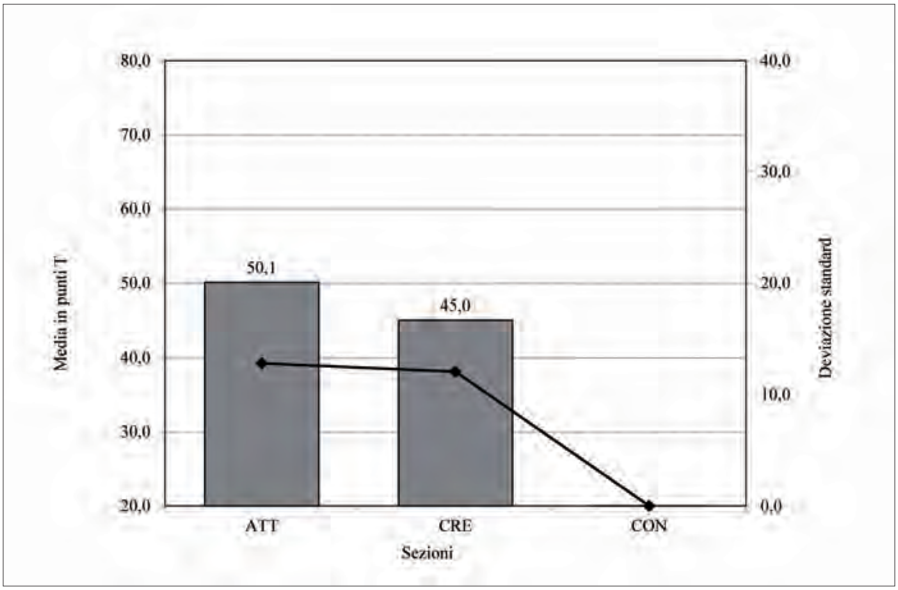


Fig. 19 – Grafico profilo della classe in entrata

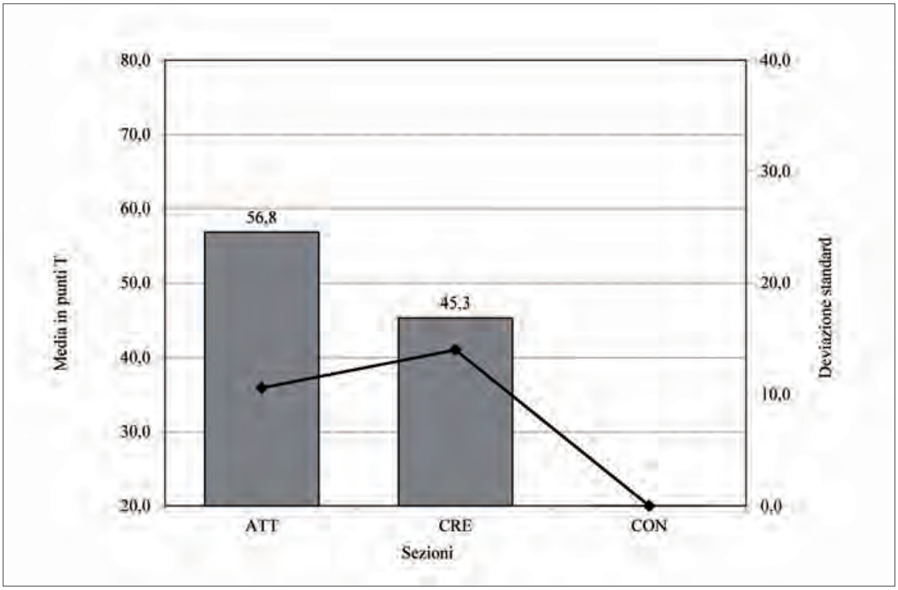


Fig. 20 – Grafico profilo della classe in uscita

ISBN 9788835101581

Tab. 23 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero assoluto

Legenda					
Fascia A: situazioni molto sopra la norma (rare)					
Fascia B: situazioni non problematiche					
Fascia C: situazioni che rientrano nella norma					
Fascia D: situazioni problematiche					
Fascia E: situazioni da monitorare perché molto sotto la norma					
In entrata			*In uscita*		
ATT	*CRE*	*Fasce di livello*	*ATT*	*CRE*	*Fasce di livello*
2	2	A	3	0	A
3	2	B	4	3	B
5	3	C	2	5	C
3	5	D	2	2	D
2	3	E	0	1	E
15	15	Totale	11	11	Totale

Tab. 24 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero percentuale

In entrata			*In uscita*		
ATT	*CRE*	*Fasce di livello*	*ATT*	*CRE*	*Fasce di livello*
13,3	13,3	A	27,3	0,0	A
20,0	13,3	B	36,4	27,3	B
33,3	20,0	C	18,2	45,5	C
20,0	33,3	D	18,2	18,2	D
13,3	20,0	E	0,0	9,1	E
100,0	100,0	Totale	100,0	100,0	Totale
Scarto classe/ campione (punti T)	*ATT*	*CRE*	*Scarto classe/ campione (punti T)*	*ATT*	*CRE*
	0,1	-5,0		6,8	4,7

Tab. 25 – Classe 5ª A Istituto Giffoni Valle Piana: scala d'ansia per la Matematica

Alunni che hanno eseguito il questionario in entrata		*Alunni che hanno eseguito il questionario in uscita*	
	17 M = 7 F = 10		17 M = 7 F = 10

ISBN 9788835101581

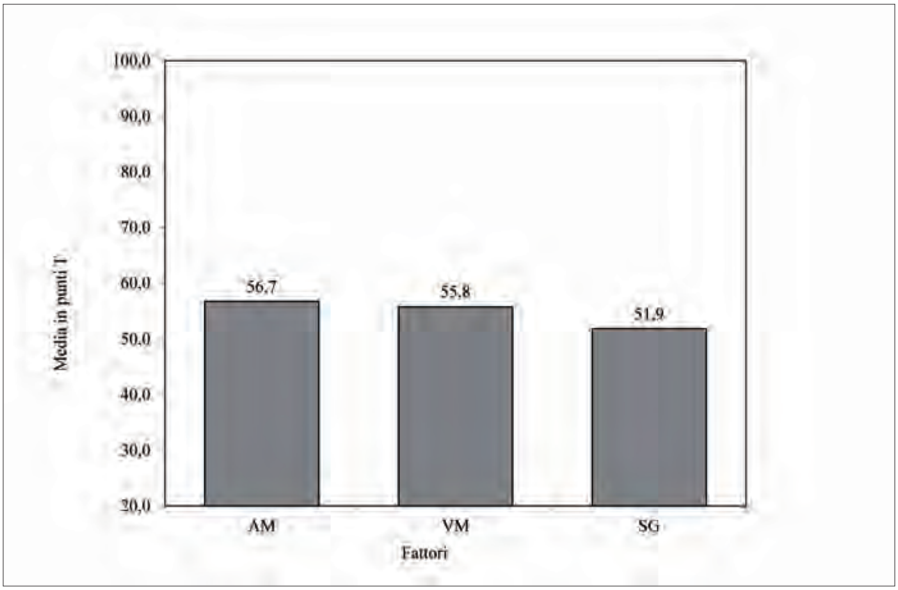


Fig. 21 – Grafico profilo della classe in entrata

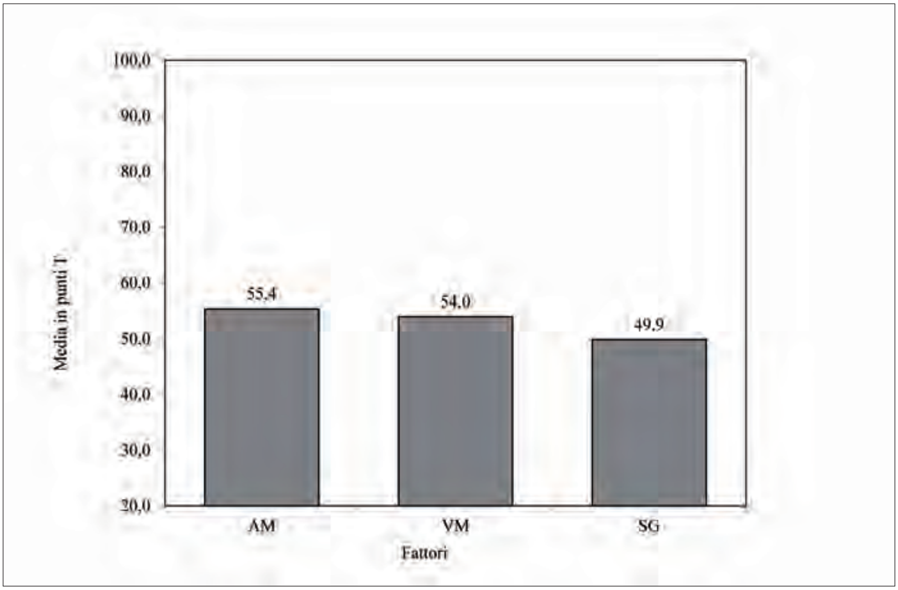


Fig. 22 – Grafico profilo della classe in uscita

ISBN 9788835101581

Tab. 26 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero assoluto

In entrata				*In uscita*			
AM	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*	*AM*	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*
7	7	4	A	5	5	3	A
9	10	10	B	11	11	10	B
1	0	3	C	1	1	4	C
17	17	17	Totale	17	17	17	Totale

Tab. 27 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero percentuale

In entrata				*In uscita*			
AM	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*	*AM*	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*
41,2	41,2	23,5		29,4	29,4	17,6	
52,9	58,8	58,8		64,7	64,7	58,8	
5,9	0,0	17,6		5,9	5,9	23,5	
100,0	100,0	100,0		100,0	100,0	100,0	
Scarto classe/ campione (punti T)	*AM*	*VM*	*SG*	*Scarto classe/ campione (punti T)*	*AM*	*VM*	*SG*
	6,7	5,8	1,9		5,4	4,0	-0,1

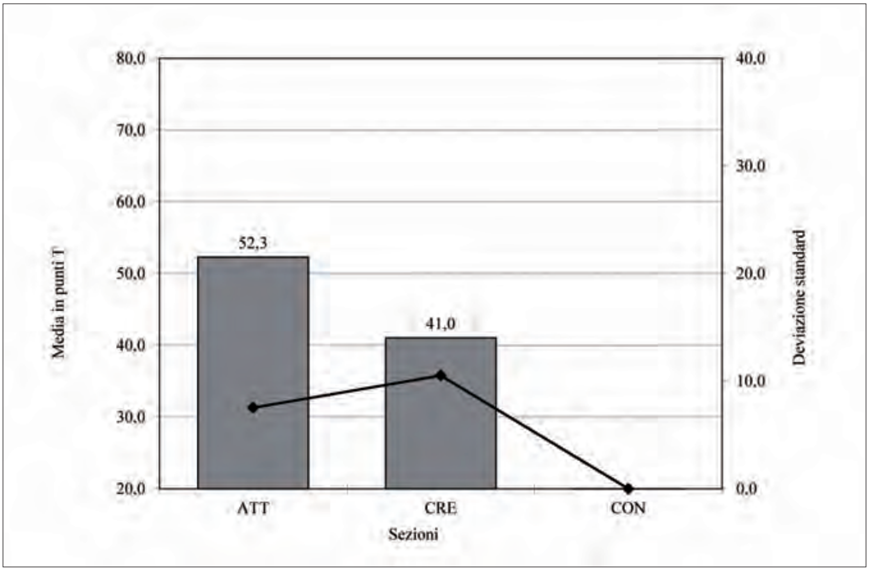


Fig. 23 – Grafico Questionario di metacognizione e Matematica: profilo della classe in entrata

ISBN 9788835101581

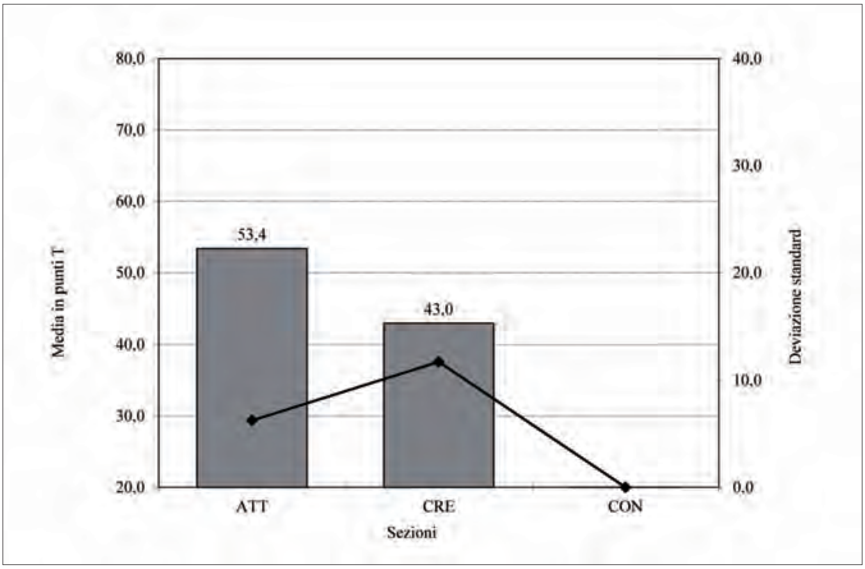


Fig. 24 – Grafico Questionario di metacognizione e Matematica: profilo della classe in uscita

Tab. 28 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero assoluto

In entrata			*In uscita*		
ATT	*CRE*	*Fasce di livello*	*ATT*	*CRE*	*Fasce di livello*
1	0	A	0	1	A
7	3	B	7	2	B
5	4	C	8	5	C
4	3	D	2	5	D
0	7	E	0	4	E
17	17	Totale	17	17	Totale

ISBN 9788835101581

Tab. 29 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero percentuale

In entrata			*In uscita*		
ATT	*CRE*	*Fasce di livello*	*ATT*	*CRE*	*Fasce di livello*
5,9	0,0	A	0,0	5,9	A
41,2	17,6	B	41,2	11,8	B
29,4	23,5	C	47,1	29,4	C
23,5	17,6	D	11,8	29,4	D
0,0	41,2	E	0,0	23,5	E
100,0	100,0	Totale	100,0	100,0	Totale
Scarto classe/ campione (punti T)	*ATT*	*CRE*	*Scarto classe/ campione (punti T)*	*ATT*	*CRE*
	2,3	-9,0		3,4	-7,0

Tab. 30 – Classe 5ª B Istituto Giffoni Valle Piana: scala d’ansia per la Matematica

Alunni che hanno eseguito il questionario in entrata	*Alunni che hanno eseguito il questionario in uscita*
12 M = 4 F = 8	12 M = 4 F = 8

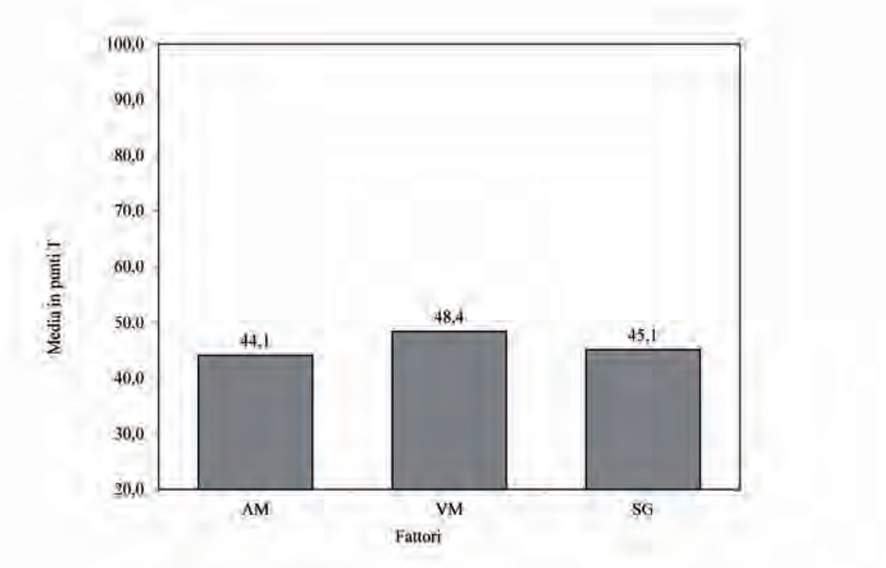


Fig. 25 – Grafico profilo della classe in entrata

ISBN 9788835101581

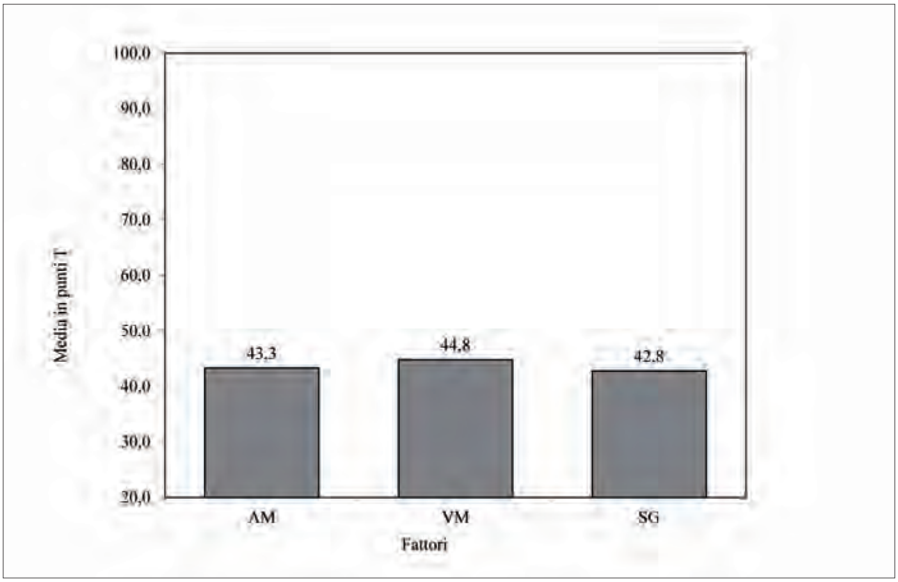


Fig. 26 – Grafico profilo della classe in uscita

Tab. 31 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero assoluto

In entrata				*In uscita*			
AM	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*	*AM*	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*
0	1	1	A	0	0	1	A
10	10	7	B	8	7	4	B
2	1	4	C	4	5	7	C
12	12	12	Totale	12	12	12	Totale

Tab. 32 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero percentuale

In entrata				*In uscita*			
AM	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*	*AM*	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*
0,0	8,3	8,3	A	0,0	0,0	8,3	A
83,3	83,3	83,3	B	66,7	58,3	33,3	B
16,7	8,3	8,3	C	33,3	41,7	58,3	C
100,0	100,0	100,0	Totale	100,0	100,0	100,0	Totale
Scarto classe/ campione (punti T)	*AM*	*VM*	*SG*	*Scarto classe/ campione (punti T)*	*AM*	*VM*	*SG*
	-5,9	-1,6	-4,9		-6,7	-5,2	-7,2

ISBN 9788835101581

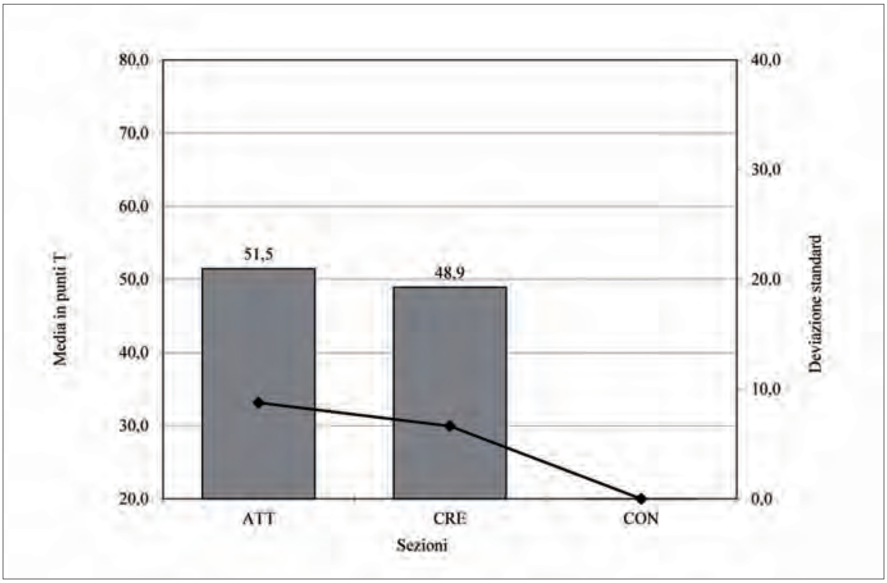


Fig. 27 – Grafico Questionario di metacognizione e Matematica: profilo della classe in entrata

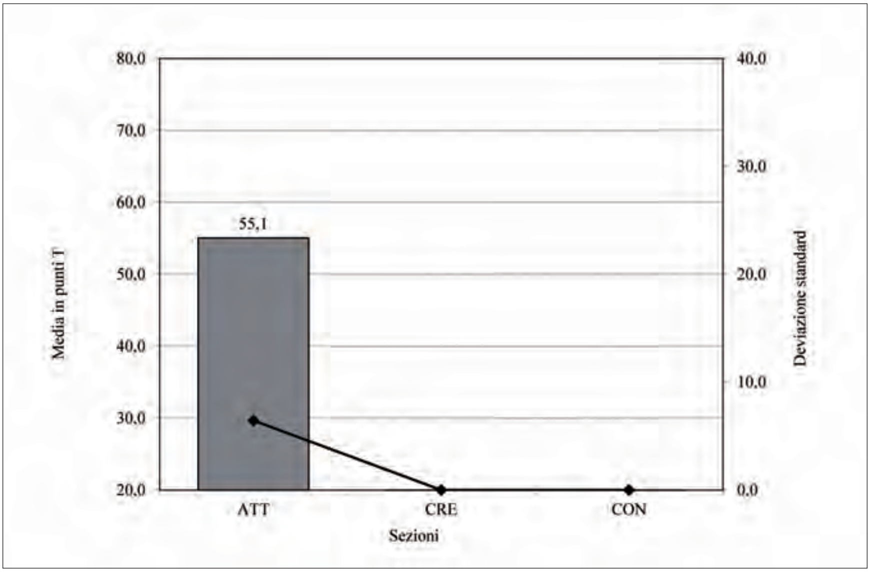


Fig. 28 – Grafico Questionario di metacognizione e Matematica: profilo della classe in uscita

ISBN 9788835101581

Tab. 33 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero assoluto

In entrata			*In uscita*		
ATT	*CRE*	*Fasce di livello*	*ATT*	*CRE*	*Fasce di livello*
1	0	A	1	0	A
2	4	B	6	0	B
6	7	C	3	0	C
2	0	D	2	0	D
1	1	E	0	12	E
12	12	Totale	12	12	Totale

Tab. 34 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero percentuale

In entrata			*In uscita*		
ATT	*CRE*	*Fasce di livello*	*ATT*	*CRE*	*Fasce di livello*
6,7	0,0	A	8,3	0,0	A
13,4	26,7	B	50,0	0,0	B
59,8	66,7	C	25,0	0,0	C
13,4	0,0	D	16,7	0,0	D
6,7	6,7	E	0,0	100,0	E
100,0	100,0	Totale	100,0	100,0	Totale
Scarto classe/ campione (punti T)	*ATT*	*CRE*	*Scarto classe/ campione (punti T)*	*ATT*	*CRE*
	1,5	-1,1		5,1	-51,4

Tab. 35 – Classe 5ª C Istituto Giffoni Valle Piana: scala d'ansia per la Matematica

Alunni che hanno eseguito il questionario in entrata		*Alunni che hanno eseguito il questionario in uscita*	
	21 M = 12 F = 9		21 M = 12 F = 9

ISBN 9788835101581

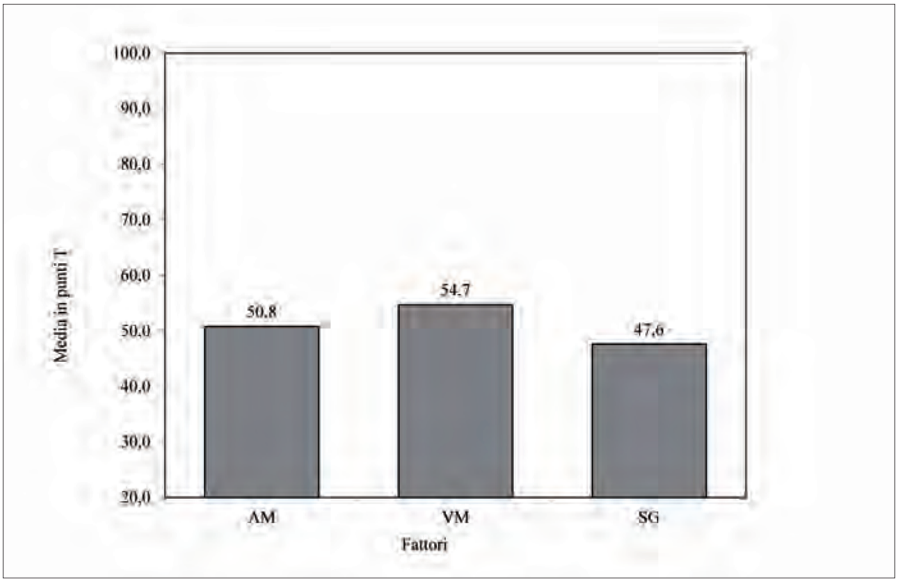


Fig. 29 – Grafico profilo della classe in entrata

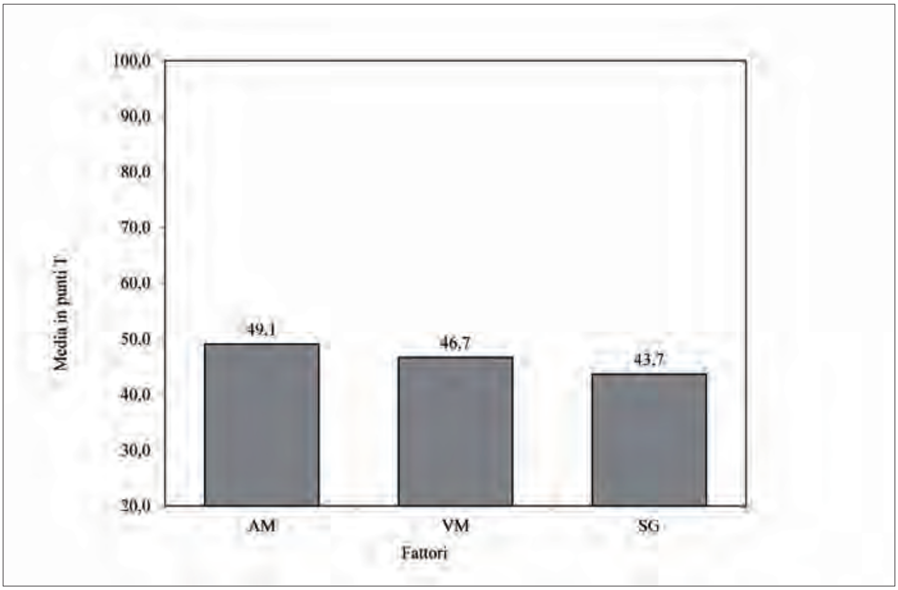


Fig. 30 – Grafico profilo della classe in uscita

ISBN 9788835101581

Tab. 36 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero assoluto

In entrata				*In uscita*			
AM	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*	*AM*	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*
5	7	1	A	1	1	2	A
13	12	15	B	17	15	10	B
3	2	5	C	3	5	9	C
21	21	21	Totale	21	21	21	Totale

Tab. 37 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero percentuale

In entrata				*In uscita*			
AM	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*	*AM*	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*
23,8	33,3	4,8	A	4,8	4,8	9,5	A
61,9	57,1	71,4	B	81,0	71,4	47,6	B
14,3	9,5	23,8	C	14,3	23,8	42,9	C
100,0	100,0	100,0	Totale	100,0	100,0	100,0	Totale
Scarto classe/ campione (punti T)	*AM*	*VM*	*SG*	*Scarto classe/ campione (punti T)*	*AM*	*VM*	*SG*
	0,8	4,7	-2,4		-0,9	-3,3	-6,3

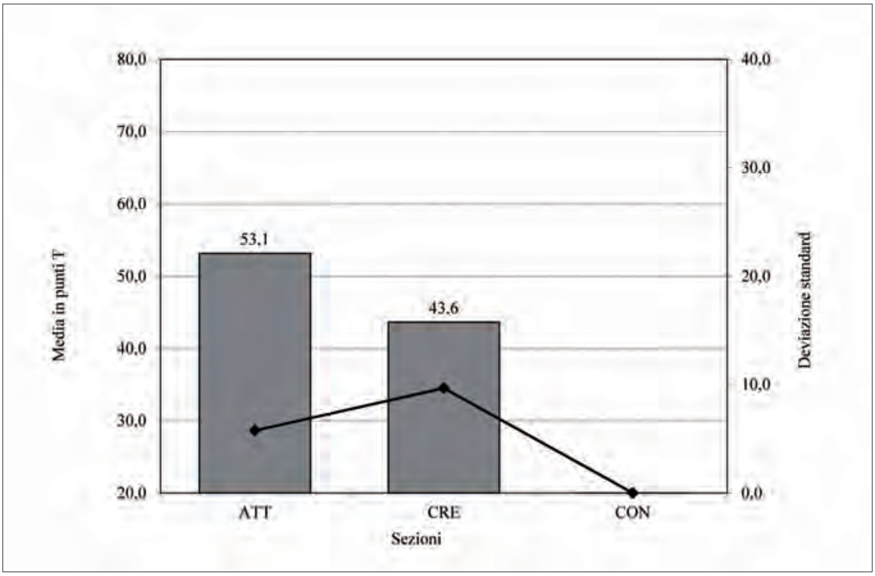


Fig. 31 – Grafico Questionario di metacognizione e Matematica: profilo della classe in entrata

ISBN 9788835101581

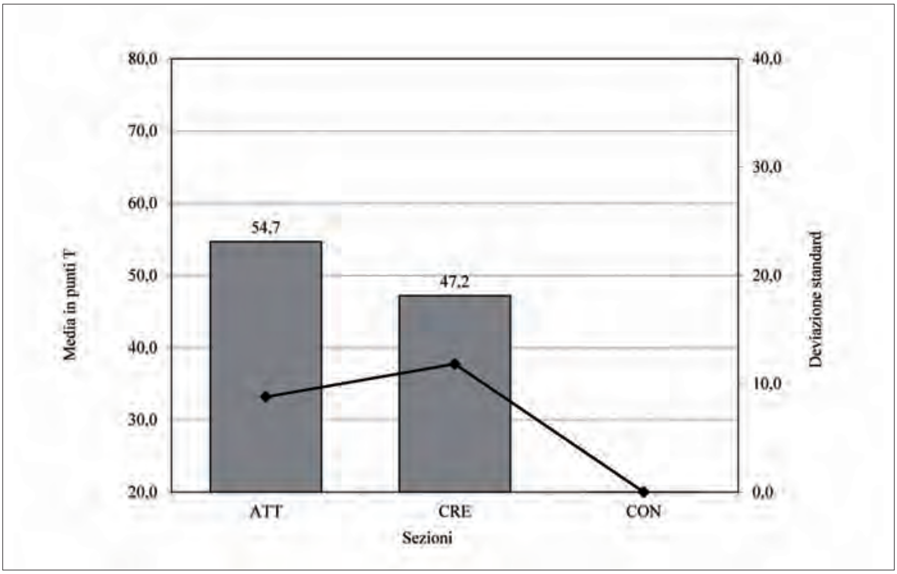


Fig. 32 – Grafico Questionario di metacognizione e Matematica: profilo della classe in uscita

Tab. 38 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero assoluto

In entrata			*In uscita*		
ATT	*CRE*	*Fasce di livello*	*ATT*	*CRE*	*Fasce di livello*
0	1	A	3	3	A
8	2	B	9	4	B
10	8	C	7	6	C
3	4	D	1	4	D
0	6	E	1	4	E
21	21	Totale	21	21	Totale

ISBN 9788835101581

Tab. 39 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero percentuale

In entrata			*In uscita*		
ATT	*CRE*	*Fasce di livello*	*ATT*	*CRE*	*Fasce di livello*
0,0	4,8	A	14,3	14,3	A
38,1	9,5	B	42,9	19,0	B
47,6	38,1	C	33,3	28,6	C
14,3	19,0	D	4,8	19,0	D
0,0	28,6	E	4,8	19,0	E
100,0	100,0	Totale	100,0	100,0	Totale
Scarto classe/ campione (punti T)	*ATT*	*CRE*	*Scarto classe/ campione (punti T)*	*ATT*	*CRE*
	3,1	-6,4		4,7	-2,8

Tab. 40 – Classe 5ª D Istituto Giffoni Valle Piana: scala d'ansia per la Matematica

Alunni che hanno eseguito il questionario in entrata		*Alunni che hanno eseguito il questionario in uscita*	
	16 M = 9 F = 7		16 M = 9 F = 7

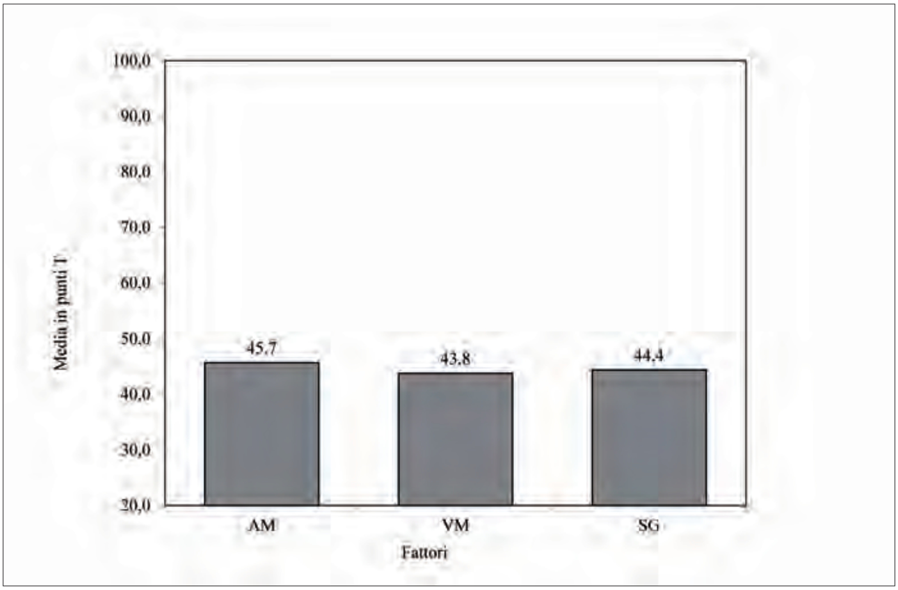


Fig. 33 – Grafico profilo della classe in entrata

ISBN 9788835101581

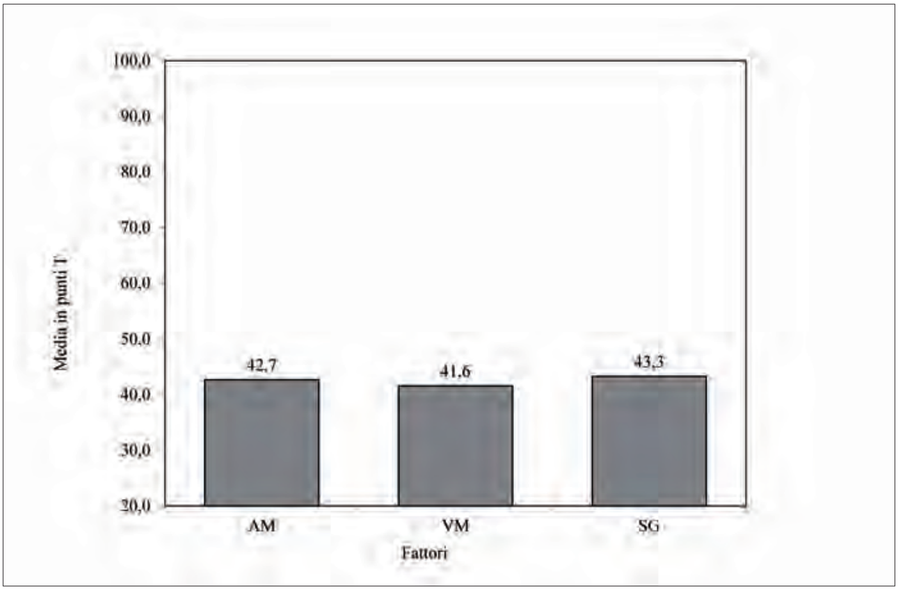


Fig. 34 – Grafico profilo della classe in uscita

Tab. 41 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero assoluto

In entrata				*In uscita*			
AM	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*	*AM*	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*
1	1	3	A	0	0	3	A
9	9	4	B	10	10	4	B
6	6	9	C	6	6	9	C
16	16	16	Totale	16	16	16	Totale

ISBN 9788835101581

Tab. 42 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero percentuale

In entrata				*In uscita*			
AM	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*	*AM*	*VM*	*SG*	*Fasce di livello*
6,3	6,3	18,8	A	0,0	0,0	18,8	A
56,3	56,3	25,0	B	62,5	62,5	25,0	B
37,5	37,5	56,3	C	37,5	37,5	56,3	C
100,0	100,0	100,0	Totale	100,0	100,0	100,0	Totale

Scarto classe/ campione (punti T)	*AM*	*VM*	*SG*	*Scarto classe/ campione (punti T)*	*AM*	*VM*	*SG*
	-4,3	-6,2	-5,6		-7,3	-8,4	-6,7

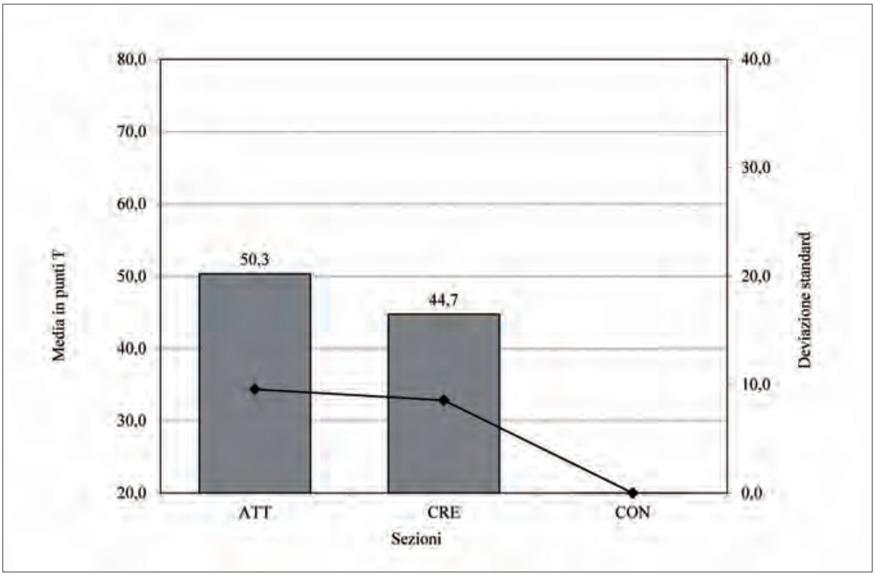


Fig. 35 – Grafico Questionario di metacognizione e Matematica: profilo della classe in entrata

ISBN 9788835101581

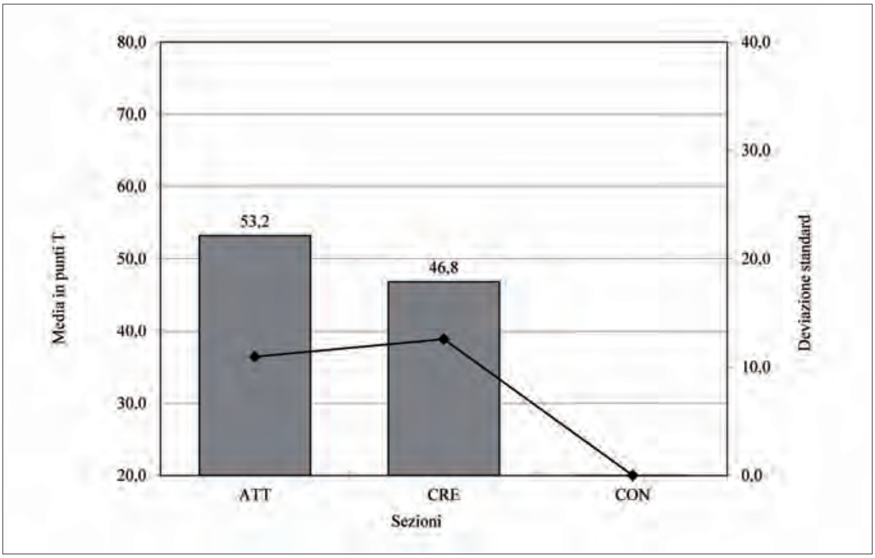


Fig. 36 – Grafico Questionario di metacognizione e Matematica: profilo della classe in uscita

Tab. 43 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero assoluto

In entrata			*In uscita*		
ATT	*CRE*	*Fasce di livello*	*ATT*	*CRE*	*Fasce di livello*
1	0	A	3	1	A
3	3	B	6	5	B
9	6	C	4	5	C
2	4	D	1	2	D
1	3	E	2	3	E
16	16	Totale	16	16	Totale

ISBN 9788835101581

Tab. 44 – Distribuzione degli alunni in fasce di livello: numero percentuale

In entrata			*In uscita*		
ATT	*CRE*	*Fasce di livello*	*ATT*	*CRE*	*Fasce di livello*
6,3	0,0	A	18,8	6,3	A
18,8	18,8	B	37,5	31,3	B
56,3	37,5	C	25,0	31,3	C
12,5	25,0	D	6,3	12,5	D
6,3	18,8	E	12,5	18,8	E
100,0	100,0	Totale	100,0	100,0	Totale
Scarto classe/ campione (punti T)	*ATT*	*CRE*	*Scarto classe/ campione (punti T)*	*ATT*	*CRE*
	0,3	-5,3		3,2	-3,2

Riferimenti bibliografici

Caponi B., Cornoldi C., Falco G., Focchiatti R., Lucangeli D. (2014), *MeMa. Valutare la Metacognizione, gli atteggiamenti negativi e l'ansia in matematica*, Erickson, Trento.

Cornoldi C., Lucangeli D., Bellina M. (2015), *AC·MT 6-11. Test di valutazione delle abilità di calcolo e soluzione di problemi*, Erickson, Trento.

Molin A., Poli S., Lucangeli D. (2013), *BIN 4-6. Batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica nei bambini dai 4 ai 6 anni*, Erickson, Trento.

Lucangeli D., Poli S., Molin A. (2013), *L'intelligenza numerica. Abilità cognitive e metacognitive nella costruzione della conoscenza numerica dai 3 ai 6 anni*, Erickson, Trento.

Lucangeli D., Poli S., Molin A. (2014), *L'intelligenza numerica. Abilità cognitive e metacognitive nella costruzione della conoscenza numerica dai 6 agli 8 anni*, Erickson, Trento.

ISBN 9788835101581

6. Divertical-Math – Divertiamoci verticalmente con la Matematica dei quesiti INVALSI

di Stefano Babini, Ivan Graziani

La nostra ricerca è stata condotta in verticale sulle prove di Matematica, per analizzare aspetti comuni nei quattro nuclei e, soprattutto, per verificare quali processi si potevano applicare nelle diverse fasce di età considerate. Il nostro gruppo di ricerca, chiamato Divertical-Math, ha sottoposto alcuni item particolari ai bambini delle cinque classi della scuola primaria (124 bambini), ai ragazzi della secondaria di I grado (93 ragazzi), entrambi dell'IC Santa Sofia (FC) e quelli della secondaria di II grado (96 ragazzi) del Liceo Rambaldi-Valeriani-A. Da Imola di Imola (BO).

Nel nostro lavoro abbiamo considerato principalmente, in base ai nuclei solitamente più ostici per i ragazzi e al Quadro di riferimento INVALSI, quattro tipi di item: per quelli di Numero, le frazioni, per quelli di Spazio e figure, i quesiti sulle simmetrie, per quelli di Relazione e Funzioni, i problemi matematici in generale e per quelli di Dati e previsione, la lettura di grafici e tabelle e i quesiti sulla probabilità.

Il lavoro con i bambini e ragazzi è sempre stato svolto in modo laboratoriale e a piccoli gruppi. In particolare, per i quesiti che contenevano parti testuali rilevanti per lunghezza o complessità, abbiamo chiesto a ragazzi di sottolineare le parole o le frasi che ritenevano difficili e poi di rielaborarle. Per alcuni quesiti abbiamo poi realizzato la prova da loro modificata e l'abbiamo somministrata, insieme all'originale, nella classe parallela, per vedere quale delle due forme fosse quella con meno errori, e abbiamo anche confrontato i nostri dati con il campione nazionale INVALSI.

Sempre nei gruppi gli studenti hanno potuto notare che qualche volta il loro testo era più comprensibile per i coetanei, ma anche che in altri casi le loro trasformazioni, in realtà, potevano aver complicato il testo originale.

Un'altra cosa che abbiamo potuto osservare è stato lo stupore divertito dei bambini e dei ragazzi, quando apprendevano di aver risolto quesiti

ISBN 9788835101581

riservati a quelli più grandi di loro, e anche quando vedevano come erano i risultati dei vari item a livello nazionale. Abbiamo poi chiesto loro di provare a cercare le cause degli errori su alcuni item risultati particolarmente difficili.

1. Introduzione

Le famigerate prove INVALSI sono spesso viste come un contrattempo, o un'intrusione, nel normale lavoro didattico nelle classi coinvolte. La grossa utilità che si può ricavare dalla lettura dei risultati relativi alla propria scuola, o classe, e poi dall'analisi dei quesiti "problematici", rimane solitamente nascosta o vista solo come un fastidioso impegno supplementare.

Inoltre, la verticalità e la continuità nella scuola rischiano sempre di rimanere solo sulla carta e di non essere messe in pratica nelle attività didattiche delle varie aule.

Il nostro progetto di ricerca è nato per cercare di coinvolgere studenti e insegnanti in verticale su alcuni nodi concettuali matematici, presenti anche nelle prove INVALSI, Abbiamo cercato di affrontare alcuni quesiti in modo divertente, giocando con il testo delle domande e cercando, insieme a bambini e ragazzi, le parti da modificare per migliorare la comprensione dei vari testi.

Fig. 1 – Il disegno scelto per la copertina delle INVALSIne

ISBN 9788835101581

Per questo motivo, nel nostro lavoro abbiamo affrontato quesiti legati ai quattro ambiti, individuati da INVALSI. Per quanto riguarda i Numeri, abbiamo scelto le frazioni, che rappresentano uno degli argomenti più ostici in tutti i livelli scolastici (Fandiño Pinilla, 2005). Per Spazio e figure ci siamo occupati di simmetrie. Per Relazioni e funzioni abbiamo scelto alcune tipologie di problemi. Per Dati e previsioni abbiamo scelto i grafici e la probabilità.

Alcuni quesiti li abbiamo potuti affrontare in modo argomentativo e orale fin dalla scuola dell'infanzia, giocando con alcune particolari domande insieme ai bambini. Questo anche per iniziare a costruire fin da piccoli alcune competenze fondamentali per gli studenti (Gentili e Egidi, 2016).

2. Destinatari e tempi

L'attività è stata svolta durante l'anno scolastico 2016/2017, per il primo ciclo, presso l'Istituto comprensivo di Santa Sofia (FC) e, per il secondo, presso il Liceo classico "Rambaldi-Valeriani-A. Da Imola" di Imola (BO).

Fig. 2 – Una classe della primaria con le INVALSIne

ISBN 9788835101581

3. Attività e sperimentazione

3.1. Numero

Per quanto riguarda l'ambito Numero, siamo partiti parlando di frazioni alla scuola dell'infanzia e suddividendo, attraverso la piegatura della carta, alcuni fogli di formato A4 in 2 parti, altri in 4 parti, altri in 8 e ancora in 16 parti.

Abbiamo chiesto ai bambini di confrontare queste parti e di dirci cosa vedessero di particolare. Abbiamo anche fatto colorare metà di ogni foglio e poi chiesto di vedere se in quelle metà ci fossero le stesse parti. In questo modo abbiamo potuto confrontare le frazioni equivalenti a ½.

Per giocare con queste frazioni abbiamo anche simulato delle torte per le feste di compleanno, con numeri di invitati differenti, e cercando di vedere quanta torta rimaneva se ne mangiavano una fetta la metà dei presenti.

Nelle prime due classi della scuola primaria, insieme alle maestre, abbiamo lavorato sul processo dell'argomentazione, soprattutto orale e quindi abbiamo chiesto ai bambini di spiegare cosa avevano fatto per risolvere alcuni item sul numero, provandone anche alcuni per la classe quinta, solo per le seconde.

In seconda primaria non si è ancora parlato di frazioni, ma concetti come metà e un quarto sono già noti a molti bambini. Abbiamo pensato di sottoporre ai bambini un quesito proposto nel 2012 per la classe quinta:

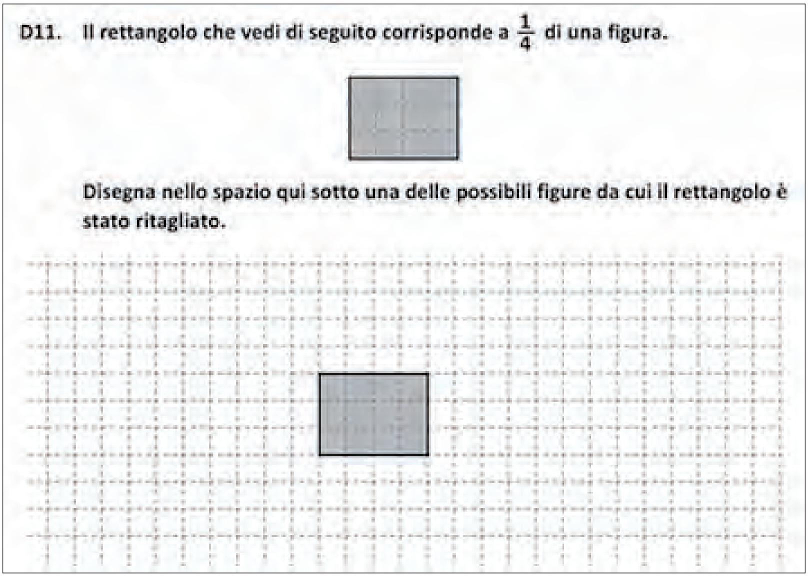


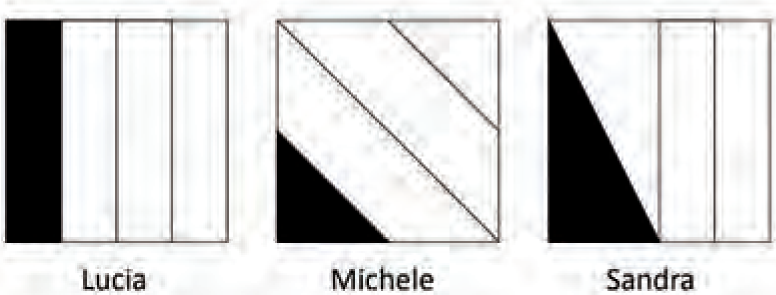
Fig. 3 – Quesito di V primaria 2012

ISBN 9788835101581

Abbiamo chiesto cosa non fosse chiaro per loro nel testo. La bambina che ha letto si è fermata prima della frazione. Abbiamo detto che quello si dice un quarto; “come un quarto d’ora dell’orologio?” ha chiesto un bambino. Abbiamo quindi modificato, insieme ai bambini, il testo del quesito sostituendo le parole al numero per sottoporlo all’altra classe: *Il rettangolo che vedi è una delle quattro parti uguali ritagliate da una figura più grande*.

Visto che era andato bene questo, abbiamo provato con un altro quesito uscito nella prova di quinta del 2014, nel quale la parola “un quarto” sostituiva già nel testo la frazione.

D12. **L’insegnante chiede di colorare un quarto della superficie di un quadrato. Lucia, Michele e Sandra eseguono il compito nei modi rappresentati in figura.**



Chi ha svolto correttamente il compito?

A. ☐ Solo Sandra

B. ☐ Solo Lucia e Michele

C. ☐ Solo Sandra e Lucia

D. ☐ Tutti hanno svolto correttamente il compito

Fig. 4 – Quesito di V primaria del 2014

In questo caso la difficoltà dei bambini è stata relativa alla suddivisione in parti uguali. Infatti una bambina ha detto che tutti avevano diviso in 4 parti e quindi erano corretti. Qualche dubbio su Sandra perché “ha fatto diverso”.

Abbiamo allora spiegato che dividere in 4 parti un oggetto, in Matematica, significa dividerlo in parti uguali.

Allora i bambini hanno voluto modificare il testo e l’hanno trasformato così: *L’insegnante chiede di dividere in quattro parti uguali la superficie di*

ISBN 9788835101581

un quadrato e di colorare una sola delle quattro parti di ogni quadrato. Lucia, Michele e Sandra fanno il compito come vedi qui sotto.

Per i due item erano stati registrati risultati molto negativi nei campioni INVALSI. Il primo era stato risolto in modo corretto dal 40,3% degli alunni, mentre il secondo solo dal 37,3%.

La cosa sbalorditiva è stata che nel nostro piccolo campione di classe seconda hanno risposto correttamente 72,3% al primo item e 66,6% al secondo.

Gli stessi due item, sia originali che modificati, sono stati somministrati anche in classe terza, quarta e quinta primaria, con risultati sempre migliori per la versione trasformata dagli alunni di seconda.

Con gli studenti della quarta e della quinta primaria abbiamo analizzato tre item, simili come struttura, assegnati il primo nel 2010 e gli altri due nel 2011 per la classe quinta, e ci siamo soffermati anche sugli esiti nel campione INVALSI.

D27. $\frac{4}{8}$ **e 0,5 indicano la stessa quantità?**

☐ A. No, perché $\frac{4}{8}$ indica una quantità minore di 0,5

☐ B. No, perché 0,5 indica una quantità minore di $\frac{4}{8}$

☐ C. No, perché la prima è una frazione, il secondo è un numero decimale

☐ D. Sì, perché valgono entrambi la metà di un intero

RISULTATI DEL CAMPIONE

errata	corretta	non risponde
43,4%	53,4%	3,2%

A	B	C	D
9,1%	19%	15,3%	53,4%

Fig. 5 – Quesito di V primaria del 2010 e risultati del campione nazionale

ISBN 9788835101581

D14. $\frac{2}{7}$ e $\frac{7}{2}$ **indicano lo stesso numero?**

- ☐ A. Sì, perché le cifre sono le stesse
- ☐ B. Sì, perché 7×2 è uguale a 2×7
- ☐ C. No, perché $\frac{7}{2}$ è maggiore di un intero e $\frac{2}{7}$ no
- ☐ D. No, perché non sono numeri ma frazioni

RISULTATI DEL CAMPIONE

errata	corretta	non risponde
42,3%	56,6%	1,1%

A	B	C	D
4,9%	20%	56,6%	17,4%

Fig. 6 – Quesito di V primaria del 2011 e risultati del campione nazionale

D18. Quale delle seguenti uguaglianze è vera?

- ☐ A. $\frac{1}{2} = 0,2$
- ☐ B. $\frac{1}{2} = 0,5$
- ☐ C. $\frac{1}{2} = 1,2$
- ☐ D. $\frac{1}{2} = 1,5$

RISULTATI DEL CAMPIONE

errata	corretta	non risponde
51,9%	47%	1,1%

A	B	C	D
11,9%	47%	32,5%	6,5%

Fig. 7 – Quesito di V primaria del 2011 e risultati del campione nazionale

I ragazzi si sono subito stupiti dei risultati negativi, soprattutto per i primi due item. Abbiamo chiesto loro di provare a spiegare quali potessero essere le difficoltà e anche i motivi che hanno portato circa un terzo dei ragazzi del campione a scegliere la risposta C nel terzo item.

Per i primi due item un alunno ha scritto: “la risposta C del primo item e quella D del secondo sono molto simili e giocano sul fatto che molti non considerino a frazione come numero”. Una sua compagna invece ha scritto: “la risposta B è stata scelta perché è vero che 2 x 7 = 7 x 2, anche se non c’entra niente…”. Anche un’altra alunna ha detto che era “ambigua la frase:

ISBN 9788835101581

perché non sono numeri ma frazioni, che per qualcuno può sembrare vero”. Per il terzo item, invece, molti si sono stupiti di quanti avessero confuso la frazione un mezzo con 1,2.

Abbiamo pensato, insieme ai ragazzi della quinta, di fare un nostro fascicoletto chiamato “INVALSIna” con questi item e anche altri, magari con qualche termine modificato, per sottoporlo ai compagni delle altreclassi.

Nelle prime due classi della secondaria abbiamo analizzato un item simile a quello visto nella primaria e “uscito” per la prima secondaria nel 2012.

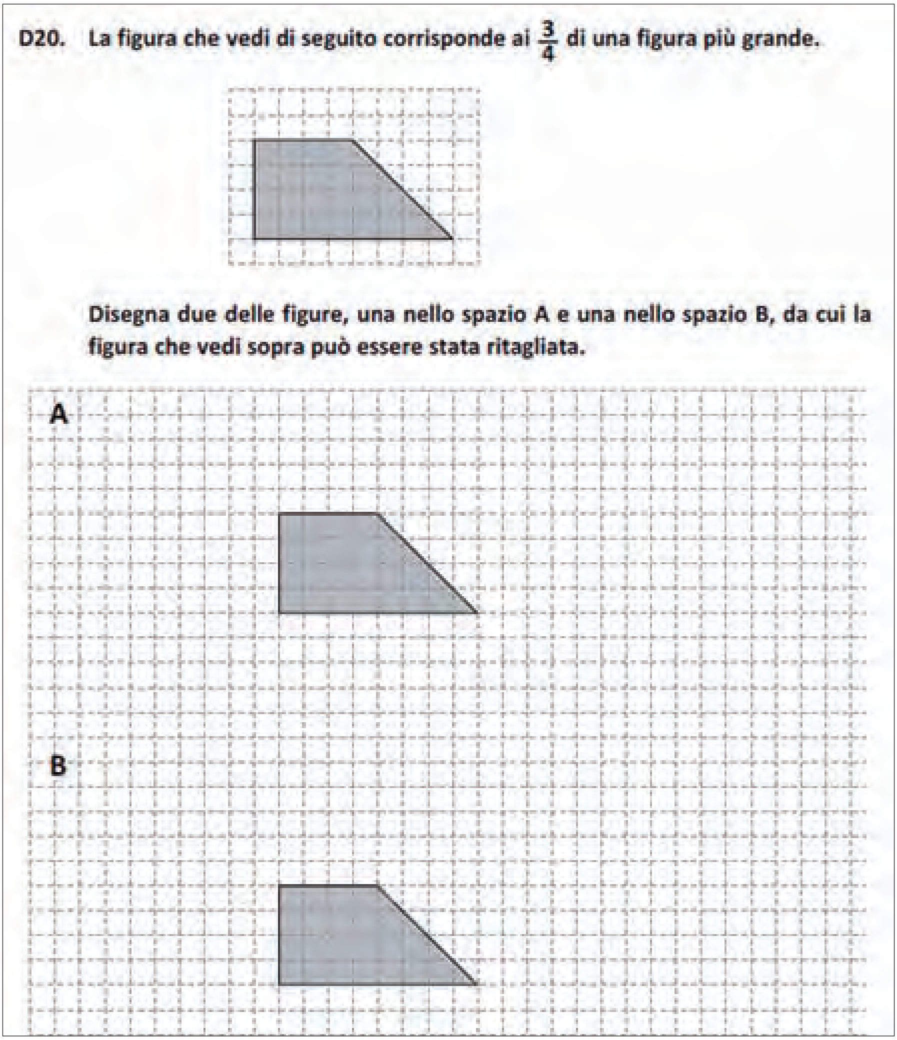


Fig. 8 – Quesito di prima secondaria del 2012

ISBN 9788835101581

Abbiamo detto ai ragazzi che era stato svolto correttamente da meno del 10% degli studenti del campione INVALSI. Allora abbiamo mostrato anche il quesito uscito per la primaria chiedendo di notarne differenze e difficoltà. Oltre a riconoscere la maggiore difficoltà del quesito della secondaria, due ragazzi hanno segnalato che il quesito poteva essere più semplice se fosse stata disegnata, nella figura di riferimento, l'altezza che divide il trapezio in un quadrato e un triangolo rettangolo, in questo modo.

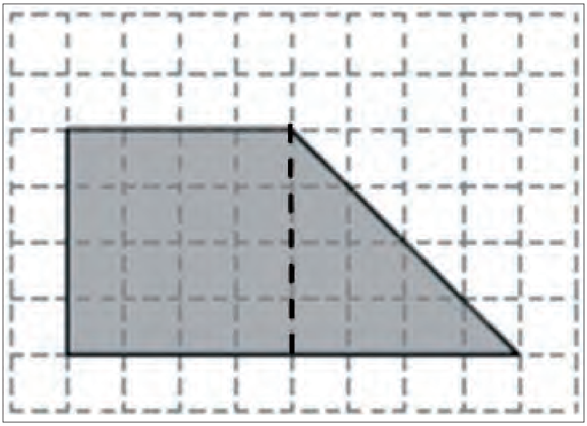


Fig. 9 – Modifica della figura suggerita dai ragazzi

Allora nell'INVALSIna abbiamo provato a mettere il quesito con la versione modificata, anche per la quinta primaria, metà con la versione originale e l'altra metà con quella modificata.

Sempre con queste classi abbiamo analizzato anche un item uscito nel 2011 per la classe terza.

D19. Un bicchiere contiene $\frac{1}{4}$ di litro di acqua.

Se si vuole riempire una bottiglia da 1,5 litri, quanti bicchieri di acqua bisogna versare nella bottiglia?

Risposta: ....

Fig. 10 – Quesito dei terza secondaria del 2011

L'abbiamo fatto svolgere e poi abbiamo analizzato i risultati. Nelle due classi hanno risposto correttamente il 91,7% contro il 68,8% del campione nazionale. Abbiamo chiesto ai ragazzi come mai secondo loro un quarto del

ISBN 9788835101581

campione aveva sbagliato e il 6,8% non aveva risposto alla domanda. Una ragazza ha scritto: “Secondo me non hanno provato… se sai che due quarti sono mezzo litro poi è facile”. Un’altra ha scritto: “Forse non sanno cos’è un quartino…”.

Con i ragazzi della terza “media” abbiamo analizzato due quesiti, uno della Prova nazionale del 2014 (D26) e un altro della classe seconda della secondaria di II grado (D3), uscito nel 2016.

D26. **Considera la frazione $\frac{400}{500}$.**
Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	Aggiungo 1 al numeratore: $\frac{401}{500}$ è maggiore di $\frac{400}{500}$	☐	☐
b.	Aggiungo 1 al denominatore: $\frac{400}{501}$ è minore di $\frac{400}{500}$	☐	☐
c.	Aggiungo 1 sia al numeratore sia al denominatore: $\frac{401}{501}$ è equivalente a $\frac{400}{500}$	☐	☐
d.	Sottraggo 1 sia al numeratore sia al denominatore: $\frac{399}{499}$ è equivalente a $\frac{400}{500}$	☐	☐

Fig. 11 – Quesito di terza secondaria del 2014

D3. **Nelle seguenti frazioni *n* è un numero naturale maggiore di 1.**
Qual è la frazione maggiore?

A. ☐ $\frac{7}{n+1}$

B. ☐ $\frac{7}{n}$

C. ☐ $\frac{7}{n+2}$

D. ☐ $\frac{7}{n-1}$

Fig. 12 – Quesito di seconda secondaria II grado del 2016

Li abbiamo messi insieme perché entrambi fanno ragionare sul confronto tra frazioni e sull’importanza di numeratore e denominatore. Abbiamo anche detto che a livello nazionale il primo quesito era andato abbastanza bene,

ISBN 9788835101581

mentre al secondo avevano risposto correttamente solo il 50% degli studenti e, in particolare il 21,4% degli alunni aveva scelto la risposta C.

I ragazzi hanno detto che il primo quesito era più facile e una ragazza ha scritto: “Nel primo quesito i primi due sono simili, perché occorre sapere che con denominatore uguale è maggiore quella con numeratore più grande e con numeratore uguale, quella con denominatore più piccolo. Nelle altre due si parla di equivalenza e si vede che non sono equivalenti”. Un ragazzo invece ha scritto che ci si poteva “confondere con i termini minore e maggiore alternati nelle prime due domande, infatti nel campione hanno risposto meglio alla prima che alla seconda”.

Per il secondo item una ragazza ha scritto: “Sopra è sempre 7, quindi è più grande la frazione con denominatore più piccolo, cioè n - 1. Chi ha scelto la risposta C ha ragionato proprio all’inverso”, mentre gli altri a caso.

A due classi di studenti della secondaria di secondo grado abbiamo somministrato i due item precedenti D26 e D3 e abbiamo analizzato i risultati ottenuti in classe.

Per quanto riguarda il D26 le risposte ai primi due vero falso sono state quasi tutte corrette. Al contrario molti studenti hanno commesso errori sulle frazioni equivalenti (circa il 40% hanno dato risposte errate).

Dal confronto in classe è emerso che il concetto di frazione equivalente è più complesso di quello di maggiore o minore.

Per quanto riguarda la somministrazione del D3 è emerso che circa il 39% ha dato la risposta errata e circa il 60% ha risposto correttamente.

Analizzando gli errori commessi, nel confronto in classe, è emerso che, mantenendo invariato il numeratore, una frazione è tanto minore quanto maggiore è il suo denominatore. Alla domanda “ma allora perché molti di voi hanno sbagliato la risposta?”, la maggior parte degli studenti ha detto di non aver preso in considerazione la frazione con denominatore n - 1.

Infatti, la risposta errata con la percentuale maggiore, al contrario del campione nazionale, è risultata la B con circa il 23%, dove il denominatore era n. La risposta corretta che presentava la frazione con denominatore n - 1 è stata vista da molti studenti come una “fregatura” per la presenza di “quel - 1”.

3.2. Spazio e figure

Come con le frazioni, anche per Spazio e figure siamo partiti con dei giochi alla scuola dell’Infanzia. Abbiamo giocato con la simmetria assiale: mettendo una striscia di carta sul pavimento abbiamo fatto giocare i bambini a Twister simmetrico.

ISBN 9788835101581

Poi abbiamo dato ai bambini delle figure semplici (triangolo equilatero, quadrato e rettangolo), chiedendo loro di dividere le figure in due parti uguali, sovrapponendo le due parti. La stessa cosa l'abbiamo fatta fare anche con alcune lettere dell'alfabeto.

In prima e seconda primaria abbiamo analizzato un item uscito nel 2012.

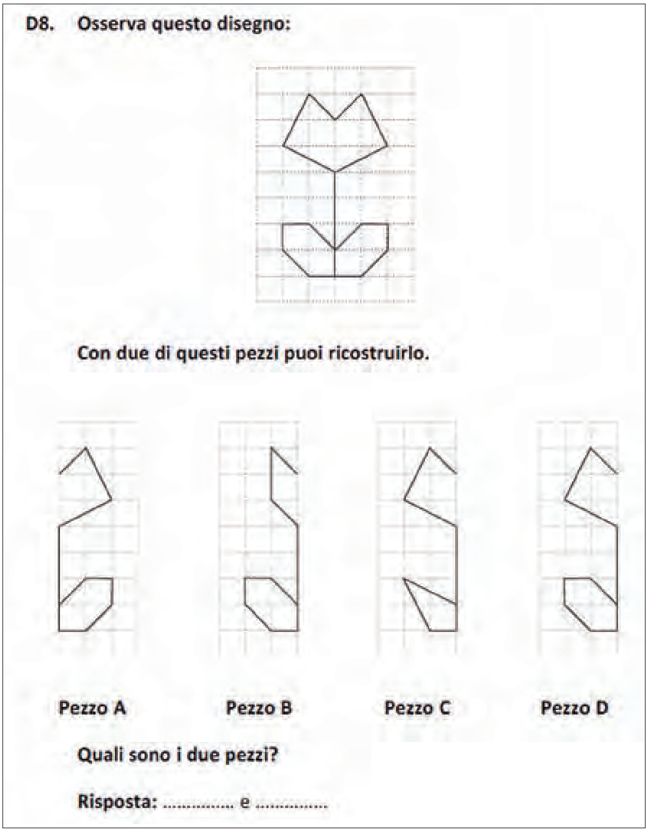


Fig. 13 – Quesito di V primaria del 2012

Abbiamo chiesto loro di risolverlo, poi abbiamo fatto ritagliare i quattro pezzi, scrivendo sul retro le lettere corrispondenti. Alcuni bambini si sono accorti di aver sbagliato perché non avevano considerato le foglie. Una bambina ha detto: "Dovevamo guardare con più attenzione".

Abbiamo detto loro che nel campione nazionale lo aveva sbagliato circa la metà dei bambini. Uno li loro ha detto: "Ma era facile!".

Poi abbiamo mostrato questo item che fa parte di una serie che abbiamo chiamato le "lettere".

ISBN 9788835101581

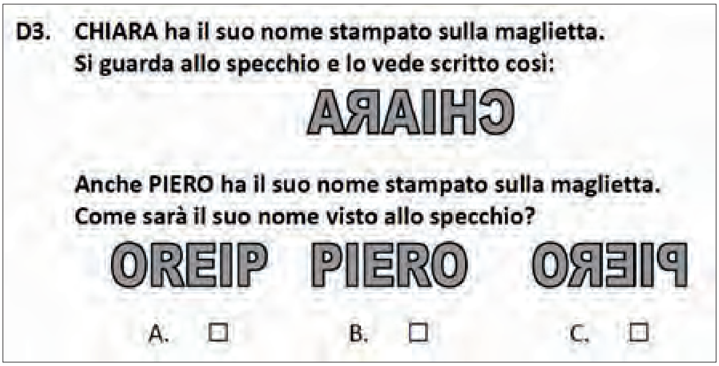


Fig. 14 – Quesito sulla simmetria per V primaria del 2013

Dopo aver fatto svolgere l'esercizio, del 2013, ai bambini, abbiamo un po' giocato con le immagini dello specchio. Un bambino ha detto: "Ma è tutto rivoltato!".

Abbiamo detto che un bambino su 5, a livello nazionale, ha risposto B, mentre nel nostro gruppo nessuno. Una bambina ha detto: "Ma quelli non si sono mai guardati a uno specchio?".

Allora abbiamo mostrato un item uscito per la seconda "superiore" sempre nel 2013, senza dire loro che era per i più grandi.

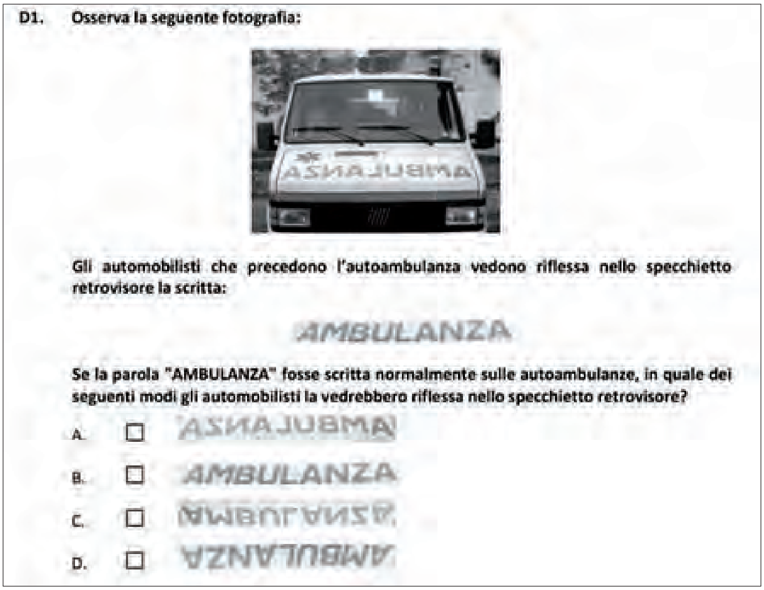


Fig. 15 – Quesito di seconda secondaria di II grado

ISBN 9788835101581

L’esperienza del quesito di Piero li ha aiutati e l’anno svolto meglio dei loro colleghi “superiori”.

È stato molto bello veder quanto fossero orgogliosi del loro risultato.

Nella prova di maggio 2017 per la seconda primaria è uscito l’item seguente.

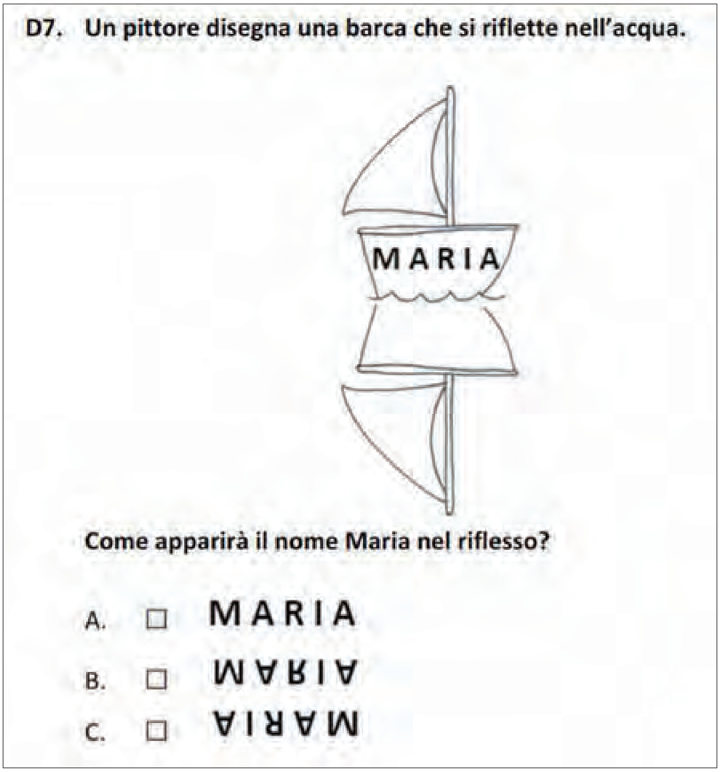


Fig. 16 – Quesito sulla simmetria per II primaria del 2017

Sembra decisamente più difficile di quello dell’ambulanza, dove l’immagine aiutava di più.

Anche in terza, quarta e quinta abbiamo mostrato gli stessi item e qualcuno è riuscito a fare lo stesso errore dei più piccoli sul fiore, mentre le “parole” sono andate meglio. Anche loro si sono stupiti di avere risolto bene un quesito delle “superiori”.

A loro abbiamo fatto svolgere un altro item della quinta primaria del 2016.

ISBN 9788835101581

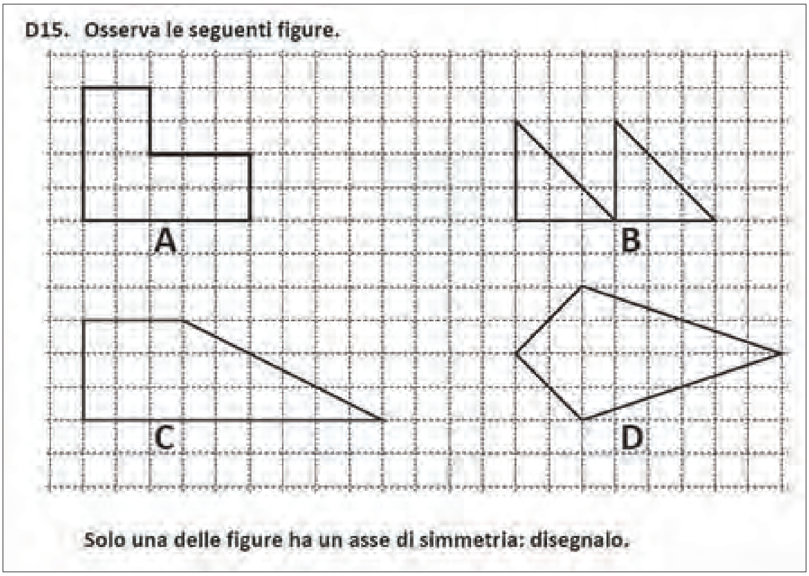


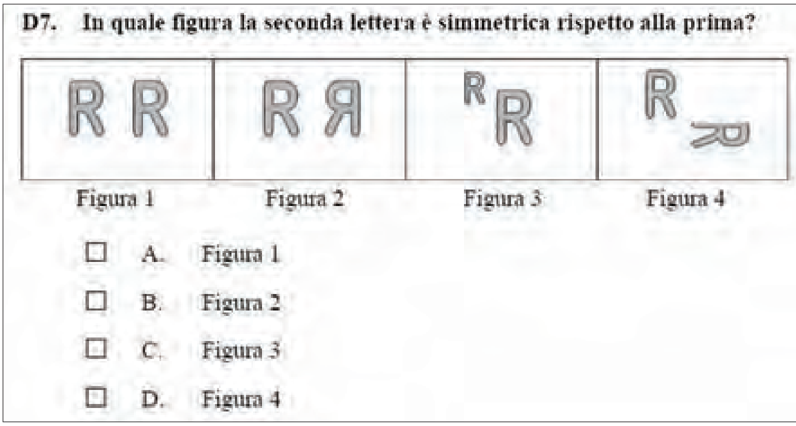
Fig. 17 – Quesito di V primaria del 2016

Su questo un bambino ha detto: “è simile a quello del fiore”. In terza la maestra aveva già fatto vedere alcuni poligoni e giocato con le immagini in uno specchio. Noi abbiamo suggerito: “Quale delle due figure potete dividere in due parti speculari?”.

Anche in questo caso le risposte corrette sono state maggiori rispetto al campione nazionale e i bambini più piccoli si sono stupiti che un terzo degli“altri” avesse sbagliato.

Abbiamo poi mostrato due item sulle lettere, uno di quinta del 2010 e l’altro di terza “media” del 2011.

ISBN 9788835101581

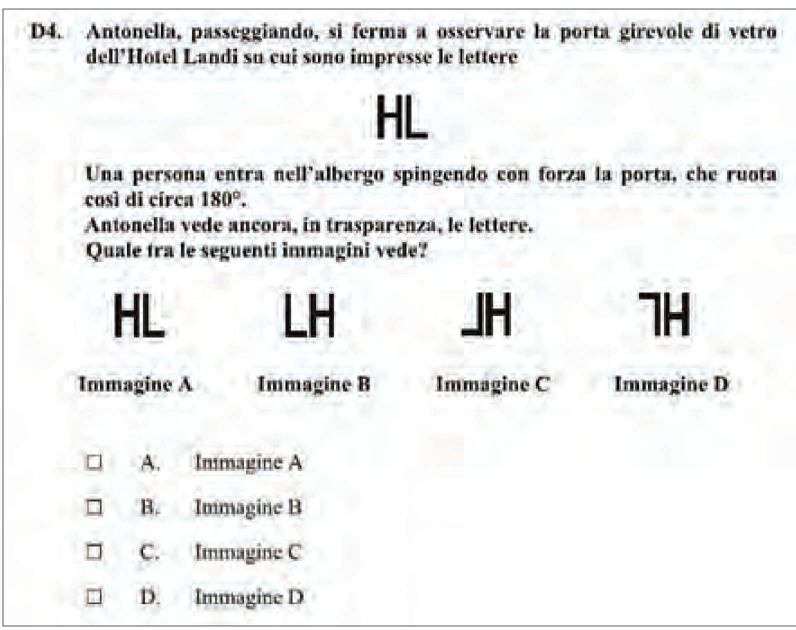


D7. In quale figura la seconda lettera è simmetrica rispetto alla prima?

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

- ☐ A. Figura 1
- ☐ B. Figura 2
- ☐ C. Figura 3
- ☐ D. Figura 4

Fig. 18 – Quesito di V primaria del 2010



D4. Antonella, passeggiando, si ferma a osservare la porta girevole di vetro dell'Hotel Landi su cui sono impresse le lettere

HL

Una persona entra nell'albergo spingendo con forza la porta, che ruota così di circa 180°.
Antonella vede ancora, in trasparenza, le lettere.
Quale tra le seguenti immagini vede?

Immagine A **Immagine B** **Immagine C** **Immagine D**

- ☐ A. Immagine A
- ☐ B. Immagine B
- ☐ C. Immagine C
- ☐ D. Immagine D

Fig. 19 – Quesito di terza secondaria del 2011

Per il D7 i risultati sono stati molto buoni, mentre per il D4, soprattutto ai bambini di terza abbiamo dovuto spiegare cosa volesse dire ruotare di 180°. Una bambina, però, ha detto: "La H rimane sempre uguale!". Allora le abbiamo chiesto: "Secondo te quali altre lettere si comportano così? E quali cifre?". Lo abbiamo fatto fare a tutte e tre le classi come giochino finale.

ISBN 9788835101581

Nelle tre classi della secondaria di I grado abbiamo fatto risolvere tutti i quesiti precedenti all'interno delle "INVALSIne" e i risultati sono stati nel bene e nel male molto simili ai loro colleghi più piccoli.

Dall'analisi delle prove sulle simmetria della secondaria di II grado, ci siamo soffermati su un item, uscito nel 2015, che ha avuto risultati molto negativi con solo il 19% di riposte corrette.

D29. Solo una delle seguenti affermazioni è vera. Quale?

A. ☐ Ogni triangolo ha un centro di simmetria
B. ☐ Tutti i triangoli equilateri hanno un centro di simmetria
C. ☐ Ogni triangolo ha almeno un asse di simmetria
D. ☐ Alcuni triangoli hanno un asse di simmetria

Fig. 20 – Quesito di seconda secondaria di II grado del 2015

Lo abbiamo somministrato ai ragazzi della terza media e a quelli delle prime due classi delle superiori e molti commenti sono stati: "Ma ce ne sono due giuste!". Infatti, anche nel nostro gruppo eterogeneo si conferma la risposta B come quella più gettonata. Molti studenti, e purtroppo anche alcuni libri, sostengono proprio che tutti i triangoli equilateri abbiano un centro di simmetria. Questa è una delle attività che si può far verificare agli studenti con l'aiuto del software Geogebra (Balsinelli, 2009).

Nelle prime classi della secondaria di II grado abbiamo fatto risolvere anche alcuni quesiti delle "INVALSIne" delle medie per poi confrontare i risultati delle due classi e analizzarli con gli studenti.

In particolare abbiamo somministrato i seguenti quesiti:

– il D7 della quinta primaria del 2010 (quello delle R);
– il D4 della Prova nazionale del 2011 (quello dell'Hotel Landi);
– il D1 della seconda superiore del 2013 (quello della scritta "Ambulanza").

In generale i risultati ottenuti dalle due classi, anche se si trattava di una prima e una seconda, sono stati molto simili.

Nei primi due quesiti, il D7 e il D4, hanno risposto correttamente sia nella classe prima che nella classe seconda circa il 90% degli studenti. Dall'analisi in classe dei risultati è emerso che "erano quesiti facili".

Nel quesito D1 invece per la classe prima hanno risposto in modo corretto il 64% degli studenti, mentre nella classe seconda le risposte correte sono salite al 73%.

ISBN 9788835101581

Nella discussione il classe qualche studente, che aveva dato la risposta errata, ha detto di aver scelto come risposta corretta la D, perché era “tutta ribaltata”. Proprio la D è stata la più gettonata fra le risposte errate con il 17%.

Nel complesso comunque dall’analisi in classe è emerso che questi tipi di quesiti sono abbastanza semplici.

3.3. Relazioni e funzioni

Per Relazioni e funzioni siamo partiti dalla classe prima con un problemino che richiedeva un piccolo confronto e abbiamo chiesto di rispondere argomentando.

Il problema era quello uscito per la seconda nel 2016.

D6. La maestra ha comprato 3 sacchetti di palloncini.
In ogni sacchetto ci sono 50 palloncini.
Per la festa della scuola le servono 120 palloncini.

Quale di queste affermazioni è corretta?

A. ☐ Alla maestra avanzano 20 palloncini

B. ☐ Alla maestra mancano 30 palloncini

C. ☐ Alla maestra avanzano 30 palloncini

Fig. 21 – Quesito di II primaria del 2016

Per i bambini più piccoli abbiamo rappresentato i tre sacchetti e abbiamo provato prima a mettere 5 palloncini in ognuno chiedendo se bastavano per 12 palloncini. Alcuni invece hanno risposto già bene senza la “riduzione”. I bambini delle due seconde hanno risposto tutti bene. Quando abbiamo detto loro che a livello nazionale la maggioranza aveva sbagliato, si sono meravigliati.

Dalla terza abbiamo fatto svolgere un item uscito per la quinta nel 2013.

ISBN 9788835101581

D10. **Alice è andata a fare una gita in pullman con la sua famiglia. Si trovano davanti a un sottopasso ferroviario con il seguente cartello:**

Il cartello indica che un veicolo può passare solo se è alto meno di 3,5 metri. L'autista non è sicuro di poter passare e controlla la scheda informativa del pullman che vedi di seguito:

Modello	Super comfort
Dimensioni	Lunghezza:11 990 mm
	Larghezza: 2 550 mm
	Altezza: 3 830 mm
Lunghezza corridoio	7 500 mm
Distanza sedili	390 mm

Il pullman potrà passare attraverso il sottopasso ferroviario?

☐ **Sì, il pullman potrà passare perché** ....

....

....

....

☐ **No, il pullman non potrà passare perché** ....

....

....

....

Fig. 22 – Quesito di V primaria del 2013

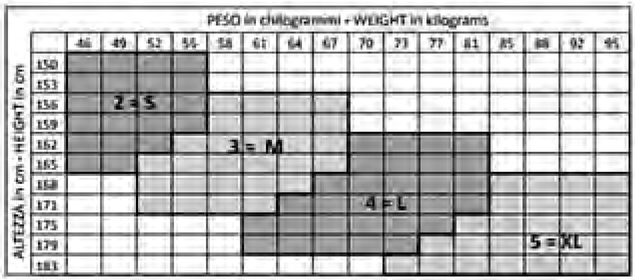
Dopo averlo svolto un bambino ha detto: “Bisogna leggere tanto e poi serve solo l’altezza…”. In ogni caso già dalla classe terza il numero di risposte corrette è stato migliore rispetto al campione della classe quinta.

Dalle classi seconda e terza, abbiamo analizzato anche alcuni tipi di problemi che partissero dalla lettura di un grafico o una tabella.

Ne abbiamo scelti due usciti per la quinta primaria, entrambi nel 2014.

ISBN 9788835101581

D1. **Alessandra vuole comprare un paio di collant (calze da donna). È alta 1,68 m e pesa 60 kg. Facendo riferimento alla seguente tabella, quale taglia di collant dovrà acquistare?**



A. ☐ Taglia 2 = S

B. ☐ Taglia 3 = M

C. ☐ Taglia 4 = L

D. ☐ Taglia 5 = XL

Fig. 23 – Quesito di V primaria del 2014

D28. **Osserva la seguente tabella che riguarda le taglie dei vestiti da uomo.**

Taglia vestiti	Altezza (cm)	Torace (cm)	Giro vita (cm)
44	164 – 168	86 – 89	74 – 77
46	169 – 173	90 – 93	78 – 81
48	172 – 176	94 – 97	82 – 85
50	175 – 179	98 – 101	86 – 89
52	178 – 182	102 – 105	90 – 93
54	180 – 184	106 – 109	94 – 99
56	182 – 186	110 – 113	100 – 104

Il papà di Marcello è alto 1,78 m, ha una circonferenza torace di 1 m e un giro vita di 88 cm. In base alla tabella, quale taglia di vestiti dovrà acquistare il papà di Marcello?

Risposta: ....

Fig. 24 – Quesito di V primaria del 2014

ISBN 9788835101581

Il primo item era andato bene nel campione con l'85,3% di risposte corrette, mentre il secondo non era stato risolto correttamente da 3 ragazzi su 10. Lo abbiamo analizzati con gli alunni e abbiamo chiesto quali potevano essere le difficoltà. Una bambina ha notato: "non c'è il 60 nella tabella del D1", ma poi ha aggiunto: "ma tanto non serve…". Un bambino invece ha scritto "Sono facili tutti e due! Anche nel secondo basta trovare l'altezza e poi si guardano i valori vicini se vanno bene e sono tutti lì". Un altro bambino ha scritto: "Forse la difficoltà era passare dal metro ai centimetri". Nelle due classi terze il D1 è stato svolto correttamente dal 90%, mentre il secondo dall'85,1%.

Solo nella quinta abbiamo fatto svolgere un item uscito per la terza "media" nel 2014.

D3. **La famiglia Rossi, composta da due adulti e due bambini di 3 e 5 anni, deve noleggiare un'automobile per una settimana. Cerca su Internet e trova le seguenti offerte.**

		Modello City car	Modello Economica	Modello Automatica
Prezzo per una settimana		207,65 €	213,24 €	231,14 €
Accessori	GPS	14,50 € al giorno	15,40 € al giorno	17,00 € al giorno
	Seggiolino per un bambino	Non si può montare	7,30 € al giorno	7,30 € al giorno
	Portasci	39,80 € per tutta la durata del noleggio	39,80 € per tutta la durata del noleggio	45 € per tutta la durata del noleggio
Opzioni	Assicurazione aggiuntiva	8,40 € al giorno	9,00 € al giorno	9,50 € al giorno

a. **La famiglia Rossi decide di noleggiare un'automobile Modello Economica con GPS e seggiolini per i bambini.**

Cerchia sulla tabella i prezzi che permettono di calcolare la spesa della famiglia Rossi per il noleggio dell'automobile.

b. **Quanto spende la famiglia Rossi per il noleggio dei seggiolini?**

Risposta: .... euro

Fig. 25 – Quesito di terza secondaria del 2014

Abbiamo chiesto ai ragazzi della quinta di dirci la prima impressione che avevano su questo item e diversi di loro ci hanno detto che era una tabella con tante scritte. Poi, dopo che lo hanno svolto e prima di comunicare il risultato, abbiamo chiesto quale delle due domande fosse più difficile. Uno studente ha detto: "Sicuramente la seconda perché c'è da scrivere!". Una

ISBN 9788835101581

ragazza gli ha detto: “Capirai, basta moltiplicare il prezzo per 14 perché i bambini sono 2”.

Abbiamo detto: “Perché secondo voi allora nel campione nazionale, con ragazzi di terza “media”, solo il 63,6% ha risposto bene?”. La ragazza ha detto: “Per me non hanno letto bene la richiesta”. Nelle due quinte il 75% dei ragazzi ha risposto correttamente e la maggior parte di chi ha sbagliato ha moltiplicato solo per 7.

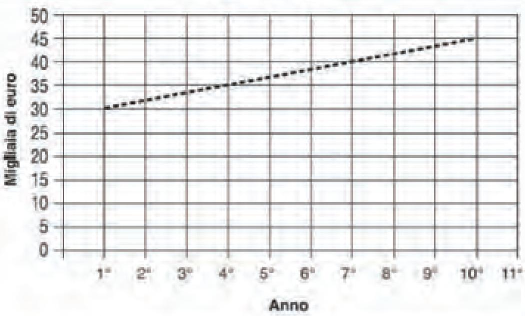
Nella secondaria di I grado abbiamo somministrato quest’ultimo item, insieme ad altri tre, due delle Prove nazionali del 2011 e del 2015 e uno della seconda superiore del 2015.

D3. Il padre di Silvia riceve due proposte di lavoro, una dall’azienda A e una dall’azienda B. La tabella rappresenta come cresce nel tempo lo stipendio offerto dall’azienda A e il grafico rappresenta come cresce nel tempo quello offerto dall’Azienda B.

Azienda A

Anno	Stipendio annuo in euro
1°	34 000
2°	34 500
3°	35 500
4°	37 000
Dal quinto anno	Continua a crescere di 1 500 euro all’anno

Azienda B



a. **In quale anno il padre di Silvia percepirà uno stipendio annuale di 40 000 euro?**

Azienda A: ....

Azienda B: ....

b. **Se il padre di Silvia intende lavorare, nell’azienda, per dieci anni, quale proposta è più conveniente?**

Risposta: ....

c. **Giustifica la tua risposta (alla domanda b).**

....

....

....

Fig. 26 – Quesito di terza secondaria del 2011

ISBN 9788835101581

D18. Il signor Giorgi paga per il telefono 40 euro al mese.

Decide di cambiare compagnia telefonica e prende in considerazione due offerte:

- Offerta A: permette un risparmio del 4 % rispetto alla sua tariffa attuale.
- Offerta B: permette un risparmio di 4 euro al mese rispetto alla sua tariffa attuale.

Con quale delle due offerte il signor Giorgi spenderebbe di meno?

Scegli una delle due risposte e completa la frase.

Il signor Giorgi spenderebbe di meno con l'offerta A, perché ....

....

....

Il signor Giorgi spenderebbe di meno con l'offerta B, perché ....

....

....

Fig. 27 – Quesito di terza secondaria del 2015

D8. Il piano tariffario di un cellulare prevede un costo di 0,15 euro per lo "scatto alla risposta" più 0,12 euro per minuto o frazione di minuto di conversazione.

Per esempio, se parlo 1 minuto e 1 secondo pago (0,15+0,24) euro, come se parlassi esattamente 2 minuti.

a. Quanti euro si spendono per una telefonata che dura 7 minuti e 10 secondi?

Risultato: .... euro

b. Se nel cellulare mi è rimasto un credito di 4 euro e voglio fare una telefonata, quanti minuti al massimo posso farla durare?

Risposta: .... minuti

Fig. 28 – Quesito di seconda secondaria II grado del 2015

Gli ultimi due li abbiamo somministrati perché, nonostante di ordini diversi, riguardavano un argomento comune.

Per i primi 2 item della domanda D3 in tutte le classi delle medie hanno risposto correttamente l'87,5% degli studenti, contro l'80,8% e l'82,7% nazionale. Nel terzo item siamo scesi al 77,5 % (sono andati meglio i ragazzi della seconda) contro il 57,5 del campione. Abbiamo chiesto per quale motivo secondo loro uno, che risponde bene all'item b, poi non sa giustificarlo. Una ragazza di seconda ha scritto: "Quella domanda si può rispondere anche a caso, è il 50%, poi a spiegare è più difficile". Un ragazzo

ISBN 9788835101581

di prima ha scritto: “Io ho provato a continuare sul foglio ed è stato facile poi spiegare”.

Anche nell’item successivo era necessario giustificare la risposta e il risultato è stato simile. Quando abbiamo mostrato i risultati del campione nazionale, abbiamo chiesto perché secondo loro solo il 37,5% avesse risposto correttamente. Diversi ragazzi hanno scritto che devono avere confuso gli euro con la percentuale, “perché il 4% di 40 € sono solo 1,60 €”.

Per l’ultimo item, diversi ragazzi hanno fatto i calcoli di fianco alla domanda. Quelli che hanno sbagliato hanno moltiplicato solo per 0,12 nella risposta b e non hanno sottratto 0,15 dai 4 euro per trovare i minuti disponibili. Quando hanno saputo che solo la metà dei loro colleghi del campione nazionale di seconda superiore aveva risposto correttamente, abbiamo letto orgoglio nei loro volti.

Alla classe terza abbiamo provato ad assegnare anche un altro item uscito per le superiori nel 2012:

D23. **Un turista italiano in viaggio in Svizzera, prima di cambiare i suoi euro in franchi, esamina le seguenti proposte fatte da due banche:**
Banca A: 1 euro viene scambiato con 1,412 franchi senza spese.
Banca B: 1 euro viene scambiato con 1,416 franchi con una commissione fissa di 2 franchi.

a. **Se il turista cambia 300 euro, quanti franchi ottiene presso la banca A?**

Risposta: .... franchi

Carlo afferma che, qualunque sia la somma che si vuole cambiare, è sempre più conveniente la banca A.

b. **Carlo ha ragione? Scegli una delle due risposte e completa la frase.**

Carlo ha ragione perché ....
....
....

Carlo non ha ragione perché ....
....
....

Fig. 29 – Quesito di seconda secondaria II grado del 2012

Abbiamo suggerito di moltiplicare per 3 per il primo item e di fare qualche tentativo prima di rispondere al secondo.

ISBN 9788835101581

Il primo item è stato svolto bene dal 82,5% degli alunni, mentre la metà dei ragazzi ha risposto correttamente al secondo item seguendo il nostro consiglio, che è già un buon risultato rispetto al campione, in cui solo il 17,7% lo aveva fatto. Uno ha anche scritto che "se cambiano 500 € spendono la stessa cifra, mentre se cambiano di più conviene B".

Nella secondaria di secondo grado abbiamo somministrato sia alla classe prima sia alla classe seconda gli item:

– D3 della terza "media" del 2014 e D18 della terza "media" del 2015;
– D23 delle superiori del 2012 e il D8 delle superiori del 2015.

Per quanto riguarda i quesiti D3 e D14 i risultati sono stati molto simili a quelli ottenuti nella somministrazione fatta in terza "media": hanno risposto correttamente ai primi due item del D3 circa il 90% e al terzo item circa l'80%.

Per il D18, in cui era necessario giustificare la risposta, il risultato è stato lievemente peggiore rispetto a quello ottenuto nella secondaria di primo grado. Quando abbiamo chiesto perché secondo loro era successo questo è emerso che avevano fatto confusione con il 4% e i 4 euro.

Per quanto concerne l'item A del D23 il risultato nella prima e nella seconda è stato in linea con quello delle "medie" (circa l'81% ha risposto correttamente), per l'item B nella classe prima ha risposto correttamente il 47% degli studenti mentre nella classe seconda il 52%.

Anche qui avevamo suggerito di fare qualche tentativo prima di rispondere al secondo, ma non tutti gli studenti hanno seguito il suggerimento.

Dal confronto è emerso un fatto curioso: in generale molti ragazzi che hanno risposto in modo errato non hanno svolto calcoli, perché non ne avevano voglia, "sarebbe stato un lavoro troppo lungo".

Per il quesito D8 delle superiori i risultati sono stati molto simili a quelli della domanda precedente.

È emerso, discutendo con il nostro campione, che avere quesiti che riguardano, bene o male, lo stesso argomento comporta un risultato finale migliore.

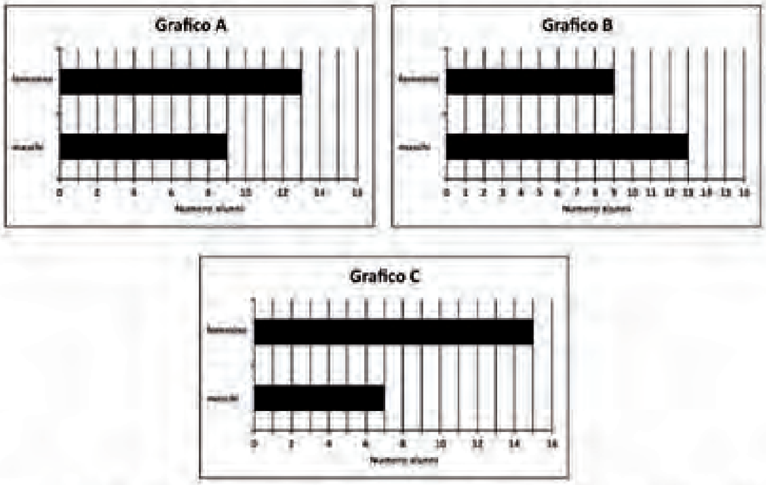
3.4. Dati e previsioni

Per Dati e previsioni siamo partiti dalla lettura di grafici e tabelle.

Nelle classi prima e seconda abbiamo guardato insieme due item, usciti per la seconda nel 2016.

ISBN 9788835101581

D14. Osserva questi grafici.



Quale grafico rappresenta una classe formata da 9 maschi e 13 femmine?

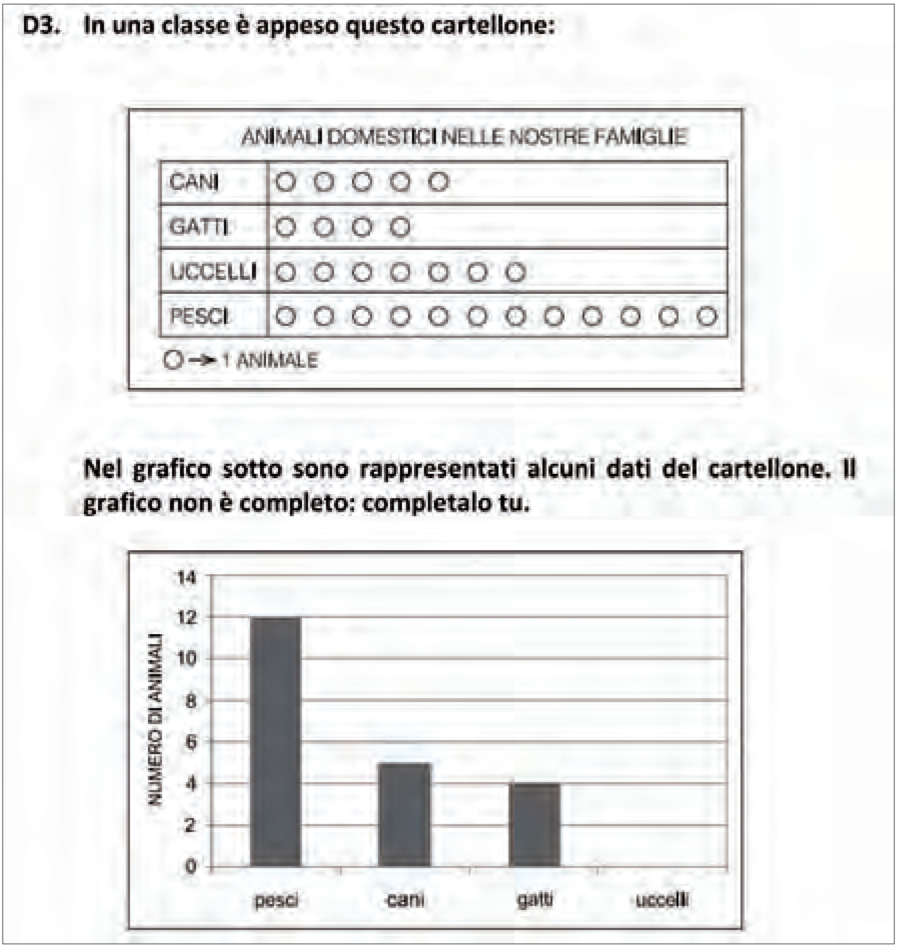
A. ☐ Grafico A

B. ☐ Grafico B

C. ☐ Grafico C

Fig. 30 – Quesito di II primaria del 2016

ISBN 9788835101581


D3. In una classe è appeso questo cartellone:

ANIMALI DOMESTICI NELLE NOSTRE FAMIGLIE

CANI	○ ○ ○ ○ ○
GATTI	○ ○ ○ ○
UCCELLI	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
PESCI	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

○ → 1 ANIMALE

Nel grafico sotto sono rappresentati alcuni dati del cartellone. Il grafico non è completo: completalo tu.

Fig. 31 – Quesito di II primaria del 2016

Ma poi anche questo, uscito per la quinta nel 2015.

ISBN 9788835101581

D28. **In una classe quinta gli alunni hanno fatto un'indagine sul numero dei libri presi in prestito dalla biblioteca di classe. I dati raccolti sono stati riportati in una tabella e rappresentati con un grafico a barre.**

Numero di libri presi in prestito	Numero alunni
da 0 a 2	9
da 3 a 5	12
da 6 a 8	.....
8 o più	0

a. **Osserva il grafico e completa la tabella con il dato mancante.**

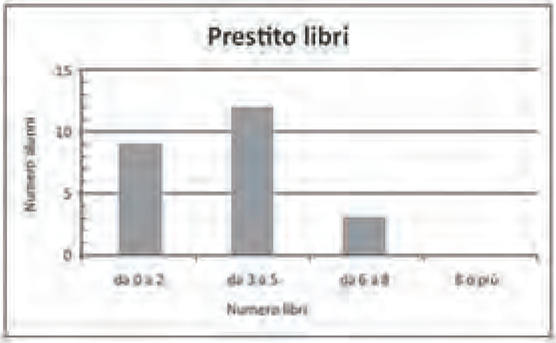


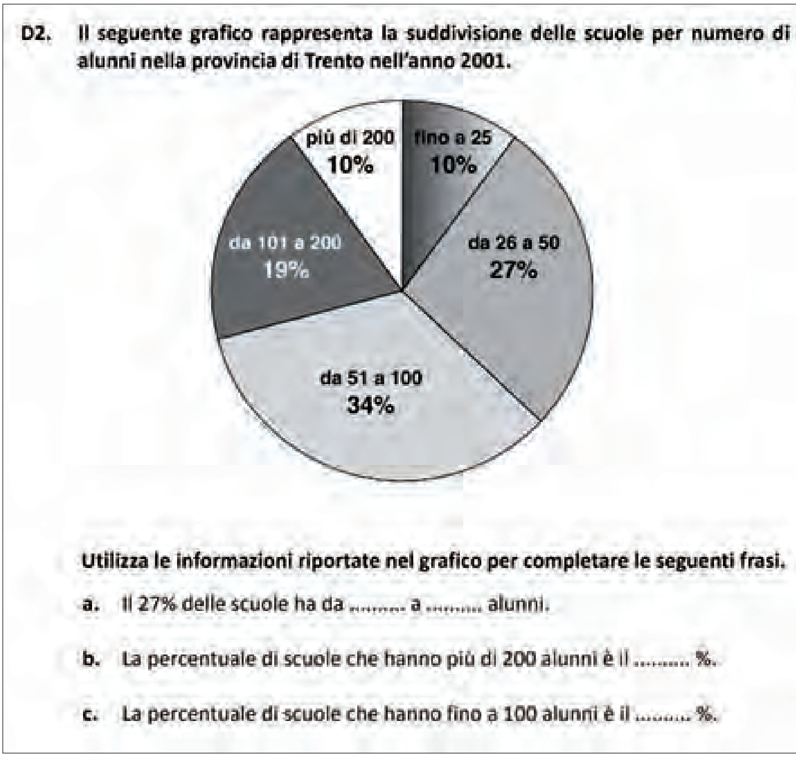
Fig. 32 – Quesito di V primaria del 2015

Abbiamo semplificato solo un po' il testo grazie all'aiuto degli alunni delle due terze. Gli alunni l'hanno cambiato così: *Nella tabella ci sono il numero di libri presi in prestito dalla biblioteca dagli alunni di una classe*.

Con la versione modificata il risultato è stato positivo per il 61% dei bambini.

In quarta e quinta abbiamo guardato anche queste due grafici "a torta", usciti uno per la quinta nel 2016 e l'altro per la terza media nel 2013.

ISBN 9788835101581


D2. **Il seguente grafico rappresenta la suddivisione delle scuole per numero di alunni nella provincia di Trento nell'anno 2001.**

Utilizza le informazioni riportate nel grafico per completare le seguenti frasi.

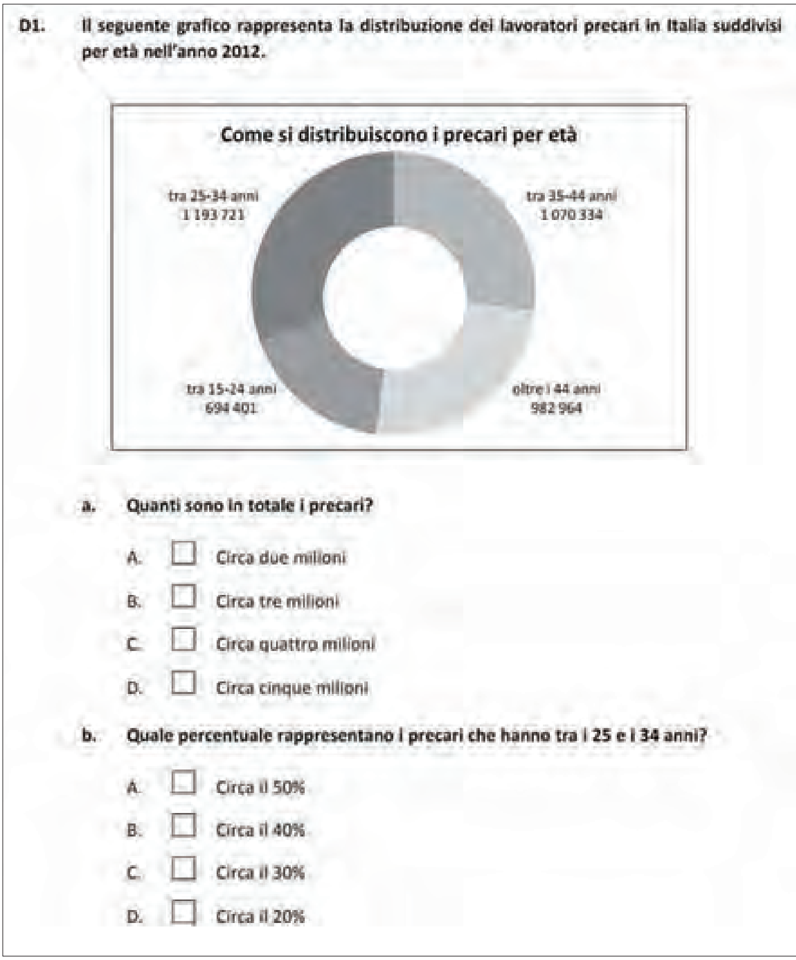
a. Il 27% delle scuole ha da .... a .... alunni.

b. La percentuale di scuole che hanno più di 200 alunni è il .... %.

c. La percentuale di scuole che hanno fino a 100 alunni è il .... %.

Fig. 33 – Quesito di V primaria del 2016

ISBN 9788835101581



D1. Il seguente grafico rappresenta la distribuzione dei lavoratori precari in Italia suddivisi per età nell'anno 2012.

a. Quanti sono in totale i precari?

A. ☐ Circa due milioni
B. ☐ Circa tre milioni
C. ☐ Circa quattro milioni
D. ☐ Circa cinque milioni

b. Quale percentuale rappresentano i precari che hanno tra i 25 e i 34 anni?

A. ☐ Circa il 50%
B. ☐ Circa il 40%
C. ☐ Circa il 30%
D. ☐ Circa il 20%

Fig. 34 – Quesito di terza secondaria del 2013

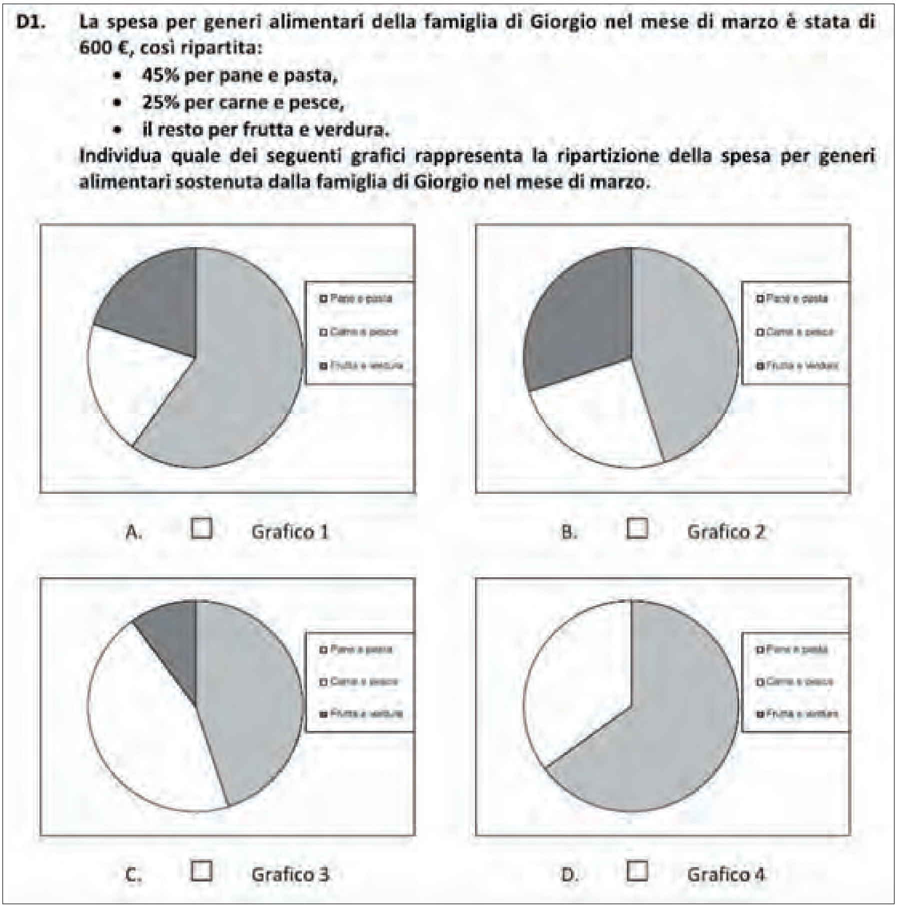
Il D2 nel campione della quinta primaria era andato male solo per la risposta c (corretta solo per il 6,9%). I ragazzi hanno dato diverse versioni. Uno ha detto: “Era più difficile perché si dovevano sommare”. Una ha detto invece: “Si sono soffermati sul numero 100 e hanno cercato solo quello”.

Il secondo è stato considerato molto più difficile dai ragazzi, anche se a risposta multipla, “perché mancano le percentuali”, “perché sono numero molto grandi”. L’item a è stato svolto correttamente dal 73%, mentre il b solo dal 50%. In particolare, però una bambina ha scritto: “Ho visto che era un po’ più grande di un quarto che è 25%”.

ISBN 9788835101581

Nelle tre classi della secondaria abbiamo mostrato gli stessi quesiti visti nelle ultime classi della primaria, con risultati non sempre migliori. In particolare, per l'ultimo item delle "torte" però hanno riposto bene il 75%, meglio in seconda che in terza.

In prima e seconda superiore abbiamo somministrato alcune domande con grafici simili a quelli precedenti, il D1 del 2016 e il D14 del 2015 della prova delle superiori.


D1. **La spesa per generi alimentari della famiglia di Giorgio nel mese di marzo è stata di 600 €, così ripartita:**

- **45% per pane e pasta,**
- **25% per carne e pesce,**
- **il resto per frutta e verdura.**

Individua quale dei seguenti grafici rappresenta la ripartizione della spesa per generi alimentari sostenuta dalla famiglia di Giorgio nel mese di marzo.

A. ☐ Grafico 1

B. ☐ Grafico 2

C. ☐ Grafico 3

D. ☐ Grafico 4

Fig. 35 – Quesito di seconda secondaria del 2016

ISBN 9788835101581

D14. Un sondaggio condotto su un gruppo di 51 studenti sul numero di televisori presenti in casa ha dato i seguenti risultati

Numero di televisori in casa	Numero di studenti
1	10
2	15
3	18
4	8
Totale	51

a. Quale percentuale di studenti ha in casa meno di 3 televisori?

Risposta: .... %

b. Dalla tabella iniziale è stato ricavato il seguente grafico "a settori circolari". Associa a ciascun settore il numero di televisori presenti in casa.

Distribuzione degli studenti per numero di televisori presenti in casa

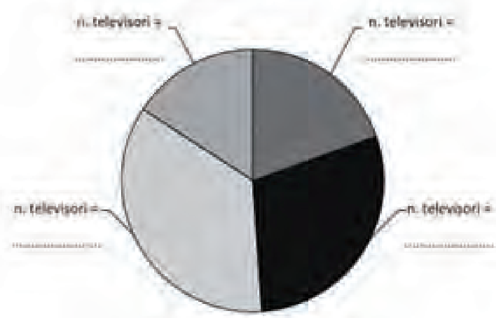


Fig. 36 – Quesito di seconda secondaria del 2015

Dall’analisi delle risposte è emerso che la percentuale degli studenti che hanno risposto correttamente è stata superiore nella prima superiore rispetto alla seconda.

Discutendo in classe di quando accaduto hanno detto che, essendo “un argomento che si affronta in prima, al termine della seconda superiore non si ricorda più”. Questo aiuta molto ad apprendere meglio un concetto anche se complesso (Fandiño Pinilla, 2008).

In particolare, le percentuali di risposte corrette sono state per il D1 l’81% in prima e il 78% in seconda, nel campione nazionale era del 75,6%.

Per il D14 le risposte corrette per il primo item sono state il 54% in prima e il 49% in seconda, mentre per il secondo item il 71% in prima e il 63% in seconda.

ISBN 9788835101581

Dal confronto in classe abbiamo notato che alcuni studenti hanno sbagliato il primo item perché hanno fatto confusione, nella risposta fra il numero di televisori in casa e il numero di studenti che hanno quella quantità di televisori.

Per quanto riguarda la probabilità, siamo partiti giocando con i bambini della scuola dell'infanzia e le caramelle. Dopo aver chiesto ai bambini cosa fosse per loro impossibile, ricevendo risposte decisamente fantasiose, abbiamo inserito dieci caramelle gialle in un sacchetto e abbiamo chiesto se fosse dato possibile estrarne una rossa. Poi abbiamo sostituito alcune caramelle gialle con delle caramelle rosse e abbiamo posto la stessa domanda. Alla prima domanda tutti hanno risposto: "È impossibile", mentre alla seconda una bambina ha detto: "Ora è più possibile".

Abbiamo mostrato loro anche un item del 2013 per la seconda primaria leggendo per loro la domanda.

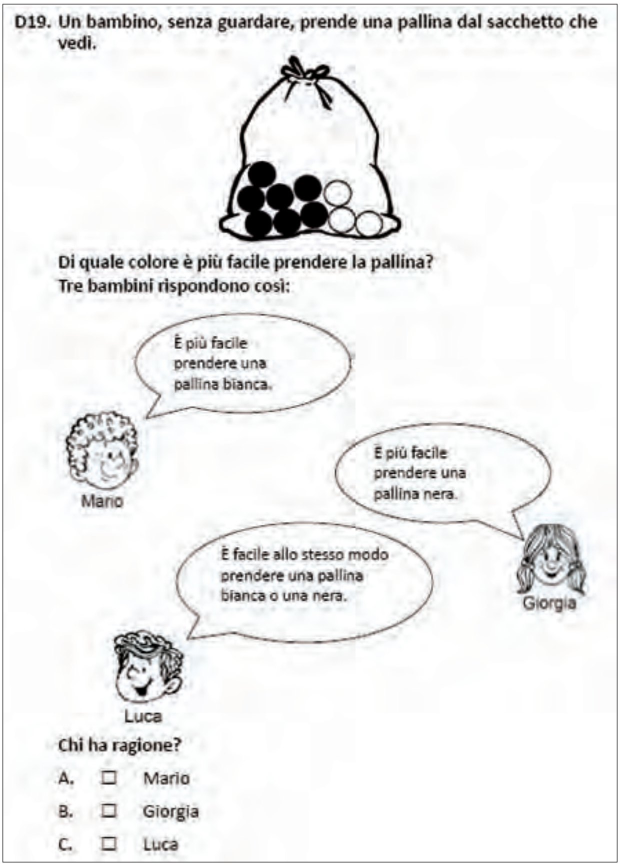


Fig. 37 – Quesito di II primaria del 2013

ISBN 9788835101581

Quasi tutti i bambini hanno subito detto che era più facile prendere una pallina nera.

Questo assaggio di probabilità ci ha introdotto a una serie di quesiti molto simili e “verticali”.

Nelle prime due classi della primaria abbiamo somministrato lo stesso item, insieme a un altro uscito per la quinta primaria nel 2012.

D20. **Il bersaglio del tiro a segno di un lunapark ha la forma di un esagono, come quello rappresentato nella figura qui sotto. L’esagono è composto da 6 triangoli equilateri con simboli diversi: cuori (♥), picche (♠), fiori (♣), quadri (♦).**

Indica se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F). Metti una crocetta per ogni riga.

		V	F
a.	È più probabile colpire un triangolo con “cuori” che colpire un triangolo con “quadri”.		
b.	È meno probabile colpire un triangolo con “picche” che colpire un triangolo con “cuori”.		
c.	La probabilità di colpire un triangolo con “quadri” è uguale alla probabilità di colpire un triangolo con “picche”.		
d.	La probabilità di colpire un triangolo con “fiori” è uguale alla probabilità di colpire un triangolo con “quadri”.		

Fig. 38 – Quesito di V primaria del 2012

Al primo item hanno risposto bene il 91,7% dei bambini delle due classi, mentre nel campione nazionale le risposte esatte erano state solo il 46,1 % e anche nel nostro gruppo tutti quelli che hanno sbagliato hanno scelto la risposta C.

ISBN 9788835101581

Per l'item D20, invece i bambini della prima hanno avuto più difficoltà, soprattutto per il testo. Qui infatti viene introdotto il concetto di probabilità.

Solo il 66,6% ha risposto correttamente, mentre per la seconda, dove il concetto di probabile era già stato trattato dall'insegnante, la percentuale è salita all'88,9%.

Dalla terza alla quinta oltre ai due quesiti già visti, ne abbiamo proposti altri due della quinta primaria usciti nel 2013 (D25) e nel 2016 (D24).

D25. **È più probabile che venga testa lanciando una moneta oppure che venga il 5 lanciando un dado?**
Scegli la risposta corretta e completa la frase.

☐ **È più probabile che venga testa lanciando la moneta perché** ....
....
....

☐ **È più probabile che venga il 5 lanciando il dado perché** ....
....
....

Fig. 39 – Quesito di V primaria del 2013

D24. **Luca ha queste 10 carte.**

Luca mette le carte in un sacchetto, le mischia e pesca a caso una carta.
Completa la frase che segue inserendo al posto dei puntini una delle seguenti espressioni:

maggiore del	minore del	uguale al

Per Luca la probabilità di pescare una carta con il cuore è 50%

Fig. 40 – Quesito di V primaria del 2016

ISBN 9788835101581

Alla prima domanda nel campione nazionale avevano risposto bene solo il 31% dei bambini. Uno ha detto: “Perché c’era da scrivere”. Nella terza, prima del quesito abbiamo provato a lanciare diverse volte una moneta e un dado insieme ai bambini.

Già nella terza il risultato è stato molto positivo con il 66,6% di risposte corrette per l’item 25 e l’88,8% per il D24. In quarta e in quinta è solo migliorato risultato per l’item 25 con l’86,2 di risposte corrette.

Visti i risultati, abbiamo provato a somministrare alla primaria altri due item usciti per la terza media nel 2011 e nel 2013.

D11. Per scegliere chi deve lavare i piatti del pranzo, Marco, Lorenzo e Livia decidono di lanciare due volte una moneta da 1 euro come quella che vedi in figura:

Stabiliscono che:

- **se verranno 2 croci, laverà i piatti Marco;**
- **se verranno 2 teste, laverà i piatti Livia;**
- **se verranno una testa e una croce, laverà i piatti Lorenzo.**

a. Pensi che tutti e tre abbiano la stessa probabilità di lavare i piatti?

☐ Sì

☐ No

b. Giustifica la tua risposta.

....

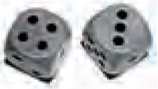
....

....

Fig. 41 – Quesito di terza secondaria del 2011

ISBN 9788835101581

D7. Anna e Daniele giocano con due dadi. Ciascuno tira i due dadi e moltiplica i due numeri.
Ad esempio, in questo caso $4 \times 3 = 12$.



Anna vince se il prodotto è un numero pari.
Daniele vince se il prodotto è un numero dispari.

Hanno entrambi la stessa probabilità di vincere?
Scegli la risposta e completa la frase.

☐ Sì, perché ....

....

....

☐ No, perché ....

....

....

Fig. 42 – Quesito di terza secondaria del 2013

Entrambi gli item avevano avuto risposte corrette da meno di un terzo del campione.

Il primo anche nel nostro gruppo ha creato difficoltà, con risposte corrette di poco superiori alla metà (55,6%), mentre al secondo hanno risposto correttamente il 75% dei bambini. Quando abbiamo chiesto perché avessero sbagliato nell'item D11 vari bambini hanno detto: "Abbiamo contato testa e croce una volta sola". Una bambina ha detto: "C'erano testa-croce e croce-testa".

Nelle tre classi delle "medie" abbiamo somministrato tutti gli item già visti e ne abbiamo aggiunti altri 4: 2 di terza "media" (D4 del 2013 e D18 del 2016) e 2 di seconda superiore (D25 del 2015 e D29 del 2016).

ISBN 9788835101581

D4. **Nel sacchetto A ci sono 4 palline rosse e 8 nere mentre nel sacchetto B ci sono 4 palline rosse e 6 nere.**

a. **Completa correttamente la seguente frase inserendo al posto dei puntini una sola delle seguenti parole:**

più	**meno**	**ugualmente**

Estrarre una pallina rossa dal sacchetto A è .... probabile che estrarre una pallina rossa dal sacchetto B.

b. **Giovanni distribuisce fra i due sacchetti altre 6 palline rosse in modo che la probabilità di estrarre una pallina rossa sia la stessa per entrambi i sacchetti. Quante palline rosse ha aggiunto Giovanni in ciascuno dei due sacchetti?**

Risposta: Sacchetto A: ....

Sacchetto B: ....

Fig. 43 – Quesito di terza secondaria del 2013

D18. **In un sacchetto ci sono solo 4 palline blu. Quante palline verdi si devono inserire nel sacchetto affinché la probabilità di estrarre una pallina verde sia $\frac{2}{3}$?**

A. 2

B. 12

C. 6

D. 8

Fig. 44 – Quesito di terza secondaria del 2016

ISBN 9788835101581

D25. **Si lancia 300 volte un dado non truccato a 6 facce. Quante volte ci si aspetta di ottenere un numero maggiore di 4?**

A. ☐ circa 100 volte
B. ☐ circa 50 volte
C. ☐ circa 30 volte
D. ☐ circa 150 volte

Fig. 45 – Quesito di seconda secondaria II grado del 2015

D29. **Nella scatola *A* vi sono 6 palline verdi e 4 rosse. Nella scatola *B* vi sono invece 12 palline verdi e 5 rosse. Quante palline verdi si devono spostare dalla scatola *B* alla scatola *A* affinché la probabilità di estrarre una pallina verde da *A* diventi uguale alla probabilità di estrarre una pallina verde da *B*?**

A. ☐ 5
B. ☐ 7
C. ☐ 4
D. ☐ 2

Fig. 46 – Quesito di seconda secondaria II grado del 2016

Una bambina ha subito notato la somiglianza del D4 "con quello dei cuori".

In tutte le classi gli item che hanno creato più difficoltà, anche se con risultati migliori rispetto al campione nazionale, sono stati il D29 e l'item b del D4, tra l'altro molto simili.

Gli altri quesiti hanno avuto buoni risultati e soprattutto i ragazzi di prima si sono meravigliati di aver fatto "meglio di quelli delle superiori".

Per la secondaria di secondo grado abbiamo preso in considerazione le domanda D25 del 2015, vista in precedenza, e il D6 del 2016 del fascicolo della secondaria di secondo grado.

ISBN 9788835101581

D6. Da un mazzo di 52 carte da gioco (composto da 13 carte per ognuno dei semi: cuori, quadri, fiori, picche) sono stati tolti i 4 assi.

a. Si estrae una carta a caso. Qual è la probabilità che sia di cuori?

Risposta: ....

b. Da un mazzo di 52 carte uguale al precedente sono state tolte alcune carte di fiori. Dopo questa operazione la probabilità di estrarre, a caso, una carta di fiori è $\frac{6}{45}$. Quante carte di fiori sono state tolte?

Risposta: ....

Fig. 47 – Quesito di seconda secondaria II grado del 2016

Abbiamo somministrato questi quesiti alla classe prima e seconda. Come è capitato in precedenza con i grafici, la percentuale di risposte corrette è stata maggiore nella classe prima rispetto alla seconda. La differenza tra le classi è stata di circa il 5%.

Possiamo sicuramente constatare che quando si propone una domanda su un argomento affrontato nell'anno scolastico precedente, lo studente tende a non interiorizzare ma a dimenticare quanto aveva appreso e quindi diminuisce in numero di studenti che risponde correttamente. Questo è uno dei problemi per cui la Matematica è ritenuta una materia ostica dai ragazzi (Lockard, 2010).

4. Conclusioni

Dalla nostra ricerca abbiamo avuto la conferma che molti degli errori degli studenti nelle prove derivano da una lettura veloce o dalla non comprensione completa dei testi dei quesiti. Infatti, se non sono sotto pressione, ma stanno "giocando" coi quesiti, si stupiscono spesso degli errori che vengono valutati sul campione nazionale dell'INVALSI.

Inoltre, abbiamo visto che ci si può anche divertire facendo Matematica con i quesiti INVALSI.

I ragazzi si sono divertiti a cambiare i testi e ad assemblare le "INVALSI-ne" per poi somministrarle alle altre classi. Un altro aspetto che abbiamo potuto notare spesso è stato il compiacimento dei bambini e dei ragazzi quando riuscivano a risolvere quesiti preparati per le prove degli studenti più grandi.

In generale, i risultati delle prove somministrate sono andate sempre meglio rispetto al campione nazionale e anche alcuni quesiti cambiati dai ragazzi sono stati risolti con meno errori rispetto a quelli originali.

ISBN 9788835101581

I ragazzi, generalmente, hanno commesso meno errori quando le prove sono state somministrate negli anni scolastici in cui gli argomenti venivano svolti. Gli studenti tendono ad apprendere e a "cancellare" dalla loro memoria nel giro di pochi mesi vari concetti se non interiorizzati nel modo migliore.

Fare Matematica con i quesiti, e partire dagli errori dei ragazzi, è stato molto apprezzato da loro, soprattutto "perché l'errore non è stato drammatizzato", ma utilizzato "per capire meglio".

Riferimenti bibliografici

Balsimelli S. (2009), *La geometria con GeoGebra*, Matematicamente, Lecce.

Fandiño Pinilla M.I. (2005), *Le frazioni*, Pitagora, Bologna.

Fandiño Pinilla M.I. (2008), *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*, Erickson, Trento.

Gentili G., Egidi D. (2016), *Matematica per competenze nella scuola secondaria di primo grado*, Erickson, Trento.

Lockhart P. (2010), *Contro l'ora di matematica*, Rizzoli, Milano.

ISBN 9788835101581

7. *Analisi verticale del concetto di pendenza: dalla scuola secondaria di primo grado all'università*

di Alessandro Gambini, Simone Banchelli, Nicoletta Nolli

Si studia l'analisi in verticale degli errori ricorrenti effettuati da studenti di diversi livelli scolastici relativi al concetto di pendenza, dalla scuola secondaria di I grado all'inizio della carriera universitaria. Tale analisi è basata sullo studio dei risultati delle valutazioni standardizzate INVALSI di Matematica effettuate a livello 8 e a livello 10 e su alcuni risultati di domande dei pretest del livello 13 somministrate a un campione di matricole universitarie. Tra le domande con una bassa percentuale di risposte corrette, si sono individuate caratteristiche comuni che forniscono una buona chiave di lettura per alcuni concetti chiave di didattica della Matematica. In particolare, dalla ricerca sono emerse difficoltà in verticale relative alla gestione dei diversi registri di rappresentazione degli oggetti matematici in questione. I risultati della ricerca mostrano che il problema permane anche con passaggi di livelli scolastici e porta, a livello universitario, a una misconcezione del concetto di derivata.

1. Introduzione

In questi anni le rilevazioni su grande scala hanno assunto un ruolo sempre più significativo nella ricerca in didattica della Matematica; in particolare in Italia i risultati delle prove standardizzate INVALSI stanno acquisendo un'importanza sempre maggiore nel panorama della ricerca (Ferretti *et al.*, 2015, Garuti *et al.*, 2017, Giberti *et al.*, 2016). Ogni anno INVALSI conduce rilevazioni a carattere censuario, somministrando due prove (una di Italiano e una di Matematica) in due classi della scuola primaria (in seconda e in quinta), al terzo anno della scuola secondaria di primo grado e al secondo anno della scuola secondaria di secondo grado. INVALSI restituisce i risul-

ISBN 9788835101581

tati dei test prima a livello nazionale relativamente a un campione rappresentativo e successivamente alle singole scuole.

Grazie a questi risultati sono emerse diverse ricerche, alcune delle quali, come quella presentata in questo contributo, hanno lo scopo di investigare nodi didattici che persistono a tutti i livelli oggetto di indagine (Ferretti e Gambini, 2017).

Da qualche anno INVALSI sta conducendo una campagna di pretest con gli studenti delle classi terminali della scuola secondaria di secondo grado con lo scopo di realizzare nelle classi quinte un test di Matematica volto a verificare competenze e conoscenze matematiche a conclusione del ciclo di studi superiori. Alcuni risultati di questi pretest sono oggetto di analisi di questa ricerca. In particolare, le questioni indagate in questo contributo riguardano le difficoltà di gestione delle diverse rappresentazioni dello stesso oggetto/concetto matematico (Duval, 2006) con particolare riferimento al concetto di pendenza di una funzione.

2. Analisi verticale

La prima parte di questa ricerca è stata realizzata utilizzando il database INVALSI Gestinv (www.gestinv.it) che è già stato utilizzato come strumento di ricerca per esempio in (Bolondi, Ferretti e Gambini, 2017). Gestinv è un database online che raccoglie tutte le domande INVALSI andate in campo in Italia dal 2008 in poi (circa 1400 oggetti). Il database per ogni item fornisce il testo della domanda, i riferimenti alle Linee guida e alle Indicazioni nazionali, alcune parole chiave che caratterizzano il contenuto, la risposta corretta, le percentuali di risposta e altre informazioni statistiche (*Item Response Theory*). Gestinv consente di fare ricerche per ognuna di tutte queste categorie.

I risultati particolarmente negativi di alcuni quesiti somministrati nelle classi quinte relativi al significato di derivata come pendenza della retta tangente a una curva in un punto ci hanno indotto a indagare su quesiti che nei livelli scolari precedenti esplorassero, in contesti differenti e in diversi registri di rappresentazione, il concetto di pendenza.

Utilizzando il database Gestinv abbiamo ricercato per parole chiave tutti i quesiti riguardanti la pendenza di una funzione e più in generale il concetto di tasso di variabilità di una grandezza in funzione della variazione di un'altra.

Questa ricerca è stata fatta su quesiti somministrati agli studenti del terzo anno di scuola secondaria di primo grado (13 anni) e agli studenti del secondo anno della scuola secondaria di secondo grado (15 anni) utilizzando i dati

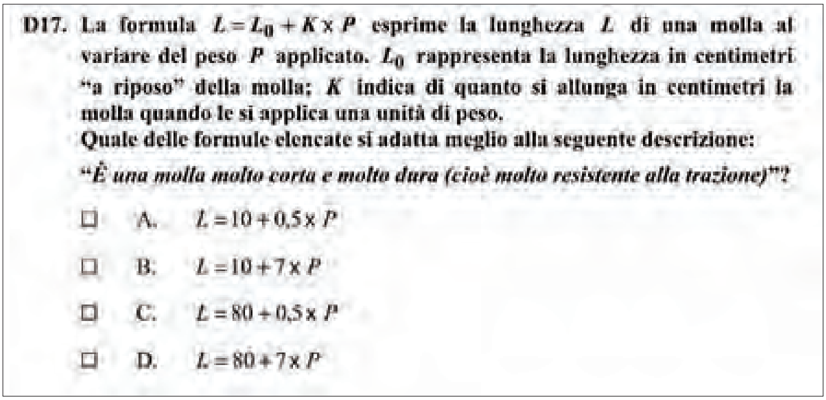
ISBN 9788835101581

del campione nazionale. Per quanto riguarda gli studenti della classe quinta della scuola secondaria di secondo grado è stato utilizzato un campione di 474 studenti (18 anni) e per l'università un campione di 300 matricole all'inizio dell'anno accademico 2016/2017.

3. Analisi dei dati

Dalla ricerca abbiamo selezionato nove domande particolarmente significative nel percorso di apprendimento del concetto di pendenza dalla scuola secondaria di primo grado fino al primo anno di università.

La seguente domanda è stata somministrata nell'a.s. 2010/11 agli studenti di grado 8 durante l'esame conclusivo della scuola secondaria di primo grado; il campione, da cui sono calcolati i dati statistici, era composto da 25892 studenti.



D17. **La formula $L = L_0 + K \times P$ esprime la lunghezza L di una molla al variare del peso P applicato. L_0 rappresenta la lunghezza in centimetri "a riposo" della molla; K indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando le si applica una unità di peso.**
Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione:
"*È una molla molto corta e molto dura (cioè molto resistente alla trazione)*"?

- ☐ A. $L = 10 + 0{,}5 \times P$
- ☐ B. $L = 10 + 7 \times P$
- ☐ C. $L = 80 + 0{,}5 \times P$
- ☐ D. $L = 80 + 7 \times P$

Fig. 1 – Domanda D17, grado 8, Test INVALSI, a.s. 2010/11

Tab. 1 – Dati relativi alla domanda D17, grado 8, Test INVALSI, a.s. 2010/11

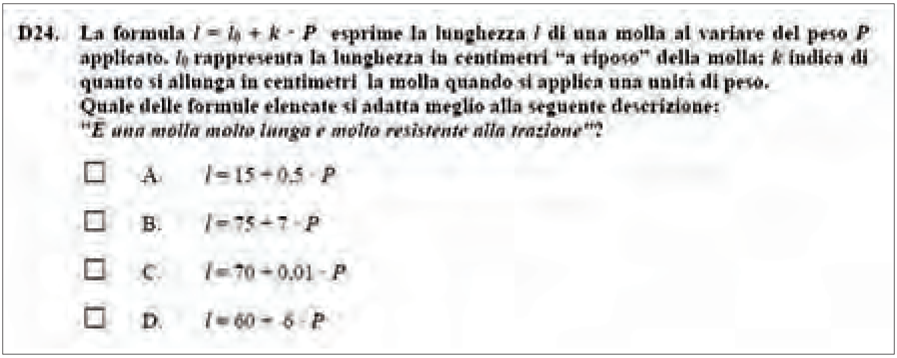
A (corretta)	58,3%
B	25,4%
C	7,9%
D	4,3%
Mancanti/non valide	4,1%

Come mostra la tabella, la percentuale di risposte corrette (opzione A) è del 58,3% mentre il distrattore più scelto è l'opzione B. Gli studenti che hanno scelto l'opzione B (25,4%) hanno compreso che la molla è corta, at-

ISBN 9788835101581

tribuendo il corretto significato a L_0 (termine noto) ma hanno ragionato in modo sbagliato su K (pendenza della funzione), associando alla durezza della molla un valore grande di K. Per comprendere quale equazione traduca l'espressione verbale del testo e, quindi, fornire la risposta corretta è necessario saper gestire il passaggio dal linguaggio naturale a quello algebrico; conoscere e utilizzare differenti forme di rappresentazione e passare dall'una all'altra rappresenta una difficoltà per gli studenti, fatto noto in letteratura internazionale (Duval, 2006).

Una domanda che indaga competenze simili alla precedente, è stata somministrata anche agli studenti di grado 10 nell'a.s. 2010/11; il campione, da cui sono calcolati i dati statistici, era composto da 43458 studenti.



D24. **La formula $l = l_0 + k \cdot P$ esprime la lunghezza l di una molla al variare del peso P applicato. l_0 rappresenta la lunghezza in centimetri "a riposo" della molla; k indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando si applica una unità di peso.**
Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione:
"*È una molla molto lunga e molto resistente alla trazione*"?

- ☐ A. $l = 15 + 0.5 \cdot P$
- ☐ B. $l = 75 + 7 \cdot P$
- ☐ C. $l = 70 + 0.01 \cdot P$
- ☐ D. $l = 60 + 6 \cdot P$

Fig. 2 – Domanda D24, grado 10, Test INVALSI, a.s. 2010/11

La tabella 2 mostra la percentuale di risposte corrette, errate e mancanti e le percentuali di scelta di ogni opzione.

Tab. 2 – Dati relativi alla domanda d24, grado 10, test INVALSI, a.s. 2010/11

A (corretta)	58,3%
B	25,4%
C	7,9%
D	4,3%
Mancanti/non valide	4,1%

La domanda era molto simile alla precedente, ma la percentuale di risposte corrette è solo il 38,1% (la risposta corretta è l'opzione C); l'opzione B è stata scelta quasi dalla stessa percentuale degli studenti: il 33,2%. In questo caso la scelta della risposta corretta non è predominante. A differenza della domanda precedente tra i distrattori sono presenti tre equazioni che rappre-

ISBN 9788835101581

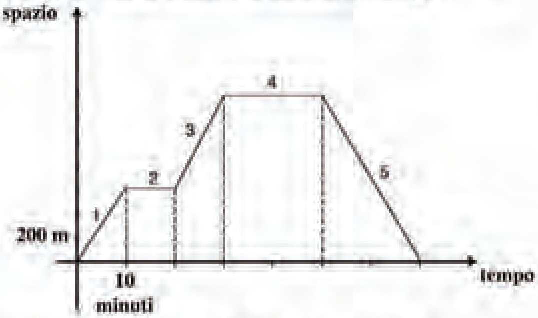
sentano molle che, a riposo, possono essere considerate lunghe; chi ha scelto l'opzione B ha effettivamente indicato l'equazione che rappresenta una molla lunga ma con un coefficiente k che non traduce il concetto di molla "molto resistente alla trazione".

L'obiettivo di questo quesito è quello di proporre un argomento in continuità con scuola secondaria di primo grado adeguando la richiesta a una platea di studenti all'inizio della scuola secondaria di secondo grado. Tuttavia, i risultati non mostrano un consolidamento del concetto di rapidità di variazione della variabile dipendente rispetto alla variabile indipendente.

Nelle due domande successive il concetto di pendenza viene proposto attraverso la richiesta della lettura di un grafico spazio-tempo: in queste domande occorre passare dal registro grafico alla descrizione del fenomeno interpretando la pendenza dei segmenti come velocità.

La seguente domanda è stata somministrata nell'anno scolastico 2009/10 agli studenti di grado 8; il campione, da cui sono stati calcolate le statistiche, era composto da 25.626 studenti.

D15. **Manuela è uscita da casa per fare una passeggiata lungo un viale. Il grafico seguente rappresenta la posizione di Manuela in funzione del tempo.**



Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	Il grafico mostra che Manuela nel tratto 3 ha camminato più velocemente che nel tratto 1	☐	☐
b.	Il grafico mostra che Manuela nel tratto 5 è tornata indietro	☐	☐
c.	Il grafico mostra che Manuela nel tratto 1 e nel tratto 5 ha camminato alla stessa velocità	☐	☐
d.	In 70 minuti, comprese le soste, Manuela ha percorso 1400 metri	☐	☐

Fig. 3 – Domanda D15, grado 8, Test INVALSI, a.s. 2009/10

La tabella 3 mostra la percentuale di risposte corrette, errate e mancanti per ogni item.

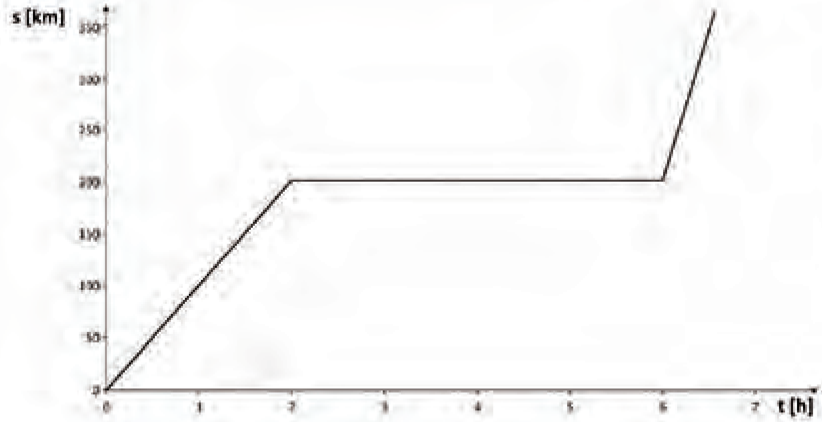
ISBN 9788835101581

Tab. 3 – Dati della domanda D15, grado 8, Test INVALSI a.s. 2009/10

	Corrette	*Errate*	*Mancanti o non valide*
A	79%	19,4%	1,6%
B	57,7%	39,8%	2,5%
C	74,7%	23,3%	2%
D	50,9%	45%	4,1%

La seguente domanda è stata somministrata nell'anno scolastico 2013/14 agli studenti di grado 10; il campione, da cui sono stati calcolate le statistiche, era composto da 36.932 studenti.

D28. Il seguente grafico rappresenta le posizioni assunte da un corpo in funzione del tempo. La posizione *s* è espressa in chilometri (km) e il tempo *t* in ore (h).



Quale fra le seguenti è una corretta descrizione del movimento del corpo?

A. ☐ Si muove con velocità costante per 2 ore, poi si ferma per 6 ore e infine riparte con una velocità maggiore di quella con cui si è mosso nelle prime 2 ore

B. ☐ Si muove con velocità costante per 2 ore, poi si ferma per 4 ore e infine riparte con una velocità minore di quella con cui si è mosso nelle prime 2 ore

C. ☐ Si muove con velocità costante per 2 ore, poi si ferma per 6 ore e infine riparte con una velocità minore di quella con cui si è mosso nelle prime 2 ore

D. ☐ Si muove con velocità costante per 2 ore, poi si ferma per 4 ore e infine riparte con una velocità maggiore di quella con cui si è mosso nelle prime 2 ore

Fig. 4 – Domanda D28, grado 10, Test INVALSI, a.s.2013/14

ISBN 9788835101581

La tabella 4 mostra la percentuale di risposte corrette, errate e mancanti e le percentuali di scelta di ogni opzione.

Tab. 4 – Dati relativi alla domanda D28, grado 10, Test INVALSI, a.s.2013/14

A	15,4%
B	9,6%
C	5,7%
D (corretta)	65,0%
Mancanti/non valide	4,3%

In questo caso, in un contesto di natura fisica supportato da un grafico spazio-tempo, la percentuale di risposte corrette degli studenti migliora sensibilmente rispetto a quella delle domande precedenti; una possibile interpretazione di questo fatto si può ricondurre a una maggiore padronanza degli studenti nel passaggio dal registro grafico a quello verbale piuttosto che da quello verbale a quello algebrico richiesto dalle domande precedentemente analizzate.

Nelle due domande successive, entrambe andate in campo nella classe seconda della scuola secondaria di secondo grado, la richiesta è quella di passare dal registro grafico a quello algebrico. Nei quesiti il contesto è puramente matematico.

La domanda seguente è stata somministrata nell'a.s.2014/15 agli studenti di grado 10; il campione, da cui sono calcolati i dati statistici, era composto da 27.207 studenti.

ISBN 9788835101581

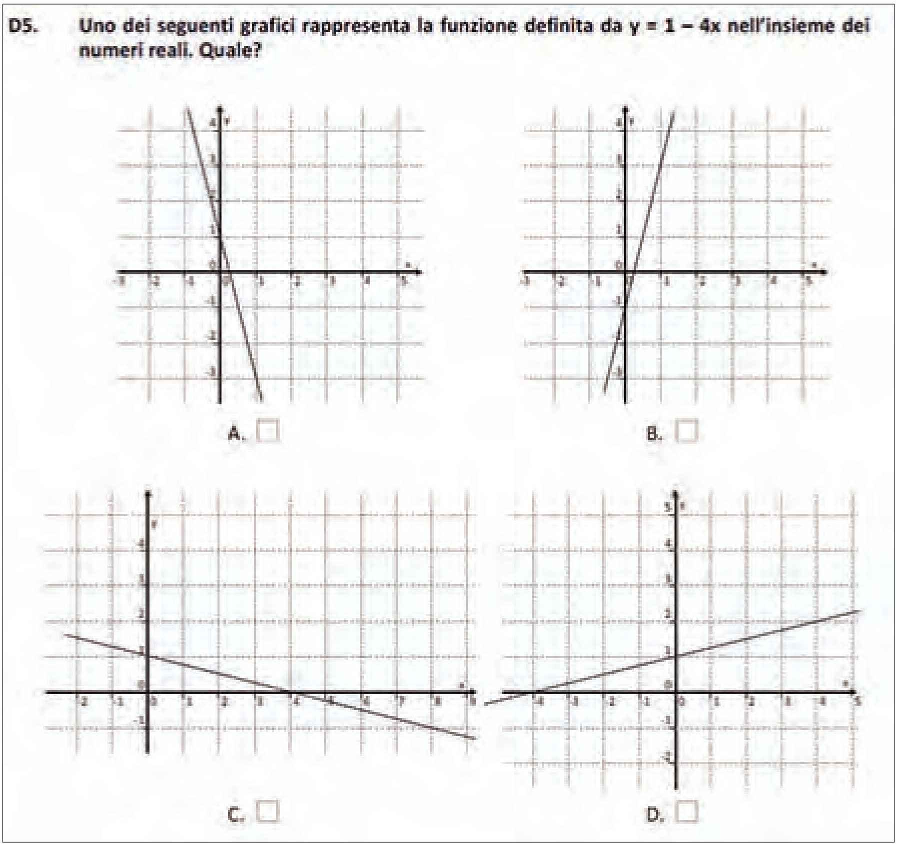


Fig. 5 – Domanda D5, grado 10, Test INVALSI, a.s. 2014/15

La tabella 5 mostra la percentuale di risposte corrette, errate e mancanti e le percentuali di scelta di ogni opzione.

Tab. 5 – Dati relativi alla domanda D5, grado 10, Test INVALSI a.s. 2014/15

A (corretta)	30,6%
B	9,0%
C	10,2%
D	47,7%
Mancanti/non valide	2,5%

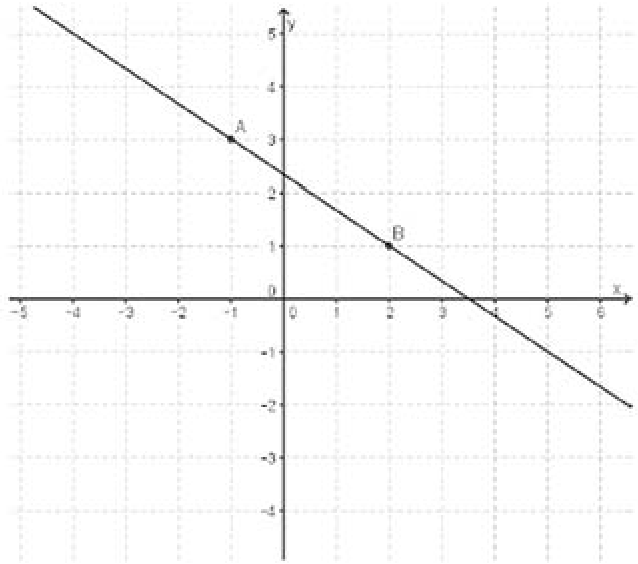
Per rispondere correttamente è necessario avere compreso il significato di intercetta e di pendenza. La percentuale di risposte corrette (opzione A) è del 30,6%. L'opzione D (scelta dal 47,7% dei rispondenti) rappresenta l'opzione

ISBN 9788835101581

di risposta in cui pendenza e intercetta coincidono rispettivamente con ascissa e ordinata dei punti di intersezione della retta con gli assi cartesiani, ma in cui la retta in questione ha pendenza positiva.

La seguente domanda è stata somministrata nell'anno scolastico 2016/17 agli studenti di grado 10; il campione, da cui sono stati calcolate le statistiche, era composto da 38.120 studenti.

D21. Considera la retta passante per i punti *A* (−1; 3) e *B* (2; 1).



La pendenza (o coefficiente angolare) della retta *AB* è

A. ☐ $\frac{3}{2}$

B. ☐ $\frac{2}{3}$

C. ☐ $-\frac{2}{3}$

D. ☐ $-\frac{3}{2}$

Fig. 6 – Domanda D21, grado 10, Test INVALSI, a.s. 2016/17

La tabella 6 mostra la percentuale di risposte corrette, errate e mancanti e le percentuali di scelta di ogni opzione.

ISBN 9788835101581

Tab. 6 – Dati relativi alla domanda D21, Grado 10, Test INVALSI a.s. 2016/17

A	23,7%
B	18,1%
C (corretta)	29,6%
D	24,1%
Mancanti/non valide	4,5%

La percentuale di risposte corrette (opzione C) è del 29,6% e i distrattori più scelti sono l'opzione A e l'opzione B. Anche in questo caso l'alta percentuale di scelte dell'opzione A potrebbe rivelare una mancata comprensione del significato del coefficiente angolare. È possibile che la prassi didattica più diffusa sia quella di non trattare l'argomento nel primo biennio demandandolo agli anni successivi.

Le ultime due domande che riguardano il concetto di derivata sono state somministrate rispettivamente in classi quinte della scuola secondaria di secondo grado e al primo anno di università.

La seguente domanda è stata somministrata nell'a.s. 2016/17 a un campione di 474 studenti degli istituti tecnici economici e tecnologici.

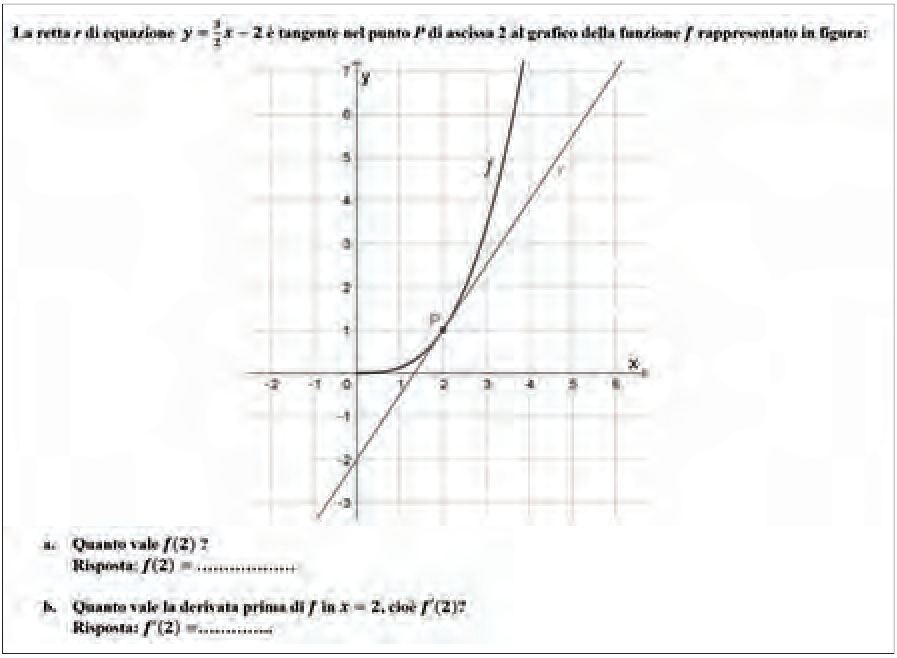


Fig. 7 – Domanda D1, pretest INVALSI, grado 13, a.s. 2016/17

ISBN 9788835101581

Tab. 7 – Dati relativi alla domanda D1, grado 13, pretest INVALSI a.s.2016/17

Item a		*Item b*	
Errate	31%	Errate	57%
Corrette	43%	Corrette	13%
Mancanti	26%	Mancanti	30%

Nell'item b, viene chiesto il valore della derivata prima in un punto di una funzione, data l'equazione della retta tangente alla funzione stessa. L'equazione della retta nel testo della domanda è in forma esplicita ed è quindi esplicitato il coefficiente angolare. Per rispondere correttamente è sufficiente individuare il coefficiente angolare della retta tangente senza effettuare alcuna manipolazione algebrica o grafica; le basse percentuali di risposte corrette indicano quindi la mancanza di padronanza del concetto di pendenza di una retta associata alla derivata di una funzione. L'alta percentuale di risposte mancanti conferma la non familiarità degli studenti che hanno effettuato il pretest con i contenuti in gioco.

La domanda seguente è stata somministrata nell'a.a. 2016/17 a un campione (da cui vengono calcolati i dati statistici) di circa 300 studenti. Questi studenti provengono da diverse facoltà universitarie: Ingegneria, Architettura, Scienze della formazione, Farmacia, Economia e statistica.

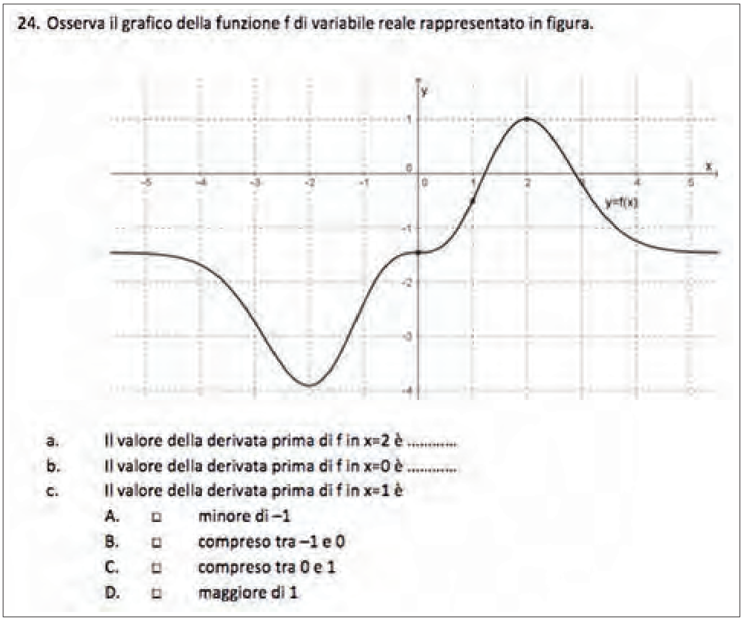


Fig. 8 – Domanda D24, pretest INVALSI, matricole universitarie, a.a. 2016/17

ISBN 9788835101581

La tabella 8 mostra la percentuale di risposte corrette, errate e mancanti e le percentuali di scelta di ogni opzione.

Tab. 8 – Dati relativi alla domanda D24 – item c, matricole universitarie a.s. 2016/17

A	1,59%
B	22,71%
C	12,75%
D	16,73%
Mancanti/non valide	46,22%

Tutti e tre gli item della domanda sono inerenti alla derivata prima e all'individuazione del suo valore estrapolandolo dal grafico. Per rispondere correttamente ai primi due item gli studenti devono individuare il valore della derivata in due punti stazionari mentre nel terzo item il punto in questione non è stazionario. Come nel quesito analizzato in precedenza (tab. 8) la percentuale di risposte corrette è molto bassa (la risposta corretta è l'opzione D ed è stata scelta dal 16,73% degli studenti). In questo caso la domanda è a scelta multipla e analizzando le altre opzioni e le relative percentuali di scelta si estrapolano informazioni interessanti. L'opzione più scelta è stata la B (22,71% degli studenti), opzione i cui valori rappresentano il range dell'ordinata della funzione con ascissa 1.

Anche in questa situazione, l'alta percentuale di risposte mancanti conferma ancora una volta che gli studenti hanno delle difficoltà con la comprensione del significato di derivata come pendenza della retta tangente. Un'analisi statistica più approfondita attraverso l'approccio metodologico IRT (Rasch, 1980) che pone l'abilità dello studente e la difficoltà della domanda sulla stessa scala mostra che anche gli studenti con abilità maggiori non rispondono correttamente.

La seguente domanda è stata somministrata nell'a.s. 2016/17 a un campione di 474 studenti degli istituti tecnici economici e tecnologici.

ISBN 9788835101581

La funzione $f(x) = \frac{5}{6}x^3$ è la derivata di una delle seguenti funzioni. Quale?

A. ☐ $g(x) = \frac{5}{24}x^4+2$

B. ☐ $g(x) = \frac{5}{6}x^4 + 1$

C. ☐ $g(x) = 4x^4$

D. ☐ $g(x) = \frac{5}{2}x^2$

Fig. 9 – Domanda D7, pretest INVALSI, a.s. 2016/17

Tab. 9 – Dati relativi alla domanda D7, grado 13, Pretest INVALSI a.s. 2016/17

A	43,55%
B	18,18%
C	6,98%
D	22,41%
Mancanti/non valide	8,88%

Rispetto alle domande precedenti la percentuale di risposte corrette è decisamente superiore, anche se la richiesta non è espressa in maniera standard. Per rispondere correttamente non è necessario avere acquisito il concetto di derivata in tutti i suoi significati ma occorre ricordare una regola di calcolo che coinvolge soltanto il registro algebrico.

4. Conclusioni

I risultati particolarmente negativi che emergono dalle domande sulle derivate (sia quelle analizzate in questo contributo ma anche quelle relative alle indagini internazionali come il TIMSS Advanced) ci hanno spinti a indagare su quei concetti fondanti che dovrebbero essere oggetto di studio nel percorso di istruzione obbligatoria. L'analisi in verticale effettuata su alcuni quesiti delle prove INVALSI ha fatto emergere nodi didattici collegati al concetto di pendenza di una funzione e, in particolare, a questioni relative alle sue diverse rappresentazioni. Come mostrano altri studi (i.e. Ferretti e Gambini, 2017) le analisi in verticale forniscono una ricchezza di informazioni per

ISBN 9788835101581

ricercatori e insegnanti e permettono un'analisi più approfondita dei processi di insegnamento e apprendimento; tutte queste informazioni, risultati, analisi e interpretazioni didattiche possono essere utilizzate per esempio anche nel campo della formazione degli insegnanti (Martignone, 2016).

Il concetto di pendenza legato alla derivata di una funzione è stato già oggetto di alcuni studi (Font *et al.*, 2007, Berry e Nyman, 2003); in particolare il ruolo delle rappresentazioni nell'apprendimento del concetto di derivata può essere esemplificato dal diagramma (Hähkiöniemi, 2006) rappresentato in figura 10.

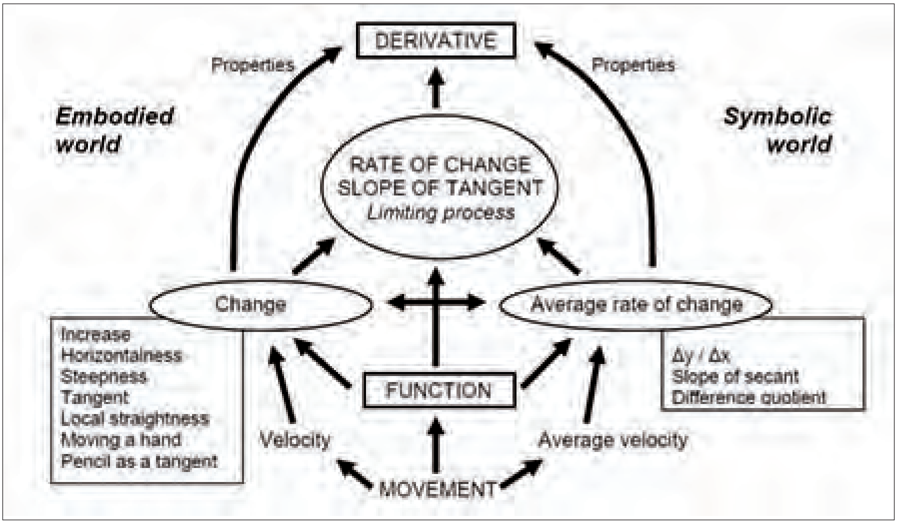


Fig. 10 – Embodied and Symbolic Word (The role of representations in learning the derivative, Hähkiöniemi)

Il diagramma prende spunto dalla teoria di Tall (2003) in cui vengono considerati "tre mondi matematici": il (conceptual) embodied world, il (perceptual) symbolic world e il formal (axiomatic) world (Gray e Tall, 2001). Questa teoria è particolarmente adatta sia a descrivere l'apprendimento longitudinale della Matematica prima nei mondi embodied e symbolic e poi nel formal world, sia a interpretare il "viaggio" che gli studenti fanno attraverso i differenti mondi per arrivare alla costruzione di un concetto.

Per quanto riguarda l'apprendimento della derivata si potrebbe partire dallo studio del moto, in particolare esaminando i concetti di velocità media e di velocità istantanea. In un primo approccio si può supporre che gli studenti siano in grado di considerare alcuni aspetti della velocità istantanea a livello qualitativo. Per esempio, la maggior parte degli studenti è in grado

ISBN 9788835101581

di percepire quando la velocità di un oggetto in movimento è alta o bassa (Hähkiöniemi, 2006). All'inizio quindi si potrebbe lavorare nel mondo della percezione per imparare a definire qualitativamente il tasso di variazione di una funzione dal grafico della funzione stessa. Le funzioni spazio-tempo potrebbero poi aiutare gli studenti ad attivare le loro esperienze passate. Le domande analizzate in questo articolo sulla velocità sembrerebbero in effetti mostrare che questo concetto fa parte del bagaglio di esperienze che lo studente sa gestire, almeno in un contesto grafico, attraverso la lettura di un diagramma posizione-tempo.

Analizzando infatti le domande sulla velocità sembra che per poter rispondere correttamente al quesito somministrato agli studenti di grado 8 sia necessario lavorare sul concetto di velocità come rapporto tra una variazione di posizione e variazione di tempo (symbolic world) mentre nel quesito somministrato agli studenti di grado 10 sembra sia prevalente il fatto percettivo che un tratto di grafico è decisamente più "pendente" dell'altro (embodied world). È peraltro possibile che i due registri lavorino insieme e quindi rendano il concetto di velocità abbastanza stabile nel corso del tempo.

Se si analizzano i dati relativi alle domande sulle molle otteniamo informazioni aggiuntive. Per rispondere correttamente uno studente della scuola secondaria di primo grado ha come unica possibilità quella di ragionare in maniera quantitativa: una volta compreso quale sia la molla più corta per stabilire quale K competa a quella che è anche più rigida, deve comprendere che se si moltiplicano due quantità, K e P, a parità di P, è minore (vedi minore allungamento) il prodotto con K minore. Lo studente in questione quindi può lavorare sul quesito dando significato a grandezze che variano, ragionando su di un piano strettamente numerico-quantitativo. Lo studente della scuola secondaria di secondo grado (grado 10) sembra invece avere perso questo modo di ragionare, non riuscendo più a interpretare il modello algebrico propostogli. Alla fine della secondaria di secondo grado dovrebbe però essere in grado di graficare una relazione del tipo $l = l_0 + k \cdot P$ attribuendo ai coefficienti in gioco un preciso significato.

Se così fosse non dovrebbe essere difficile stabilire che la retta con pendenza minore è quella che si allunga meno ma evidentemente la prassi scolastica non è ancora quella di lavorare in questa direzione. Questa ipotesi sembra essere ulteriormente confermata dalle due domande somministrate al grado 10 sul riconoscimento del grafico associato a un'equazione del tipo $y = ax + b$ e sul calcolo del coefficiente angolare della retta per due punti; esercizi, peraltro estremamente standard, che richiamano conoscenze interamente interne alla Matematica. Ecco quindi che l'embodied world non viene, via via che lo studente cresce, supportato da un'adeguata e tempestiva riflessione

ISBN 9788835101581

sul symbolic world: le strade si dividono e quello che accade è di assistere a una perdita di competenze se non addirittura a uno "scollamento" tra i vari aspetti (significati) dello stesso oggetto matematico.

Se infine si considerano i tre quesiti sulla derivata, alla luce di quanto emerso dall'analisi delle domande precedenti, i risultati non dovrebbero più stupire. Le percentuali di risposta molto basse sul significato di derivata come pendenza della retta tangente a fronte di una percentuale molto più alta di risposte esatte nella domanda in cui si chiede un calcolo simbolico, confermerebbe un profondo scollamento tra aspetto simbolico e significato che impedisce a una larga maggioranza di studenti di appropriarsi in maniera consapevole dei vari aspetti del concetto di pendenza.

Riferimenti bibliografici

Ärlebäck J.B. (2013), "A Modeling Perspective on Interpreting Rates of Change in Context", *Mathematical Thinking and Learning*, 15, 4, pp. 314-336.

Asiala M., Cottrill J., Dubinsky E., Schwingendorf K.E. (1997), "The development of students' graphical understanding of the derivative", *The Journal of Mathematical Behavior*, 16, 4, pp. 399-431.

Berry J.S., Nyman M.A. (2003), "Promoting students' graphical understanding of the calculus", *The Journal of Mathematical Behavior*, 22, 4, pp. 479-495.

Bolondi G., Ferretti F., Gambini A. (2017), *Il database GESTINV delle prove standardizzate INVALSI: uno strumento per la ricerca. Alcuni esempi di utilizzo nell'ambito della matematica*, FrancoAngeli, Milano.

Dubinsky E., Harel G. (1992), "The nature of the process conception of function", in E. Dubinsky, G. Harel (*eds.*), *The concept of function: Aspects of Epistomology and Pedagogy*, Mathematical Association of America, Washington (DC), vol. 25, pp. 85-106.

Duval R. (2006), "A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics", *Educational Studies in Mathematics*, 61, pp. 103-131.

Ferretti F., Gambini A. (2017), "A vertical analysis of difficulties in mathematics by secondary school to university level; some evidences stems from standardized assessment", in *Proceedings of the 9th Congress of European Research in Mathematics Education*, ERME, Dublin.

Ferretti F., Lemmo A., Maffia A. (2015), "Half of something': how students talk about rationals", in A. Lindmeier, A. Heinze (*eds.*), *Proceedings of PME 29*, Hobart, Australia.

Font V., Godino J.D., D'Amore B. (2007), "An ontosemiotic approach to representations in mathematics education", *For the Learning of Mathematics*, 27, 2, pp. 2-7, 14.

ISBN 9788835101581

Garuti R., Lasorsa C., Pozio S. (2017), “The Italian national education assessment system: building mathematics items”, in *Proceedings of the 9th Congress of European Research in Mathematics Education*, ERME, Dublin.

Giberti C., Zivelonghi A., Bolondi G. (2016), “Gender differences and didactic contract: analisys of two INVALSI tasks on powers properties”, in C. Csíkos, A. Rausch, Szitányi J. (*eds.*), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, PME, Szeged (Hungary), 2, pp. 275-282.

Gray E., Tall D. (2001), “Relationships between embodied objects and symbolic procepts: An explanatory theory of success and failure in mathematics”, *PME Conference*, 3, pp. 3-65.

Hähkiöniemi M. (2006), *The role of representations in learning the derivative*, University of Jyväskylä.

Herbert S., Pierce R. (2011), “Revealing educationally critical aspects of rate”, *Educational Studies in Mathematics*, 81, 1, pp. 85-101.

Martignone F. (2016), “Un’attività di formazione per insegnanti di scuola secondaria di primo grado: analisi di prove INVALSI di matematica”, *Form@re-Open Journal per la Formazione in Rete*, 16, 1, pp. 70-86.

Rasch G. (1980), *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests* (Reprint), The University of Chicago Press, Chicago.

Tall D. (2003), “Using technology to support an embodied approach to learning concepts in mathematics”, *Historia e tecnologia no Ensino da Matemática*, 1, pp. 1-28.

Ubuz B. (2007), “Interpreting a graph and constructing its derivative graph: stability and change in students’ conceptions”, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38, 5, pp. 609-637.

ISBN 9788835101581

8. Dividere non è sempre ciò che sembra

di Francesca Ferrara, Ketty Savioli

L'esplorazione di aspetti relazionali e concettuali che danno senso e significato alle operazioni numeriche va oltre alla staticità di algoritmi e procedure ed è fondamentale in Matematica, soprattutto nell'apprendimento del calcolo, sin dai primi anni della scuola primaria. Dalla ricerca didattica è evidente che un apprendimento poco flessibile delle operazioni e delle loro proprietà è legato a ostacoli epistemologici e cognitivi. In questo lavoro, tale discorso ci interessa in relazione soprattutto alla complessità dei processi di inversione e all'estensione del significato delle operazioni a domini numerici diversi da quello dei naturali. Prenderemo in esame dati provenienti dalle prove di Matematica SNV riguardanti quesiti sulle operazioni e sulla loro estensione ai razionali, i quali mostrano delle percentuali di risposte corrette molto basse. In particolare, focalizzeremo l'attenzione sull'item D9 della prova del 2017 per la classe quinta, incentrato sulla divisione per un numero minore di 1. Infine, prenderemo in considerazione le strategie utilizzate nella risoluzione di tale quesito da alunni di classe quinta che hanno partecipato a una sperimentazione del percorso didattico "Bersaglio" (tratto dai materiali INDIRE previsti per il piano m@t.abel dedicato alla scuola primaria). Il percorso infatti mira proprio a costruire competenze sugli aspetti concettuali e relazionali delle operazioni e delle loro proprietà, esplorati in un contesto di gioco e di problem solving attraverso attività laboratoriali in classe. L'analisi dei dati a nostra disposizione e delle strategie risolutive ci ha fornito prime intuizioni su una correlazione positiva tra la partecipazione nella sperimentazione e la costruzione di competenze concettuali e relazionali sulla divisione e sulle sue proprietà.

ISBN 9788835101581

1. Introduzione

L'apprendimento del calcolo, sin dai primi anni della scuola primaria, non passa solamente attraverso l'applicazione rigida e statica di algoritmi e procedure ma si costruisce esplorando gli aspetti concettuali e, soprattutto, relazionali che contribuiscono al "senso" e al significato delle operazioni.

La ricerca didattica ha messo in luce ostacoli sia di tipo epistemologico sia di tipo cognitivo legati a un apprendimento poco flessibile delle operazioni e delle loro proprietà, in particolare, per quanto riguarda la complessità dei processi di inversione e l'estensione del significato delle operazioni a domini numerici oltre quello dei numeri naturali.

Greer (2012) nello specifico prende in considerazione l'importanza centrale dell'inversione nell'aritmetica con i numeri naturali e con le quattro operazioni e la struttura dei sistemi aritmetici, in particolare in relazione alle operazioni inverse. Greer sottolinea che vi è una netta distinzione tra l'essere fluenti nei calcoli e l'avere una comprensione concettuale delle operazioni e mette in luce che quest'ultima si lega anche a un senso della struttura posseduta dai sistemi numerici. Con riferimento alle relazioni inverse tra le operazioni aritmetiche, la struttura può essere esplorata ed esplosa in molti modi, tra cui l'utilizzo delle operazioni inverse per testare calcoli e la derivazione di procedure di calcolo alternative, come per esempio la sottrazione pensata come addizione complementare.

L'inversione ha a che fare strettamente con la proprietà di chiusura di un'operazione, o meglio con la mancanza di tale proprietà, e con lo sviluppo dei sistemi numerici. Così, nei numeri naturali l'addizione è chiusa, nel senso che la somma di due qualsiasi numeri naturali è ancora un numero naturale, ma non lo è la sottrazione, la sua operazione inversa. Questa mancanza di chiusura della sottrazione crea una sorta di disequilibrio, che viene risolto solo con l'aggiunta dei numeri negativi. La moltiplicazione, incontrata dapprima come addizione ripetuta, è ancora chiusa nei numeri naturali, ma la sua inversa, la divisione, non lo è. Questa mancanza è nuovamente superata con l'introduzione dei numeri razionali che formano un insieme numerico chiuso rispetto a tutte e quattro le operazioni (fatta eccezione per la divisione per 0).

Il discorso potrebbe essere ampliato ulteriormente, ma per il nostro scopo in questo lavoro, quanto detto mostra chiaramente come l'inversione sia incorporata in sistemi di numeri che risultano inclusivi in modo crescente e nelle loro strutture algebriche. Per tale ragione, sostiene Greer, l'inversione è un elemento chiave nell'articolazione tra aritmetica e algebra. In aggiunta, l'inversione può essere legata alla struttura semantica di un problema e alla modellizzazione di una situazione, non semplicemente a meri calcoli, con la

ISBN 9788835101581

moltiplicazione e la divisione che forniscono modelli più complessi rispetto ad addizione e sottrazione.

Nell'insegnamento e apprendimento della Matematica, secondo Selter *et al.* (2012), è anche richiesta una prospettiva longitudinale, che rifletta per esempio sull'estensione del significato della moltiplicazione e della divisione oltre il dominio dei numeri naturali. La varietà di situazioni modellizzabili mediante moltiplicazione e divisione è dunque maggiore per due ragioni principali: da un lato, la complessità delle relazioni e, dall'altro, l'interazione con i tipi di numeri coinvolti (anche quando la discussione sia ristretta a numeri positivi). È una complessità che si applica anche all'inversione e già Freudenthal (1983) sosteneva che la relazione della divisione con la moltiplicazione è molto più complessa di quella della sottrazione con l'addizione.

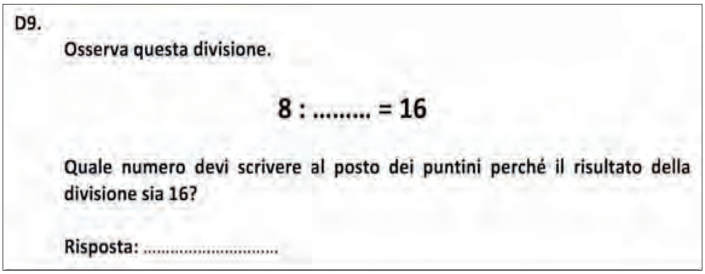
Si tratta di una prospettiva strettamente legata agli aspetti relazionali che concorrono allo sviluppo di senso del numero ed è dunque importante per i processi di insegnamento e apprendimento, per esempio per evitare misconcetti legati alla concezione che moltiplicare significhi sempre *aumentare* e dividere sempre *diminuire* (tipici ostacoli epistemologici); tali attenzioni sono fondamentali sin dai primi anni di scolarizzazione (Greer, 2009; Maher, Powell e Uptegrove, 2010). Come sostengono Nunes *et al.* (2012), può non essere una buona pratica educativa insegnare ad allievi della scuola primaria come fare calcoli e lasciare ai loro mezzi lo sviluppo di capacità relazionali di calcolo.

In questo lavoro, vogliamo proprio focalizzare l'attenzione su dati provenienti dalle Prove di Matematica SNV, relativi a quesiti che coinvolgono le operazioni e la loro estensione ai razionali. Questi dati rilevano una bassa percentuale di risposte corrette e portano alla luce alcuni degli aspetti di complessità discussi. Vedremo quindi il caso di una sperimentazione didattica per lo sviluppo e l'osservazione di competenze numeriche e le strategie messe in campo dai bambini per la risoluzione di un particolare quesito.

2. "Dividere non è sempre ciò che sembra"

Prendiamo dunque innanzitutto in esame nello specifico la domanda D9 della prova SNV del 2017 per la classe quinta primaria, incentrata sulla divisione per un numero minore di uno (fig. 1). Gli allievi devono individuare il numero 0,5 che soddisfa la condizione per la quale dividendo 8 per 0,5 si ottiene come risultato 16. Si tratta di un quesito che lavora proprio sul nodo concettuale introdotto sopra: il risultato della divisione è maggiore del numero di partenza, non minore.

ISBN 9788835101581


D9.

Osserva questa divisione.

8 : .... = 16

Quale numero devi scrivere al posto dei puntini perché il risultato della divisione sia 16?

Risposta: ....

Fig. 1 – Domanda D9 della prova di Matematica SNV del 2017 per la quinta primaria

Il risultato del campione nazionale rileva che la percentuale di risposte corrette si attesta al 26,7%, le risposte errate sono il 58,5% e le risposte mancanti il 14,8%. Forniamo di seguito le informazioni statistiche dettagliate rilasciate da INVALSI per l'item (tab. 1 e fig. 2).

*Tab. 1 – Indici statistici derivati dall'analisi dell'*Item Response Theory *(IRT)*

Cases for this item: 25.482	Item-Rest Cor. 0.39
Item Threshold(s): 1.22	Item-Total Cor. 0.44
Weighted MNSQ: 0.96	Item Delta(s): 1.22

Label	*Score*	*Count*	*% of tot*	*Pt Bis*	*t*	*sig. p*	*PV1Avg:1*	*PV1 SD:1*
0	0	14.918	58,54	-0,28	-46,8	0,000	**-0,260**	0,930
1	1	6.791	26,65	**0,39**	67,76	0,000	0,700	0,920
7	0	176	0,69	-0,02	-2,56	0,010	-0,220	0,940
9	0	3.597	14,12	-0,09	-15,12	0,000	**-0,260**	0,930

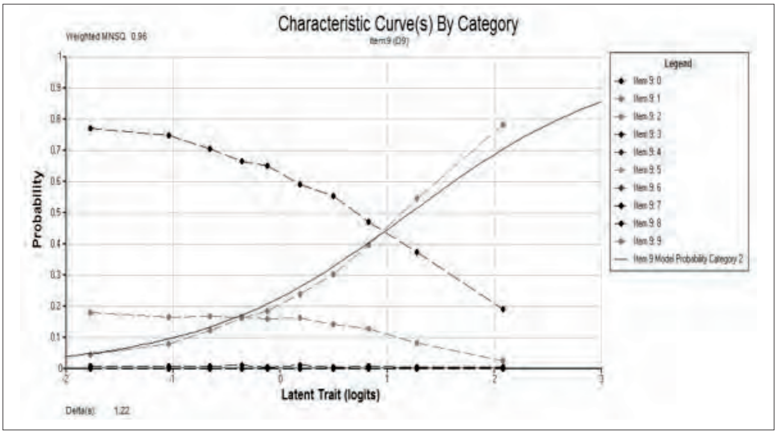


*Fig. 2 – Curve caratteristiche dell'analisi dell'*Item Response Theory *(IRT)*

ISBN 9788835101581

Seppure la nostra chiave di lettura sia più orientata agli aspetti didattici, i parametri statistici ci permettono di fare le seguenti osservazioni (cfr. i valori in grassetto nella tab. 1):

– la difficoltà dell'item, espressa mediante il parametro *Item Threshold(s)* che vale 1,22, delinea un item difficile, ma non il più difficile della prova di Matematica per la classe quinta nella somministrazione 2017. Infatti, nel Rapporto tecnico (INVALSI, 2017b) si legge: "La difficoltà degli item, che nel modello di Rasch corrisponde al punto del continuum della scala di abilità in cui la probabilità di rispondere correttamente a un item è pari al 50%, varia da un minimo di -2,08 [item più facile] a un massimo di 1,48 [item più difficile], con una difficoltà media pari a -0,25 (dunque leggermente al di sotto dell'abilità media degli studenti del campione, fissata convenzionalmente a 0 in fase di calibrazione)";
– il dato denominato *Weighted MNSQ,* cioè l'indice di adattamento che esprime quanto i dati rilevati su un singolo item siano aderenti al modello complessivo determinato attraverso i dati dell'intero test (valore prossimo a 1), vale 0,96 e ci conferma che l'item è adeguato e coerente;
– la correlazione del punto biseriale (*Pt Bis*) indica quanto l'item riesca a discriminare rispondenti con alte abilità rispetto a quelli con basse abilità; rappresenta la correlazione tra la probabilità di scegliere una data opzione e l'abilità complessiva del rispondente. In questo caso, risulta essere 0,39 per la risposta corretta (maggiore di 0,35, parametro di riferimento) e negativa per le altre opzioni;
– un'indicazione interessante deriva dai valori denominati *PV1 Avg* che rappresentano l'abilità media (nella stessa scala, cioè rapportati a 1) dei rispondenti sia per la risposta corretta (label 1) sia per gli errori (label 0) o le omissioni varie (label 7 e 9). Possiamo osservare che l'abilità media degli studenti che rispondono correttamente è *abbastanza* alta (e questo non ci sorprende), ma in entrambi gli altri casi (di errore e risposta mancante), l'abilità media degli studenti è la stessa (-0,260): per la statistica, chi non risponde non è in media meno abile di chi tenta una risposta errando. Ciò significa che l'item funziona davvero molto bene e il dato potrebbe dare indicazioni preziose per interpretare le strategie degli allievi legate ai tentativi o alle "rese".

Dunque la statistica ci fornisce indicazioni relative alla "robustezza" della domanda e alla sua compatibilità rispetto alle esigenze misuratorie del test (INVALSI, 2017c). Il caso dell'item D9 è il caso di un item fortemente robusto.

Spostiamo ora l'attenzione sulle caratteristiche didattiche e sui contenuti matematici messi in gioco da questa domanda.

ISBN 9788835101581

Una conoscenza necessaria per risolvere il quesito è legata al fatto che, essendo 8 e 16 numeri interi positivi, se il quoziente di questa divisione è maggiore del dividendo, il divisore sarà necessariamente un numero maggiore di 0 e minore di 1.

L'individuazione del rapporto tra 16 e 8 potrebbe indurre a scegliere come divisore 2 invece di 0,5 o ½, oppure potrebbe indurre gli studenti, consapevoli che il divisore deve essere compreso tra zero e uno, a scrivere 0,2 anziché 0,5. In altri casi, può accadere che alcuni studenti utilizzino 128 calcolando quindi il prodotto tra 16 e 8.

La richiesta prevede appunto una "rottura" rispetto al consueto trattamento delle divisioni con i numeri naturali e implica una comprensione del fatto che, nell'insieme dei razionali, moltiplicare non significa sempre *aumentare* e dividere *diminuire*, come già abbiamo messo in luce nell'introduzione.

Dal punto di vista della ricerca didattica e dello studio dei processi cognitivi che possono accompagnare la risoluzione del quesito, risulta dunque interessante un'analisi delle eventuali strategie di calcolo messe in campo, indipendentemente dalla correttezza della risposta. A tale scopo, in questo articolo mostriamo esempi di come il quesito sia stato affrontato da allievi che hanno preso parte a una sperimentazione didattica, la quale aveva tra i suoi obiettivi lo sviluppo di competenze numeriche, anche sulla moltiplicazione e divisione con i razionali.

3. Studio di caso: dalla didattica alla valutazione

Il nostro studio coinvolge alunni di classe quinta primaria che hanno partecipato a una sperimentazione del percorso didattico "Bersaglio"[1], tratto dai materiali INDIRE previsti per il piano nazionale m@t.abel dedicato alla scuola primaria. La sperimentazione è avvenuta nell'ambito delle attività di formazione e ricerca-azione della rete di scuole del progetto AVIMES Piemonte, che nell'anno 2016/2017 hanno riguardato la *Didattica laboratoriale in Matematica per sviluppare competenze*[2], e ha coinvolto più di 3.000

[1] Il percorso completo è reperibile al seguente indirizzo: http://www.scuolavalore.indire.it/nuove_risorse/il-bersaglio/, data di consultazione 14/11/2019. Il percorso si riferisce al nucleo tematico *Matematica e Lingua* e gli autori sono F. Arzarello, P. Casella, F. Pretelli, K. Savioli.

[2] Il percorso di formazione *Didattica laboratoriale per sviluppare competenze* (di cui le autrici sono responsabili scientifici) ha coinvolto più di 120 insegnanti appartenenti alla Rete Avimes e 3.361 alunni che hanno sperimentato percorsi didattici in "verticale" (tra cui "Bersaglio") volti a costruire competenze chiave, dall'infanzia (tre anni) alla terza classe della scuola secondaria di primo grado (fine del primo ciclo).

ISBN 9788835101581

alunni e, in particolare, 1260 alunni che hanno lavorato su “Bersaglio”, dalla terza primaria alla prima secondaria di I grado.

L’attività proposta da “Bersaglio” mira proprio a costruire competenze sugli aspetti concettuali e relazionali delle operazioni e delle loro proprietà, esplorati in un contesto di gioco e di problem solving attraverso attività laboratoriali in classe. La struttura additiva e moltiplicativa dei numeri naturali e decimali è esplorata e costruita dagli allievi in un contesto ludico, introducendo via via numeri con ruoli “delicati” quali lo zero, l’uno, i decimali minori di uno: in un insieme numerico di partenza si affrontano gli ostacoli epistemologici tipici di tali numeri (come appunto il fatto che moltiplicare tra di loro due numeri non sempre dà un risultato maggiore di entrambi i fattori ecc.). Inoltre, il contesto è corredato da richieste argomentative in cui vengono a intersecarsi i diversi registri del linguaggio naturale e di quelli grafico e simbolico. Possiamo dunque ipotizzare una correlazione positiva tra la partecipazione nella sperimentazione e la costruzione di competenze concettuali e relazionali sulle operazioni, in particolare per il nostro discorso sulla divisione e sulle sue proprietà.

Il lavoro di “Bersaglio” è articolato in sei attività di complessità crescente. Prendiamo qui in considerazione l’attività 4 (intitolata “Non è ciò che sembra”) che implica l’utilizzo di 0,5.

Attività 4 – Non è ciò che sembra

Scopo e regole del gioco

– Lo scopo del gioco è di ottenere il risultato maggiore, usando le operazioni.
– I numeri possono essere usati una sola volta nell’ordine che si ritiene più opportuno.
– Le 4 operazioni possono essere usate una o più volte.

In questo caso la strategia vincente prevede di: prima sommare 1 e 2 e sommare o sottrarre 0 ($1+2 \pm 0$), poi moltiplicare per 3, 5 e 10 ($(1+2 \pm 0) \times 3 \times 5 \times 10$) e infine dividere il risultato ottenuto per 0,5. Il risultato finale è 900.

Vediamo che cosa hanno fatto e scritto, nella loro spiegazione, diversi gruppi di bambini che hanno trovato 900 come risultato (attribuiamo un numero a ciascuno dei gruppi, le trascrizioni sono fedeli all’originale).

ISBN 9788835101581

– *Gruppo 1*:
“[la prima parte del protocollo è dedicata ai calcoli e tentativi]
Insieme abbiamo fatto varie espressioni, tutte con la stessa tecnica.
Il primo procedimento, cioè [(1+2+0) × 3 × 5 × 10] è sempre stato giusto; il difficile è arrivato dopo per capire che cosa dovevamo fare con lo 0,5. Lo 0,5 abbiamo provato ad aggiungerlo, sottrarlo, moltiplicando e infine dividendolo. Con la moltiplicazione veniva troppo piccolo, anche sottrazione e addizione e la divisione era quella giusta perché quando ci sono i numeri decimali ce li fa aumentare”.
– Il *gruppo 2* parla esplicitamente di strategia: “La strategia che abbiamo utilizzato è:
Abbiamo capito che moltiplicando 450×0,5 veniva un numero sotto 450 perché 0,5 è la metà di 1, l’operazione contraria della moltiplicazione è la divisione. In questo caso la divisione ci ha fatto ottenere un numero maggiore”.
– Il *gruppo 3* esplicita i calcoli (fig. 3) e poi giustifica la risposta: “Dividere per 0,5 è uguale a moltiplicare per 2 perché 0,5 è contenuto nel dividendo il doppio di quest’ultimo. Esempio 2÷0,5=4 100÷0,5=200 450÷0,5=900”.

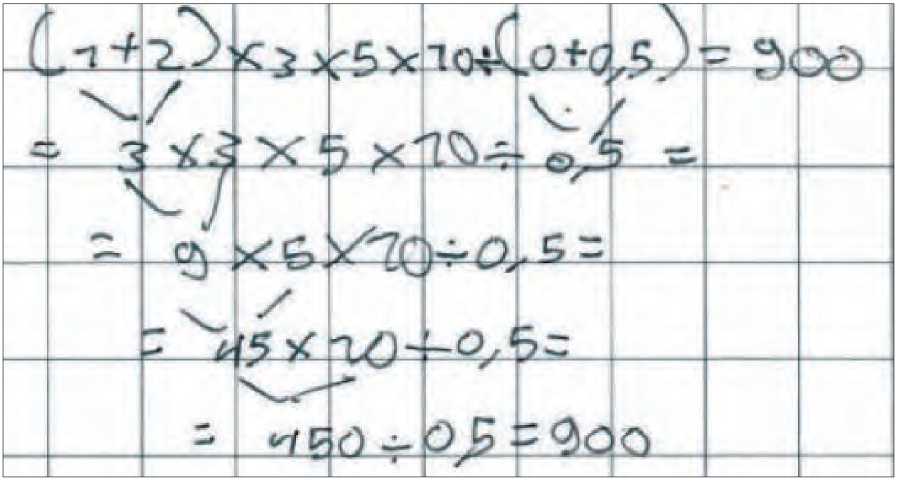


Fig. 3 – Passaggi svolti dal gruppo 3

Analizzando le spiegazioni fornite per iscritto dai tre gruppi, possiamo notare che ognuno dei tre mette in luce la caratteristica peculiare del dividere per 0,5 cioè quella di *far aumentare*. Tuttavia, il *gruppo 1* sembra aver proceduto prima per tentativi (“abbiamo provato”) e, solo dopo, aver collegato tali tentativi con il fatto di dividere per un numero decimale (“quando ci

ISBN 9788835101581

sono i numeri decimali ce li fa aumentare”). Il *gruppo 2* e il *gruppo 3* invece esplicitano una strategia di ragionamento sulle operazioni con lo 0,5, che essenzialmente si basa sul fatto che 0,5 equivalga alla metà di 1. Mentre per il *gruppo 2* il controllo avviene sul risultato della moltiplicazione per 0,5 che fa scegliere la divisione in quanto “operazione contraria della moltiplicazione”, per il *gruppo 3* ciò che discrimina è il fatto che “0,5 è contenuto nel dividendo il doppio di quest’ultimo” e, dunque, dividere per 0,5 è lo stesso di moltiplicare per 2, come mostrato anche dagli esempi scelti, di cui l’ultimo fornisce la risposta.

Per ragioni di spazio, non prendiamo in esame le successive attività di “Bersaglio”, che comunque chiamano in causa ulteriori numeri decimali che aumentano la complessità del compito.

Poco tempo dopo la fine della sperimentazione, gli allievi della stessa classe hanno affrontato la Prova di Matematica SNV 2017. Riportiamo di seguito alcuni dei protocolli relativi al quesito D9 che, come abbiamo visto, chiamava in causa di nuovo la divisione per 0,5. Non ci limitiamo a mostrare protocolli di risposte corrette, ma vogliamo dare anche esempi legati a risposte errate o mancate, che riteniamo comunque interessanti per il tentativo di risposta prodotto o per il riconoscimento di una relazione tra i numeri di partenza. La fig. 4 e la fig. 5 mostrano due diversi tipi di strategie di calcolo adottate. Nel primo caso, vediamo come il bambino faccia diverse prove sebbene sempre utilizzando l’operazione di divisione, dimostrando di averne compreso il significato: 800÷16, 80÷5, 8÷5 (fig. 4a). Nel secondo caso, la risposta sembra essere più diretta ma basarsi esclusivamente sul fatto che la divisione è inversa della moltiplicazione: 16×0,22, 16×0,5 (fig. 4b). In entrambi i casi, possiamo poi sottolineare un’indecisione nei confronti dell’uso del numero 2. Questo processo non stupisce affatto, perché in qualche modo è veicolato dal riconoscimento della relazione tra i due numeri 8 e 16 che sono dati (16 ÷ 8 = 2 oppure 8 × 2 = 16).

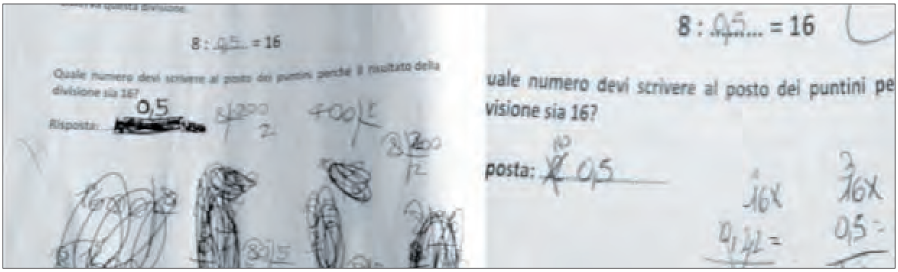


Fig. 4 – Risposta corretta che utilizza: (a) la divisione; (b) la moltiplicazione

ISBN 9788835101581

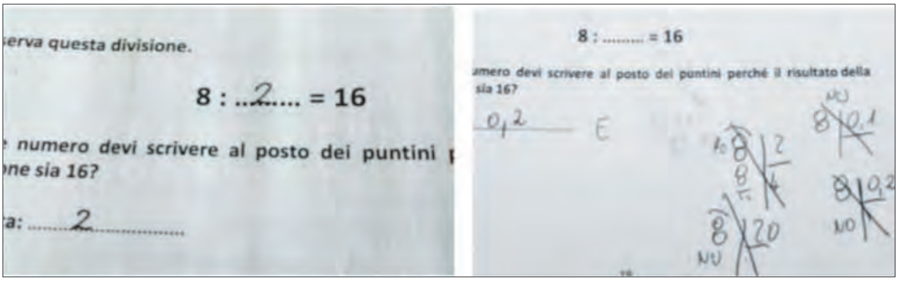


Fig. 5 – Risposta errata: (a) in cui 2 è inserito come divisore; (b) in cui è usato 0,2

Proprio in relazione a questo riconoscimento si ritrovano risposte errate come quelle mostrate nella fig. 5a e nella fig. 5b. Se la prima risposta non riflette in alcun modo sugli aspetti relazionali della divisione quando il dividendo è minore del risultato, la seconda riconosce che tra 8 e 16 c'entra in qualche modo il 2, ma poi confonde la metà con 0,2 (questo può essere visto come un "errore intelligente").

Vediamo quindi due esempi di strategie di risposta in cui, a partire dalla moltiplicazione di 16 e 8 (che dà 128), troviamo chi inserisce 128 come divisore, mostrando una confusione tra moltiplicazione e divisione, e chi, invece, cambia le carte in tavola lasciando vuoti i puntini e completando il quesito con l'aggiunta di "128÷" davanti all'8 fornito nel testo, in modo da rendere vera l'operazione 128 ÷ 8 = 16 (fig. 6).

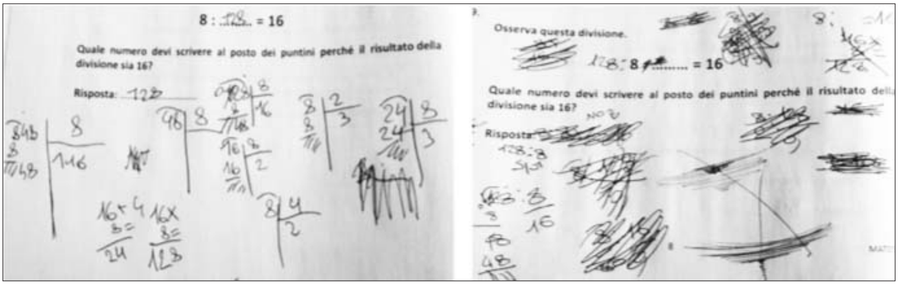


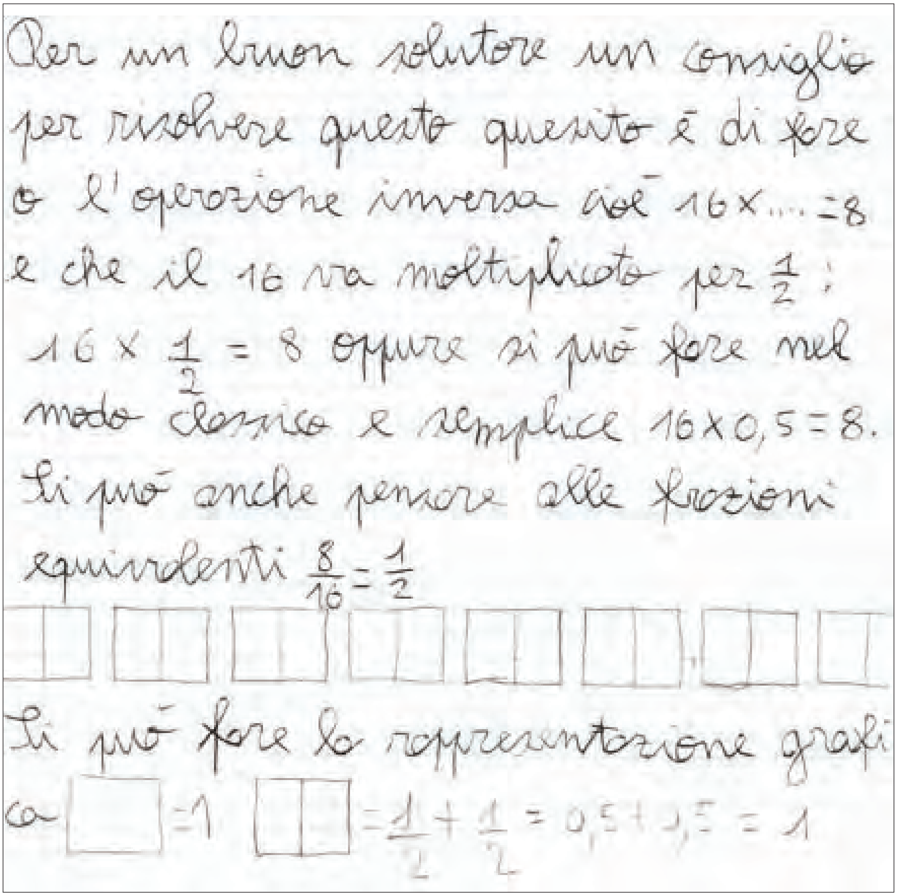
Fig. 6 – Risposte che presentano manipolazioni con il 128

Possiamo ancora fare riferimento alle risposte mancate vista la percentuale del 14% con cui queste si sono presentate nelle statistiche sull'item (percentuale piuttosto alta, raffrontandola con quella di risposte corrette). Una su tutte ci ha particolarmente colpito tra le risposte date dai nostri giovani sperimentatori: "non è divisibile", perché cattura proprio il misconcetto che il risultato di una divisione non possa mai essere maggiore del dividendo.

ISBN 9788835101581

Quanto abbiamo presentato fin qui (di)mostra quanto la valutazione possa essere preziosa come strumento e, di conseguenza, momento per scoprire e superare misconcetti e difficoltà, mettendo a confronto e in comunicazione le più disparate strategie di soluzione messe in atto dagli studenti.

Chiudiamo le nostre riflessioni didattiche prendendo in prestito il protocollo di un bambino di classe quinta primaria, che, oltre ad aver risposto in modo corretto al quesito della prova, in un lavoro successivo durante un laboratorio di Matematica, fornisce un'argomentazione in cui dispensa consigli per quello che indica come "un buon solutore" (fig. 7).



Per un buon solutore un consiglio per risolvere questo quesito è di fare o l'operazione inversa cioè $16 \times \ldots = 8$ e che il 16 va moltiplicato per $\frac{1}{2}$; $16 \times \frac{1}{2} = 8$ oppure si può fare nel modo classico e semplice $16 \times 0{,}5 = 8$. Si può anche pensare alle frazioni equivalenti $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

Si può fare la rappresentazione grafica $\boxed{} = 1$ $\boxed{|} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0{,}5 + 0{,}5 = 1$

Fig. 7 – Il protocollo originale con i consigli per il buon solutore

Il protocollo recita così: "Per un buon solutore un consiglio per risolvere questo quesito è di fare o l'operazione inversa cioè 16 × … = 8 e che il 16 va

ISBN 9788835101581

moltiplicato per ½: 16 × ½ = 8 oppure si può fare nel modo classico e semplice 16 × 0,5 = 8. Si può anche pensare alle frazioni equivalenti 8/16 = ½. Si può fare la rappresentazione grafica" e fornisce una rappresentazione che utilizza il fatto che ½ + ½ = 0,5 + 0,5 = 1 (fig. 7).

Il nostro buon solutore è colui che ha compreso gli aspetti relazionali che legano la moltiplicazione e la divisione anche oltre l'insieme dei naturali, che sa anche sfruttare la conoscenza delle frazioni associate a numeri decimali, sa muoversi tra registri diversi ed è perciò capace di scegliere fra più strade possibili tutte equivalenti tra loro.

4. Riflessioni conclusive

In questo articolo abbiamo fatto riferimento nello specifico al quesito D9 della Prova di Matematica SNV 2017, ne abbiamo analizzato gli indici statistici associati e abbiamo infine presentato alcuni esempi di strategie di risoluzione di alunni di una quinta primaria. Questi bambini avevano precedentemente preso parte a una sperimentazione didattica sull'attività "Bersaglio", incentrata sul significato delle quattro operazioni e sulla loro estensione ai numeri decimali. Dal momento che le prove di Matematica per il sistema delle Rilevazioni nazionali mirano a "verificare periodicamente e sistematicamente le conoscenze e abilità degli studenti" (INVALSI, 2017a), ci sembrava interessante monitorare se la partecipazione a una sperimentazione didattica potesse essere correlata a eventuali strategie di calcolo utilizzate per la soluzione del quesito analizzato, indipendentemente dal fatto che la risposta finale fosse corretta. D'altra parte, l'item D9 del 2017 non è l'unico quesito che chiama in causa operazioni con i numeri decimali.

La prova di Matematica SNV 2012 per il primo anno della scuola secondaria di primo grado (allora ancora somministrata), conteneva una domanda per certi versi simile alla D9: l'item D23, che riguarda la moltiplicazione e la divisione per un numero decimale e coinvolge due numeri decimali distinti, 0,1 e 0,5 (fig. 8).

ISBN 9788835101581

D23. Quale delle seguenti operazioni dà il risultato più grande?

A. ☐ 10 × 0,5

B. ☐ 10 × 0,1

C. ☐ 10 : 0,5

D. ☐ 10 : 0,1

Fig. 8 – Domanda D23 della prova di Matematica SNV del 2012 per il grado 6

Anche allora, le statistiche condotte su un campione di oltre 20.000 studenti mostravano un item davvero complesso, con una percentuale molto bassa di risposte corrette (l'11%, risposta D) e una percentuale quasi uguale (10%) per la scelta del distrattore C più "vicino" alla risposta corretta, mentre ben il 71% ripiegava sulla risposta A e il 5% sulla risposta B. In quella somministrazione, tuttavia, solo il 3% circa di studenti non rispondeva, contro il 14% attuale del nostro item D9. Se, da un lato, questo potrebbe indurre a pensare che gli studenti del primo anno della scuola secondaria di primo grado possiedano una maggiore capacità di controllo sull'estensione di moltiplicazione e divisione ai razionali rispetto agli allievi della scuola primaria, dall'altro, vale la pena di riflettere sul fatto che, mentre i primi potrebbero essere stati agevolati dalla domanda a scelta multipla, ai secondi era richiesto un maggiore controllo sul risultato per via del quesito a risposta aperta univoca.

Altre due domande che si legano al nostro discorso compaiono nelle prove passate, una per la quinta primaria (D21, SNV 2009) e l'altra per la terza secondaria di primo grado (D22, PN 2015). Il quesito a scelta multipla del 2009 chiedeva di trovare il numero nascosto da una macchia che nella moltiplicazione per 0,5 restituisce lo stesso risultato di 1 × 10 (fig. 9).

21. Qual è il numero nascosto dalla macchia che rende vera la seguente uguaglianza?

$$(1 \times 10) = 0{,}5 \times ✸$$

☐ A. 20.

☐ B. 2.

☐ C. 5.

☐ D. 0,2.

Fig. 9 – Domanda D21 della prova di Matematica SNV del 2009 per il grado 5

ISBN 9788835101581

Nel quesito del 2015, invece, era richiesto di indicare se le tre affermazioni seguenti sul risultato di 2,85 × 0,92 fossero vere o false: "Il risultato è maggiore di 2,85"; "Il risultato è maggiore di 0,92"; "Il risultato è il 92% di 2,85". Ci limitiamo a commentare la situazione che si è verificata nel caso della domanda D21 del 2009. In quell'occasione, infatti, la risposta corretta (A) è stata fornita dal 34% degli studenti del campione nazionale, a testimonianza del fatto che si trattava di una domanda abbastanza difficile. Ma la cosa singolare è che gli studenti che hanno risposto non in modo corretto (in totale il 61,4%) si sono "distribuiti" quasi equamente sulle tre opzioni rimanenti, (B, C e D; fig. 10).

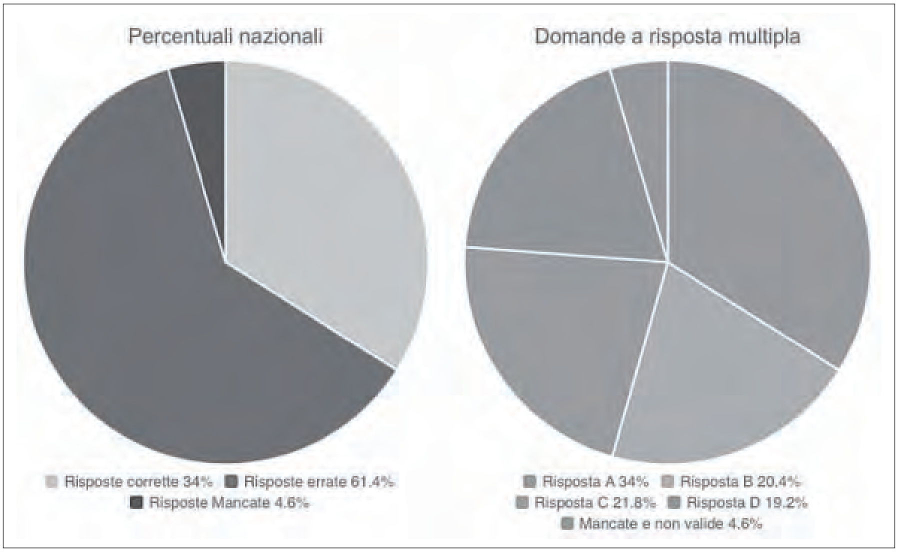


Fig. 10 – Risultati della domanda D21, SNV del 2009 per la quinta primaria

Ciò può indicare, secondo noi, un "senso di smarrimento" dei rispondenti che non evidenziano sistemi di controllo del risultato e dimostrano di trattare quasi indistintamente il prodotto di 0,5 per 2 oppure per 5 oppure per 0,2.

Alla luce di quanto discusso in questo lavoro, ci sentiamo di offrire questa riflessione ultima: sperimentazioni didattiche di attività laboratoriali, che sappiano stimolare l'argomentazione e, con essa, la riflessione sui significati, il confronto tra strategie, il controllo sui risultati, sembrano essere sempre più necessarie e urgenti in vista dello sviluppo di competenze forti, non limitate al mero raggiungimento di prodotti ma favorevoli soprattutto ai processi in linea con quanto espresso anche nelle *Indicazioni nazionali per il primo ciclo* (MIUR, 2012).

ISBN 9788835101581

Nel contesto da noi analizzato, è privilegiato il processo di pensiero che conduce al risultato di una o più operazioni, non il risultato di per sé perché, giusto o sbagliato che sia, altro non dà che una misura della capacità di saper fare dei nostri studenti. Il processo permette di esaminare le capacità esplorative degli studenti che riflettono anche tentativi di escogitare e mantenere sistemi di controllo.

Riferimenti bibliografici

Freudenthal H. (1983), *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, Reidel, Dordrecht.

Greer B. (2009), "Helping Children Develop Mathematically", *Human Development*, 52, 2, pp. 148-161.

Greer B. (2012), "Inversion in Mathematical Thinking and Learning", *Educational Studies in Mathematics*, 79, 3, pp. 429-438.

INVALSI (2017a), *Il Quadro di riferimento delle prove di Matematica del sistema nazionale di valutazione*, https://INVALSI-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR_2017_def.pdf, data di consultazione 30 luglio 2018.

INVALSI (2017b), *Rilevazioni nazionali degli apprendimenti 2016-17, Rapporto tecnico, La rilevazione degli apprendimenti nelle classi II e V primaria, nella classe III (Prova nazionale) della scuola secondaria di primo grado e nella II classe della scuola secondaria di secondo grado*, Roma, luglio.

INVALSI (2017c), *Rilevazioni nazionali degli apprendimenti 2016-17, Rapporto Risultati, Rilevazione degli apprendimenti nelle classi II e V primaria, nella classe III (Prova nazionale) della scuola secondaria di primo grado e nella II classe della scuola secondaria di secondo grado*, Roma, luglio.

Maher C.A., Powell A.B., Uptegrove E.B. (2010), *Combinatorics and Reasoning: Representing, Justifying, and Building Isomorphisms*, Springer, New York.

Nunes T., Bryant P., Evans D., Bell D., Barros R. (2012), "Teaching Children How to Include the Inversion Principle in Their Reasoning About Quantitative Relations", *Educational Studies in Mathematics*, 79, 3, pp. 371-388.

Ministero dell'Istruzione, università e ricerca (MIUR) (2012), *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione*, Roma, settembre.

Selter C., Prediger S., Nührenbörger M., Hußmann S. (2012), "Taking Away and Determining the Difference – A Longitudinal Perspective on Two Models of Subtraction and the Inverse Relation to Addition", *Educational Studies in Mathematics*, 79, 3, pp. 389-408.

ISBN 9788835101581

9. La Matematica finlandese a Lucca: i risultati di una ricerca

di Patrizia Casella Piccinini

Verranno discussi i risultati dell'insegnamento della Matematica ottenuti da 40 alunni che hanno utilizzato metodologie e manuali finlandesi per tutta la scuola primaria. L'obiettivo di questa metodologia è migliorare il modo in cui viene insegnata la Matematica. Questa ricerca riguarda la memoria, il calcolo, la logica, le abilità spaziali e la capacità di risolvere i problemi. I risultati didattici verranno confrontati con quelli del gruppo di controllo, che ha seguito un percorso didattico più tradizionale e meno operativo.

Saranno anche presentati i risultati di Matematica delle prove INVALSI ottenuti dagli alunni nella classe quinta.

In accordo con il sistema scolastico finlandese, la mattina è stata divisa in 45 minuti di orario di lavoro alternati a 15 minuti in cui i bambini hanno lasciato l'aula e hanno giocato in cortile. La quantità dei compiti per casa è stata veramente ridotta.

La caratteristica principale della metodologia è l'uso delle immagini per sviluppare la logica e per facilitare il processo di apprendimento.

Oltre che dare risultati migliori con gli alunni normodotati, il metodo ha anche mostrato un buon potenziale per alunni con esigenze particolari e studenti stranieri poiché, grazie all'impostazione del libro, partendo dalle immagini, si arriva progressivamente al testo, seguendo un percorso inverso rispetto ai libri di testo italiani.

Il lavoro giornaliero di traduzione dal finlandese all'italiano, mediato dall'uso indispensabile dell'inglese, ha inoltre permesso agli alunni di identificare rapidamente le parole chiave utili per risolvere i problemi; li ha resi curiosi verso le lingue straniere e, soprattutto, affrontare con piacere e amare la Matematica.

ISBN 9788835101581

1. Motivazioni di una scelta

Gli scambi tra insegnanti previsti dal progetto Comenius “Unity Throught Diversity” mi hanno dato l’opportunità di visitare la “Tiistilän Koulu” di Espoo, in Finlandia, nell’a.s. 2012-2013 e di entrare così in contatto con il sistema scolastico di quel Paese.

Le strutture edilizie, i laboratori, l’organizzazione scolastica in generale, com’è noto, sono tra i più avanzati d’Europa e non solo, e hanno naturalmente attirato la mia attenzione. La mia curiosità è stata fortemente stimolata anche dai libri di Matematica che si differenziano dai nostri per:

– **le dimensioni** (ca. 180 mm x 240 mm), che permettono al bambino di controllare tutta la pagina con uno sguardo;
– **l’aspetto grafico**, perché la pagina non è “affollata”, c’è “respiro” tra gli esercizi;
– **il modo con cui sono affrontati gli argomenti**.
  A questo proposito vorrei evidenziare:
– **il largo uso delle immagini**, che ha lo scopo di sviluppare le competenze matematiche attraverso una sollecitazione costante che indirizza al problem solving;
– **le consegne**, che sono espresse con le parole strettamente necessarie e, in classe prima, sono divise in sillabe per facilitarne la comprensione;
– **l’argomento trattato** (per esempio: il confronto tra quantità; la decina; l’addizione; le proprietà delle operazioni…) è presentato in un riquadro che contiene immagini significative e poche, indispensabili, parole.
  La presentazione dell’argomento può essere utilizzata in due modi:
– dall’insegnante, con una lezione frontale;
– dai bambini, che spiegano l’argomento sollecitati dall’insegnante attraverso domande-stimolo.

In alternativa ciascun bambino può studiare in autonomia il nuovo argomento, senza che ci sia stato intervento esplicativo da parte dell’insegnante. Al termine la classe discute le modalità di risoluzione degli esercizi, confrontando le proprie risposte.

ISBN 9788835101581

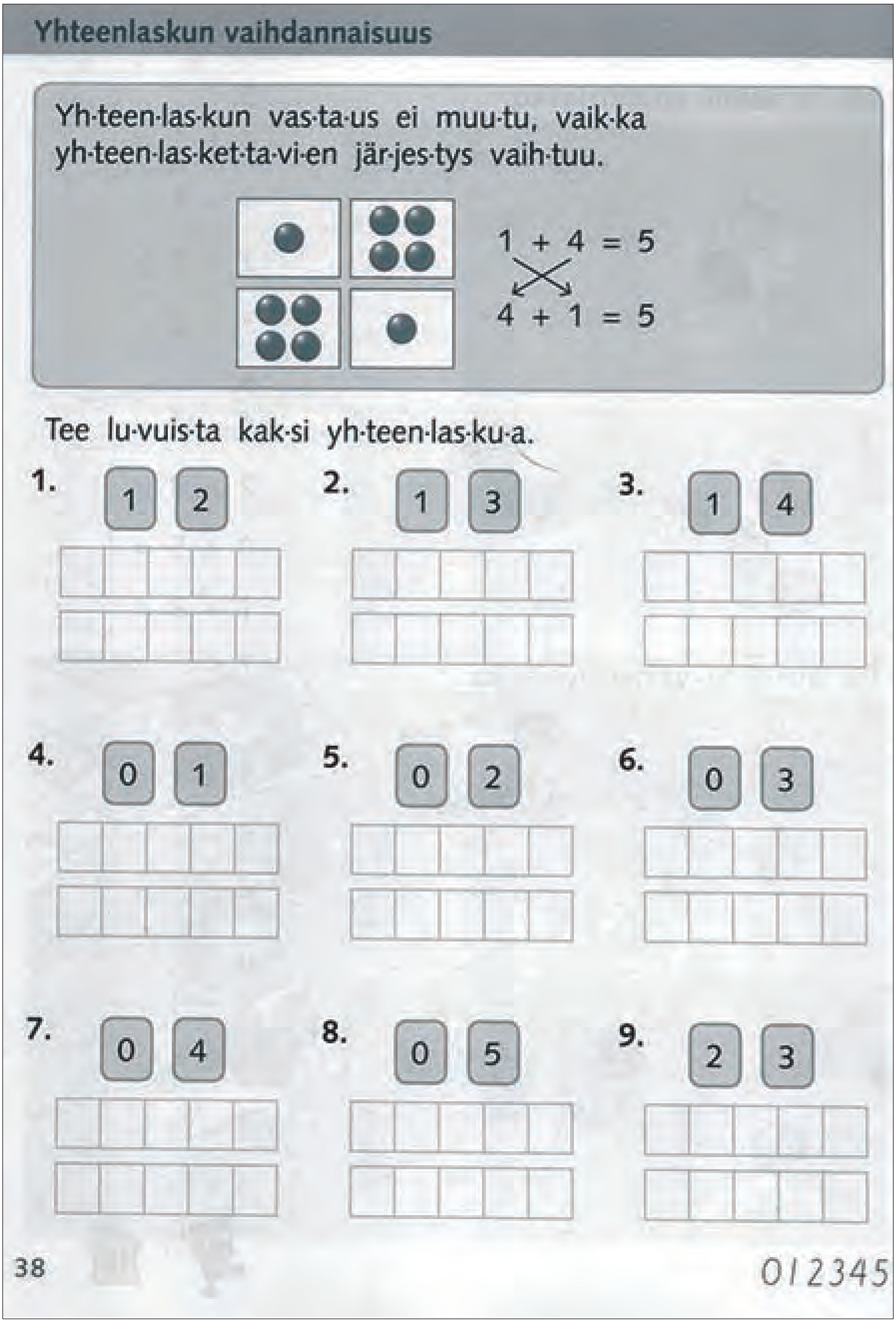


Fig. 1 – Matikka 1 Syksy, *p. 38*

ISBN 9788835101581

Una volta rientrata in Italia, quindi, ho pensato di proporre ai bambini delle mie due classi prime, composte ciascuna da 20 alunni, alcuni problemi ed esercizi tratti da: P. Okkonen-Sotka, A.M. Sintonen, T. Uus-Leponiemi (2012), *Matikka 1 Syksy*, Sanoma Pro Oy Helsinki.

Fig. 2 – Matikka 1 Syksy*, copertina*

ISBN 9788835101581

Erano i primi giorni del mese di dicembre del 2012, i bambini non sapevano ancora leggere ma erano in grado di raccontare i problemi osservando le immagini e di risolverli oralmente. La formalizzazione sarebbe arrivata più tardi, in quel periodo era necessario attivare e potenziare i processi cognitivi e logici.

Le figure 3 e 4 mostrano alcuni problemi ed esercizi affrontati dai bambini fin dall'inizio.

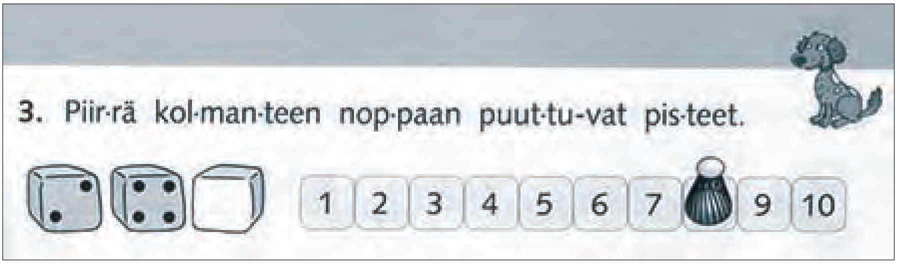


Fig. 3 – Matikka 1 Syksy*, p. 115*

Fig. 4 – Mattikka 1 Kevät*, p. 125*

Per risolverli i bambini procedevano in modo additivo per prove ed errori: sono comparse così le prime congetture, le prime ipotesi e le prime argomentazioni, puntualmente verificate attraverso una discussione collettiva.

ISBN 9788835101581

Con il passare dei mesi, ma sempre in classe prima, ai bambini sono stati proposti problemi la cui soluzione richiedeva l'impiego di calcoli più complessi e l'uso di più operazioni, come negli esempi che seguono, con l'addizione e la sottrazione (figura 5), con l'addizione, la sottrazione e la divisione (figura 6).

Fig. 5 – Mattikka 1 Syksy, *p. 67*

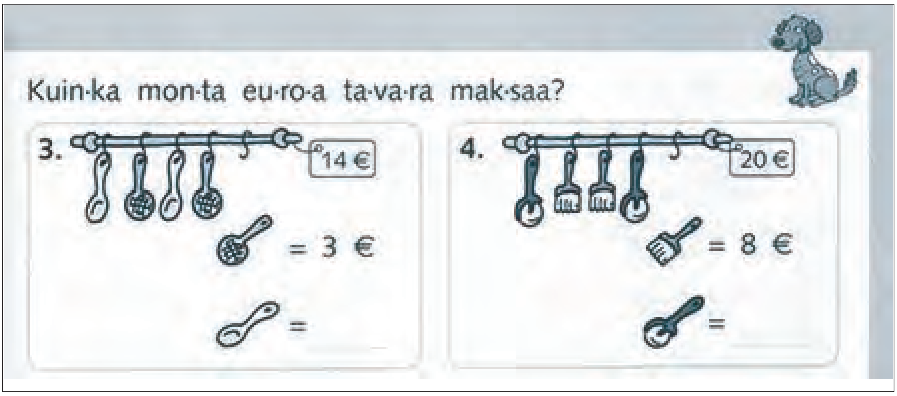


Fig. 6 – Mattikka 1 Kevät, *p. 147*

La soluzione dei problemi delle figure 5 e 6 richiede congetture più complesse di quelli mostrati in precedenza (vedi figure 3 e 4) poiché al pensiero

ISBN 9788835101581

additivo si aggiunge quello sottrattivo. Nella figura 6, inoltre, per risolvere i due problemi si deve dividere.

L'operazione di divisione, a livello intuitivo, non rappresenta un ostacolo: i bambini, infatti, sono molto bravi a "spaccare il capello in quattro" quando si tratta di dividersi caramelle o figurine e, in ogni caso, nei problemi di cui stiamo parlando si deve dividere per due.

Ma se questi problemi fossero stati presentati per scritto anziché attraverso le immagini?

I due possibili testi proposti che seguono sono stati pensati considerando l'età dei bambini (6 anni) e il periodo dell'anno scolastico (fine primo quadrimestre o inizio del secondo). Sono state utilizzate, pertanto, solo le parole strettamente indispensabili. Sono stati scelti, inoltre, termini ad alta frequenza (cioè noti) per facilitare la decodifica e la comprensione del testo.

Problema in fig. 5
Hai 4 monete da 2 € e due monete da 1 €. Compri un pupazzetto che costa 7 €.
Quanti euro ti restano?

Problema 3 in fig. 6
Hai 2 cucchiai e 2 spatoline che costano in tutto 14 €. Una spatolina costa 3 €.
Quanto costa un cucchiaio?

Nonostante tutti gli accorgimenti presi è evidente che un problema in cui sono presenti solo parole è ben più complesso di quello in cui le informazioni sono date attraverso le immagini, sia per la complessità immaginativa e risolutiva che testi come questi richiedono, sia per la strumentalità di base relativa alla letto-scrittura in classe prima.

In questi libri le immagini non sono un semplice complemento del testo, magari utili per chiarire il significato di qualche parola, ma hanno lo scopo di guidare il bambino nel percorso logico che porta alla soluzione del problema.

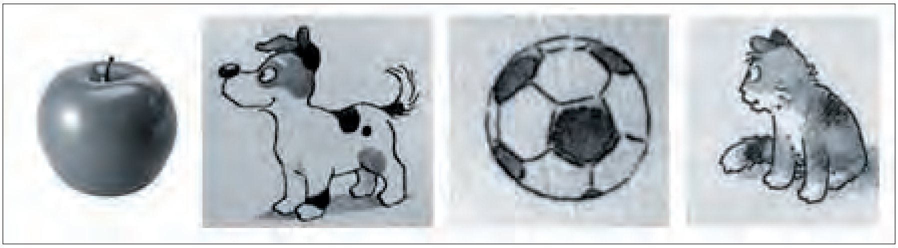
La proposta didattica, com'è naturale, non è stata limitata all'uso del libro: giochi ed esercizi a livello manipolatorio e corporeo hanno affiancato regolarmente l'attività.

Alla fine del primo quadrimestre i bambini delle due classi, che cominciavano a possedere i rudimenti della letto-scrittura, hanno utilizzato spontaneamente questi strumenti per leggere e imparare le prime parole in lingua finlandese (il finlandese è una lingua ad alta trasparenza, la corrispondenza tra fonema e grafema è maggiore che in italiano), associando l'immagine

ISBN 9788835101581

alla parola. Il processo di decodifica e di comprensione del testo da parte dei bambini è stato facilitato dal format e dalla divisione in sillabe delle consegne, mantenuta nei due volumi del libro di classe prima.

Le parole in lingua finlandese imparate dai bambini sono state comparate fin dall'inizio, a livello orale, con quelle inglesi che essi già conoscevano attraverso le filastrocche e le *nursery rhymes* studiate alla scuola dell'infanzia. Eccone alcune nella figura 7.



Omena Koira Pallo Kissa

Fig. 7 – Le prime parole imparate dai bambini

Questo modo di procedere è andato di pari passo con l'apprendimento della letto-scrittura, dei numeri, del contare e del calcolare nelle tre lingue: italiano, inglese e finlandese…

L'attività dei bambini è stata facilitata dalla disponibilità individuale di un iPad che è stato usato per scrivere, tradurre, ascoltare e cantare canzoncine, usare applicazioni dedicate…

Poiché i bambini delle due classi prime lavoravano con piacere e con buoni risultati, e soprattutto chiedevano di usare il libro Matikka perché più divertente, ho pensato di passare dalle fotocopie al libro originale, in lingua finlandese, che di fatto ha finito per sostituire quello ministeriale.

2. Verifica della metodica

In breve, per validare l'attività didattica, nel corso di questi cinque anni le due classi sono state testate ripetutamente e i dati raccolti sono stati confrontati con quelli dei gruppi di controllo.

Di seguito sono riportati i test eseguiti e i risultati ottenuti.

ISBN 9788835101581

2.1. Agnosie tattili e calcolo

Il titolo di questo paragrafo fa riferimento a una ricerca presentata nell'ottobre 2013 al XXII Congresso nazionale AIRIPA su "I disturbi di apprendimento" svoltosi a Pordenone (Piccinini, 2013).

Scopo della ricerca – Incrementare la ricerca-azione per favorire il processo di apprendimento degli alunni con l'individuazione di strategie didattiche vincenti.

Procedura – I bambini in classe prima sono stati divisi in due gruppi omogenei. Nel mese di settembre 2012 ai due gruppi sono state somministrate le prove delle agnosie tattili.

A proposito del test – Il test delle agnosie tattili valuta l'immagine mentale delle dita delle mani attraverso la capacità di mettere in corrispondenza biunivoca e d'ordine la percezione tattile delle dita con quella visiva della loro posizione.

La somministrazione è suddivisa due parti:

- **prima parte** – Si pone la mano destra (ma si può iniziare il test anche con la sinistra) del bambino su un foglio bianco e se ne ripassa il contorno, al termine si mette la mano in basso rispetto al foglio in modo che il bambino possa controllare visivamente sia la mano che il disegno. A questo punto si tocca un dito della mano che è stata contornata e si chiede al bambino di indicare il dito corrispondente nel disegno. Il bambino non deve dire il nome del dito (pollice, indice) ma solo indicarlo toccandolo con l'indice della mano sinistra, cioè quella rimasta libera.
  Si procede in questo modo con tutte le dita della prima mano poi si ripete l'operazione con la seconda.
  Se il bambino commette errori, indicando sul disegno un dito sbagliato, il test non può continuare perché la corrispondenza d'ordine, necessaria per poter contare, non è ben assestata visivamente e, a maggior ragione, non lo è l'immagine mentale che "comanda" quella visiva;
- **seconda parte** – Si copre la prima mano testata, in questo caso la destra, con il foglio che ne riproduce il contorno, in modo che il bambino abbia il controllo visivo dell'immagine ma non della mano (la mano può essere "nascosta" anche in una scatola da scarpe opportunamente tagliata).
  Si ripete quindi l'operazione come nella prima parte, toccando un dito della mano, ma questa volta senza che il bambino possa vederla. Questi dovrà indicare sul disegno il dito corrispondente.
  Si procede in questo modo per tutte le dita, contrassegnando sul foglio eventuali errori.

ISBN 9788835101581

Si testa poi l'immagine mentale della seconda mano, in questo caso la sinistra, sempre nello stesso modo.

In classe prima i bambini "scambiano" con facilità le dita interne della mano (indice, medio, anulare); si considerano situazioni da tenere sotto controllo errori che riguardano le dita esterne (pollice, mignolo).

Si ricorda che la corrispondenza biunivoca e d'ordine coinvolge il ritmo, il movimento e la voce ed è un prerequisito indispensabile per contare (ma anche per leggere, scrivere, eseguire calcoli…).

Possedere correttamente questa strumentalità di base permette al bambino di risolvere più facilmente situazioni problematiche.

Terminata la somministrazione (il test richiede un massimo di dieci minuti per bambino), il gruppo trattato ha continuato con i giochi di manipolazione, con gli esercizi di calcolo proposti dal libro finlandese e ha usato l'iPad con apposite applicazioni per consolidare la sequenzialità e la rapidità di movimento delle dita; il gruppo di controllo ha svolto la normale attività didattica.

Nel mese di aprile 2013 ai due gruppi sono state nuovamente somministrate le prove delle agnosie tattili. I risultati delle prove in ingresso e in uscita sono stati comparati con quelli del gruppo di controllo, come si vede dalla figura 8.

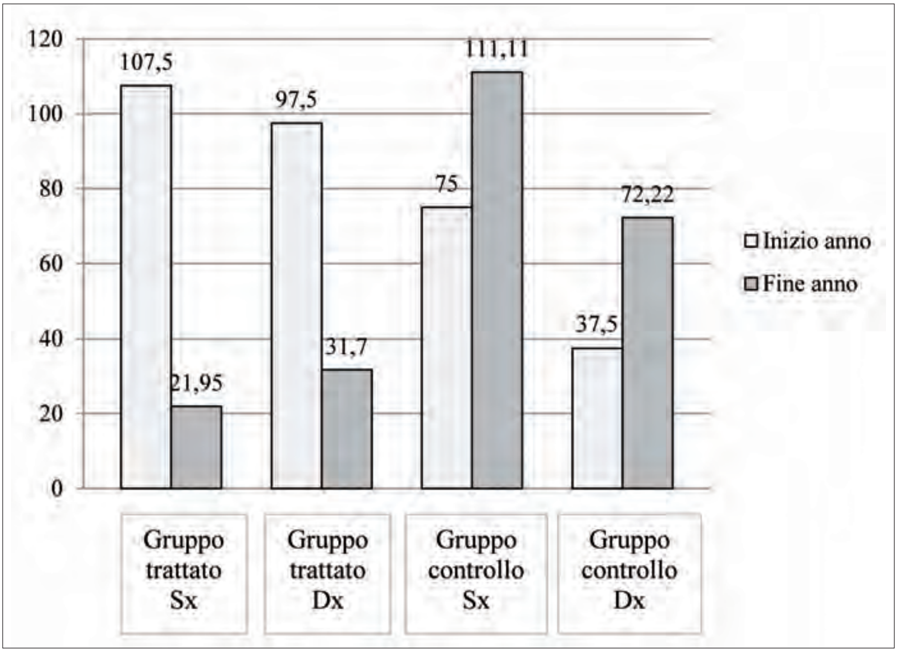


Fig. 8 – Test agnosie tattili – Numero scambi

ISBN 9788835101581

Nel mese di maggio ai due gruppi è stata somministrata la seguente verifica, durante la quale i bambini potevano usare solo le loro dita per calcolare.

Tab. 1 – Verifica maggio 2013

2	+	…	=	10
9	-	…	=	4
10	-	…	=	7
…	-	4	=	6
…	+	5	=	8
8	-	…	=	2
10	+	…	=	10
4	-	…	=	4
…	-	8	=	2
…	+	8	=	10

La figura 9 mostra il totale delle risposte corrette dei due gruppi in percentuale.

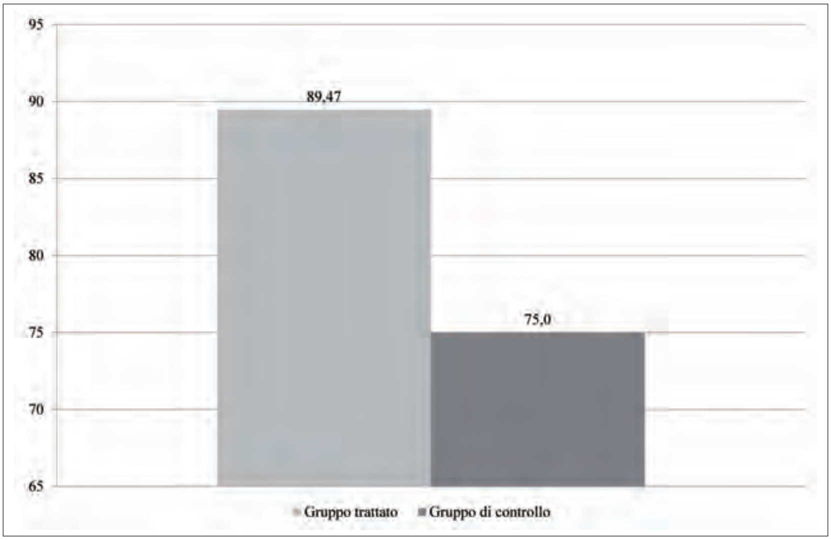


Fig. 9 – Totale risposte corrette in %

ISBN 9788835101581

Nella figura 10 sono riportate in percentuale le risposte corrette per item del gruppo trattato e del gruppo di controllo.

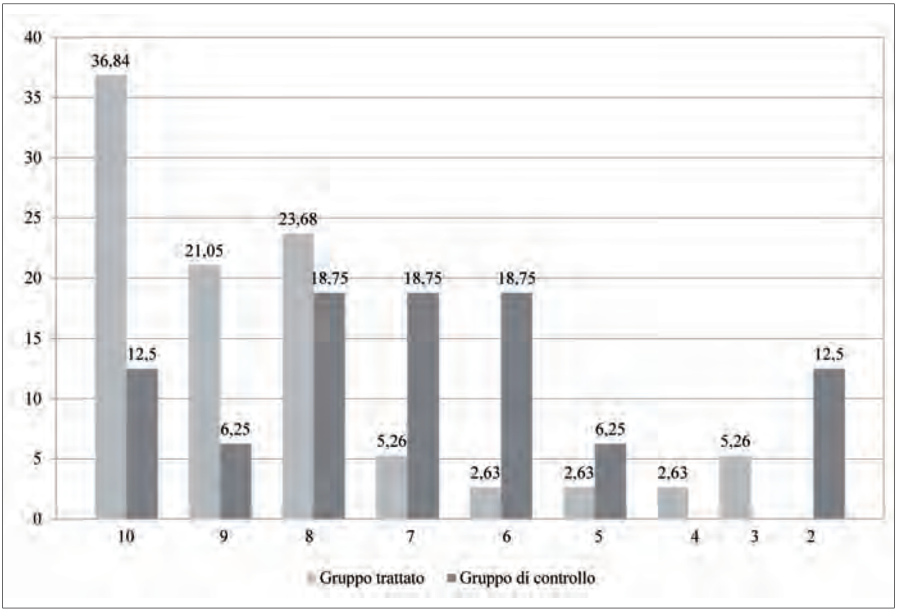


Fig. 10 – Risposte corrette per item in %

Conclusioni – Le prestazioni del gruppo trattato sono superiori a quelle del gruppo di controllo (89,47% vs 75%).

2.2. Lo studio di una seconda lingua straniera può aiutare a sviluppare le capacità mnemoniche e di discriminazione uditiva nei bambini?

Il titolo di questo paragrafo fa riferimento a una ricerca presentata nell'ottobre 2014 al XXIII Congresso nazionale AIRIPA su "I disturbi di apprendimento" svoltosi a Lucca (Piccinini, 2014).

Scopo della ricerca – Indagare sulle abilità di memoria e di discriminazione uditiva raggiunte da 60 bambini di classe seconda al termine dell'anno scolastico.

Procedura – I bambini in classe seconda sono stati divisi in due gruppi:

– il gruppo di controllo, che studia l'inglese come seconda lingua comunitaria;

ISBN 9788835101581

- il gruppo trattato, che aggiunge allo studio dell'inglese quello del finlandese attraverso il libro di Matematica in lingua originale.

Nel corso dell'anno:

- il gruppo di controllo ha svolto la normale attività didattica;
- il gruppo trattato ha usato il libro di Matematica in lingua originale e ha imparato diverse canzoni in lingua finlandese utilizzando anche la mimica.

Nel secondo quadrimestre ai bambini sono stati somministrati i seguenti test appositamente ideati:

- **test A** – per verificare memoria di parole;
- **test B** – per verificare la discriminazione uditiva.

I dati raccolti hanno permesso di verificare se la metodica:

- può essere utile alla lingua italiana;
- può produrre ricadute didattiche significative (apprendimento di parole nuove, di parole straniere, ripetizione di non-parole, capacità di sequenzializzazione, rapidità di processamento).

Test A memoria di parole – Ai bambini sono stati dati 15 minuti di tempo per studiare la seguente poesia in rima, in cui i versi in italiano si alternano a quelli in inglese. La poesia è stata scritta appositamente dall'insegnante di inglese utilizzando parole note ai due gruppi.

Poesia in italiano e in inglese Puoi imparare se tu vuoi Tell a girl from a boy. Colorare un mondo intero Red or black or green or yellow. Puoi giocare se lo sai With a skateboard or a kite. Scrivi, leggi o fai di più Pencil, book, scissors or glue. Se saluti quando vai Wave a hand and say goodbye.

La figura 11 mostra la media delle parole ricordate dai due gruppi: il gruppo di controllo è in grigio chiaro, il gruppo testato in grigio scuro.

ISBN 9788835101581

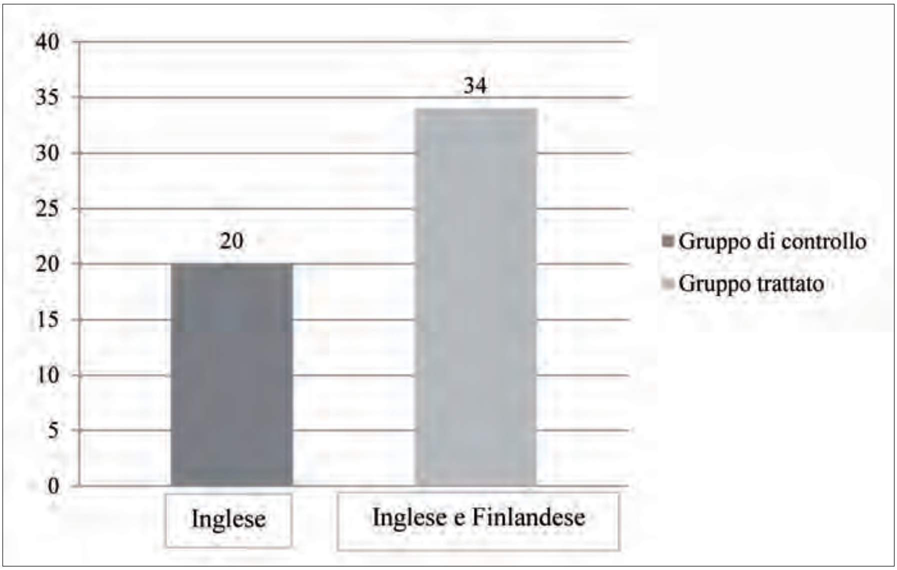


Fig. 11 – Media delle parole ricordate dai due gruppi

Nella figura 12 i risultati del Test A sono espressi in percentuale.

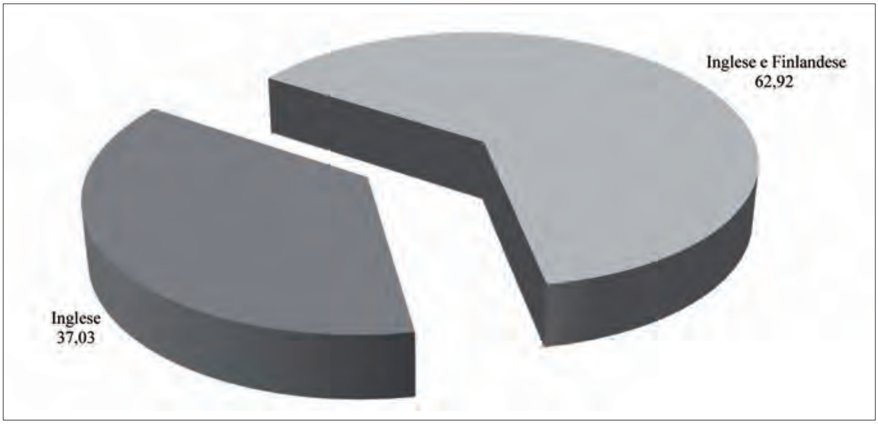


Fig. 12 – Parole italiane e inglesi ricordate dai due gruppi in %

La figura 13 mostra la percentuale delle sole parole inglesi ricordate dai due gruppi.

ISBN 9788835101581

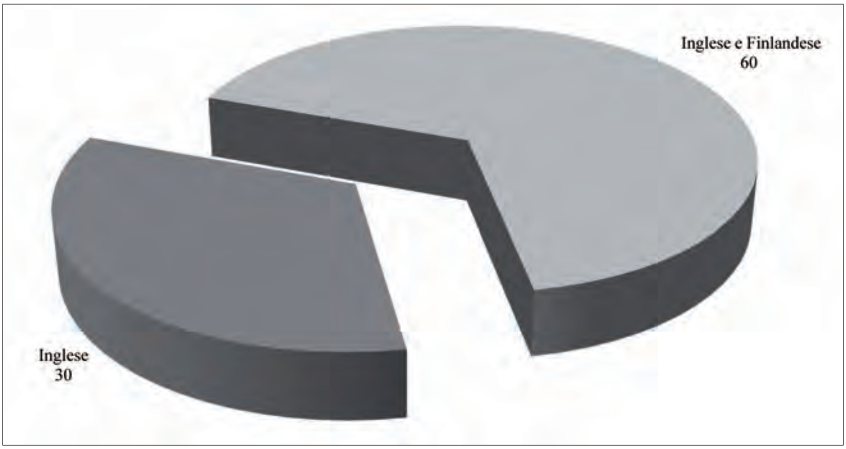


Fig. 13 – Parole inglesi ricordate dai due gruppi in %

Conclusioni Test A – Il gruppo trattato ricorda in media un maggior numero di parole (34/54 vs 20/54) e, in percentuale, ricorda un maggior numero di parole inglesi (60% vs 30%).

Test B discriminazione uditiva – I bambini ascoltano da un registratore a nastro la storia dei tre porcellini. L'ascolto è opportunamente frazionato dall'insegnante in pause, durante le quali i bambini scrivono ciò che hanno sentito. Nel testo proposto, che riportiamo di seguito, ciascun item corrisponde alle parole ascoltate prima di ogni pausa.

I tre porcellini

Questa è la storia di tre porcellini
a che andarono per il mondo a cercare fortuna
b i loro nomi erano: Timmi
c suonatore di flauto
d Tommi, violinista
e e Gimmi, grande lavoratore.
f Giunti in un bel bosco
g decisero di costruire ognuno una comoda casetta.
h A Timmi non piaceva per niente lavorare
i così pensò di costruirsi rapidamente una capanna di paglia.
j "Costruisco la mia casa con la paglia
k costruisco la mia casa con il fieno
l suono il flauto se ne ho voglia
m fino a quando il sole è alto

ISBN 9788835101581

Il test ha preso in esame due parole:
– una ad alta frequenza/mondo/;
– una a bassa frequenza/violinista/.

In entrambi i casi sono state considerate le parole errate. Le figure 14 e 15 mostrano i risultati del test.

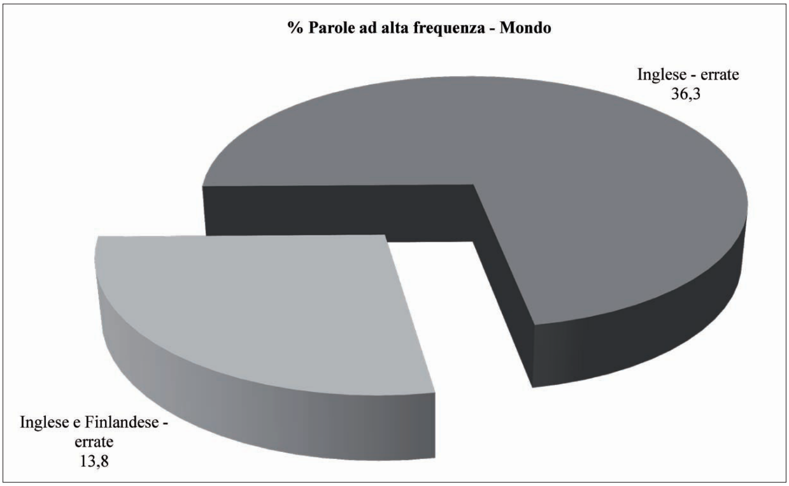


Fig. 14 – Errori del gruppo di controllo (in grigio scuro) e del gruppo trattato (in grigio chiaro)

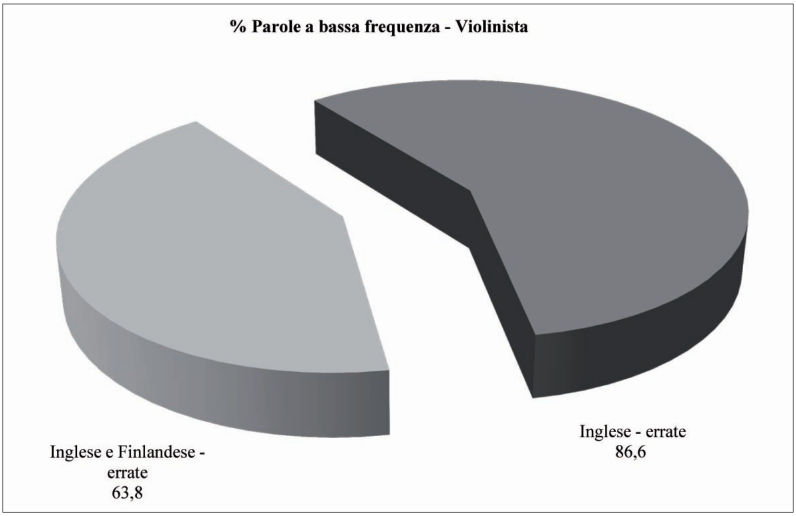


Fig. 15 – Errori del gruppo di controllo (in grigio scuro) e del gruppo trattato (in grigio chiaro)

ISBN 9788835101581

Conclusioni – Il gruppo trattato, esposto da due anni all'ascolto di due lingue straniere, ha una migliore discriminazione uditiva delle parole. Gli errori nella parola ad alta frequenza (*mondo* 13,8% vs 36,3%) e a bassa frequenza (*violinista* 63,8% vs 86,6%) sono inferiori a quelli del gruppo di controllo.

2.3. Moltiplicare o dividere? Testo vs immagine per risolvere i problemi matematici

Il titolo di questo paragrafo fa riferimento a una ricerca presentata nell'ottobre 2015 al XXIV Congresso nazionale AIRIPA su "I disturbi di apprendimento" svoltosi a Pesaro (Piccinini, 2015).

Scopo della ricerca – Individuare percorsi didattici alternativi alla tradizionale impostazione "problema scritto-soluzione" utilizzando le immagini in sostituzione del testo, come suggerisce la didattica in uso nei Paesi fennoscandinavi.

Procedura – Il bambino osserva il problema per immagini e lo "racconta"; in pratica contribuisce con parole proprie alla costruzione del testo con un intervento diretto, a differenza di quanto accade con i problemi proposti in modo tradizionale in cui si richiede una lettura accurata e una corretta interpretazione del testo scritto.

La ricerca riguarda le abilità di 60 bambini di classe quarta di risolvere i problemi nelle due modalità: dal testo scritto alla soluzione vs dall'immagine alla soluzione. I dati raccolti consentono di valutare se l'uso delle immagini può essere una risorsa per potenziare le abilità di risoluzione dei problemi matematici. La loro analisi, inoltre, può essere utile per eventuali suggerimenti volti a prevenire/attenuare le difficoltà di apprendimento in generale.

Prima parte – Ai bambini sono stati dati i problemi delle figure 16 e 17. Una volta definita la consegna ("Sposta le palline in modo da averne lo stesso numero in ogni fila") si sono cimentati nella loro risoluzione.

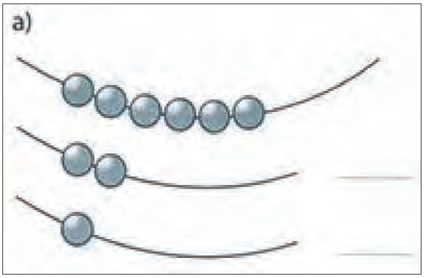


Fig. 16 – Matikka 4 Syksy*, p. 109*

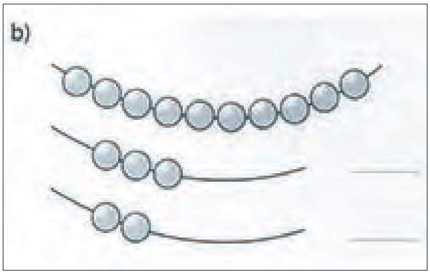


Fig. 17 – Matikka 4 Syksy*, p. 109*

ISBN 9788835101581

Seconda parte – In un secondo momento ai bambini sono stati dati i problemi che seguono. In pratica si tratta degli stessi problemi delle figure 16 e 17 ma organizzati secondo le modalità del testo scritto.

Problema n. 1 – Le collane
Lia prepara le collane per le amiche: fa una collana con 6 perle per Lucia, una con 2 perle per Tina e una con una perla per Rita. Decide poi di rifare tutte le collane in modo che in ogni collana ci sia lo stesso numero di perle.
Quante perle deve spostare dalla collana di Lucia a quella di Tina?
Quante perle deve spostare dalla collana di Lucia a quella di Rita?

Problema n. 2 – Le figurine
Pio vuole regalare i suoi doppioni di figurine agli amici: pensa di regalarne 10 a Luca, 3 a Gino e 2 a Pippo.
Per non far restare male nessuno quante figurine di Luca dovrebbe dare a Gino?
Quante figurine di Luca dovrebbe dare a Pippo?

Terza parte – Infine, a distanza di qualche giorno, i bambini hanno affrontato la soluzione dei problemi n. 3 (figura 18) e n. 4 (figura 19).

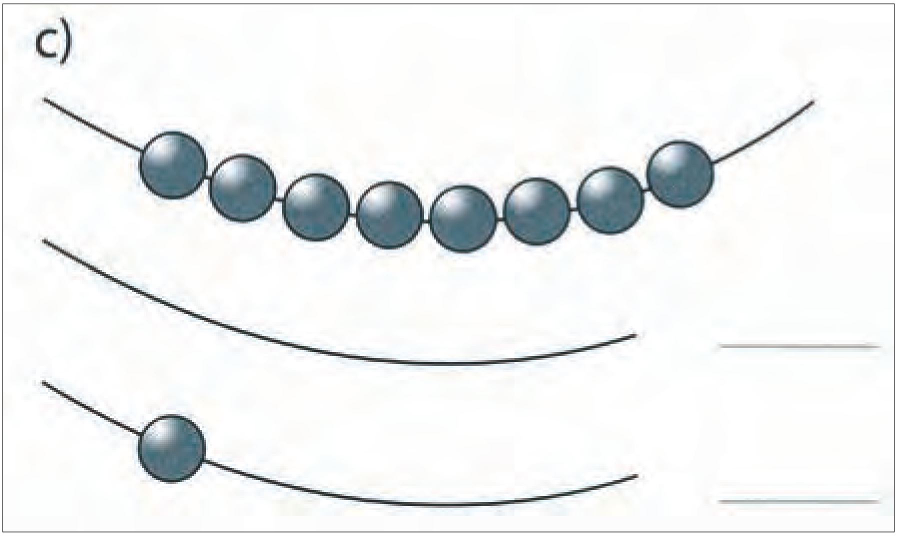


Fig. 18 – Matikka 4 Syksy, *p. 109 – Problema n. 3*

ISBN 9788835101581

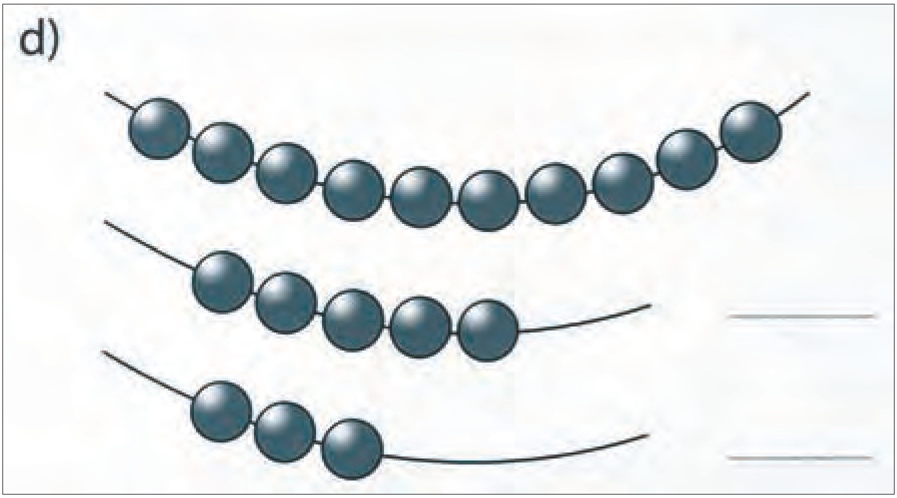


Fig. 19 – Matikka 4 Syksy*, p. 109 – Problema n. 4*

La tabella 2 mostra quanto emerso dal test.

Tab. 2 – Risultati in % testo scritto vs Immagine di 60 alunni – Classe quarta scuola primaria

Problema 1		*Problema 2*		*Totale Problemi 1 e 2*		*Problema 3*	*Problema 4*
Testo	Fig. 18	Testo	Fig. 19	Testo	Figg.	Fig. 20	Fig. 21
56,4	84,6	59	89,7	57,7	87,2	79,5	87,2

Conclusioni – La risoluzione dei problemi aumenta in modo significativo se la proposta avviene con le immagini anziché con il testo (87,2% vs 57,7%).

2.4. Immagine mentale… o cubo di Rubik?

Il titolo di questo paragrafo fa riferimento a una ricerca presentata nell'ottobre 2016 al XXV Congresso nazionale AIRIPA su "I disturbi di apprendimento" svoltosi a Torino (Piccinini, 2016).

Scopo della ricerca – Indagare sulle capacità immaginative e logiche di 60 bambini della scuola primaria relative allo spazio tridimensionale.

Procedura – Nel test, diviso in quattro parti con difficoltà di ordine crescente, si richiede di colorare le tre facce non visibili di un cubo, simile a quello di Rubik, su un modello appositamente predisposto.

ISBN 9788835101581

Il test è stato somministrato a 60 bambini di dieci anni, suddivisi in due gruppi: il gruppo trattato e il gruppo di controllo.

Il gruppo trattato:

– ha avuto negli anni esperienze didattiche multisensoriali ma non ha usato il cubo di Rubik;
– ha potenziato gli aspetti logici anche attraverso il linguaggio con l'introduzione di una seconda lingua straniera, il finlandese, in aggiunta all'inglese;
– ha esercitato la memoria a breve e a lungo termine anche imparando inni nazionali e canzoni in francese, tedesco, greco e latino e guardando i cartoni animati in finlandese con i sottotitoli in inglese.

Il gruppo di controllo ha svolto una normale attività scolastica.

Nel mese di settembre 2016 ai due gruppi sono stati somministrati i test delle figure 20, 21, 22 e 23.

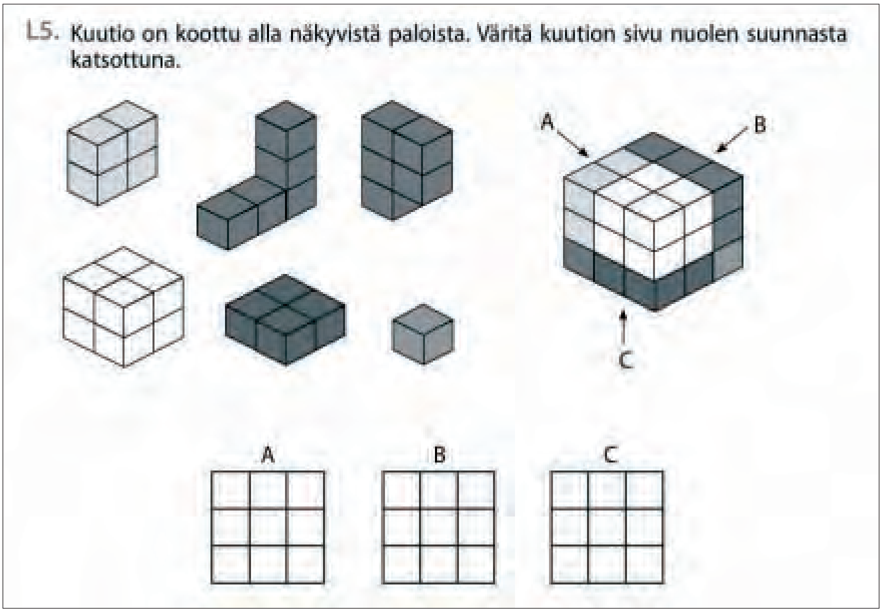


Fig. 20 – Test 1 – Matikka 5 Syksy*, p. 108*

ISBN 9788835101581

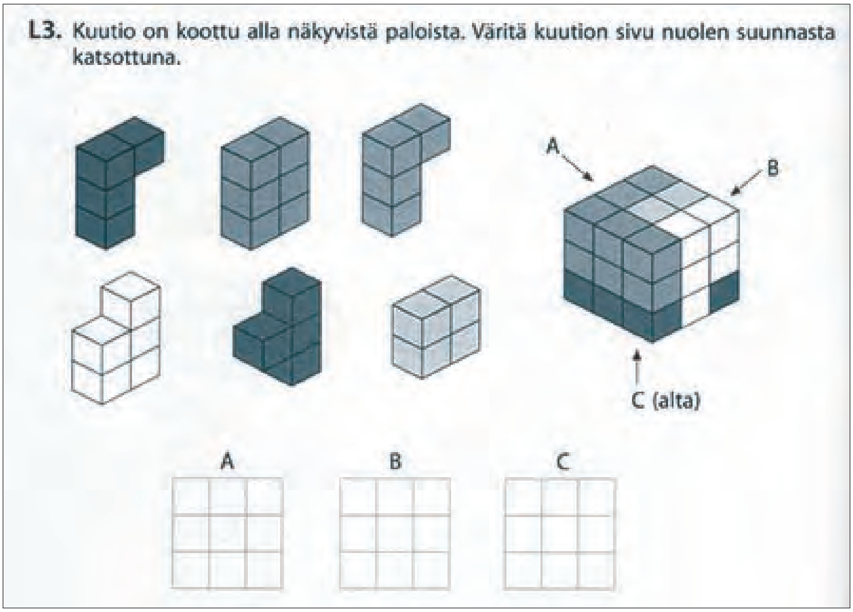


Fig. 21 – Test 2 – Matikka 5 Syksy*, p. 110*

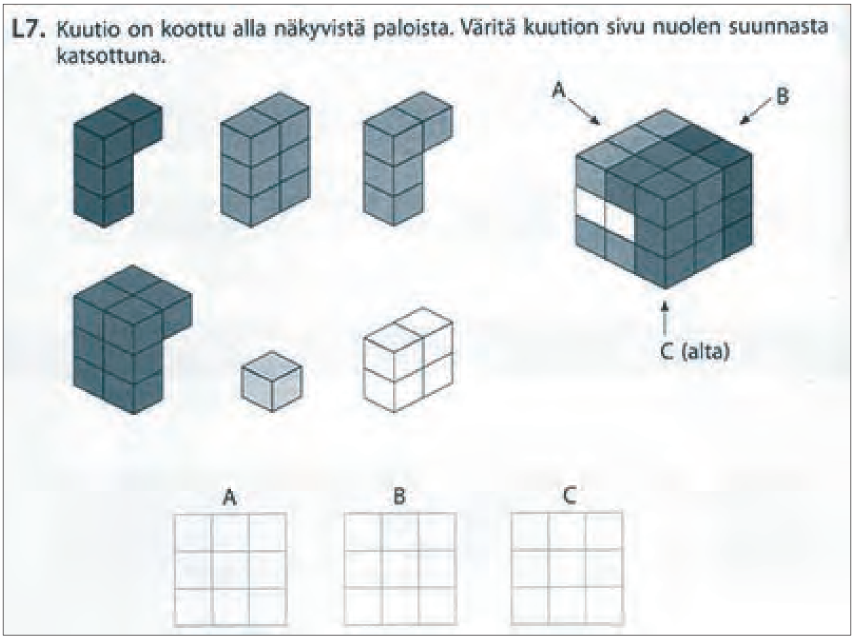


Fig. 22 – Test 3 – Matikka 5 Syksy*, p. 118*

ISBN 9788835101581

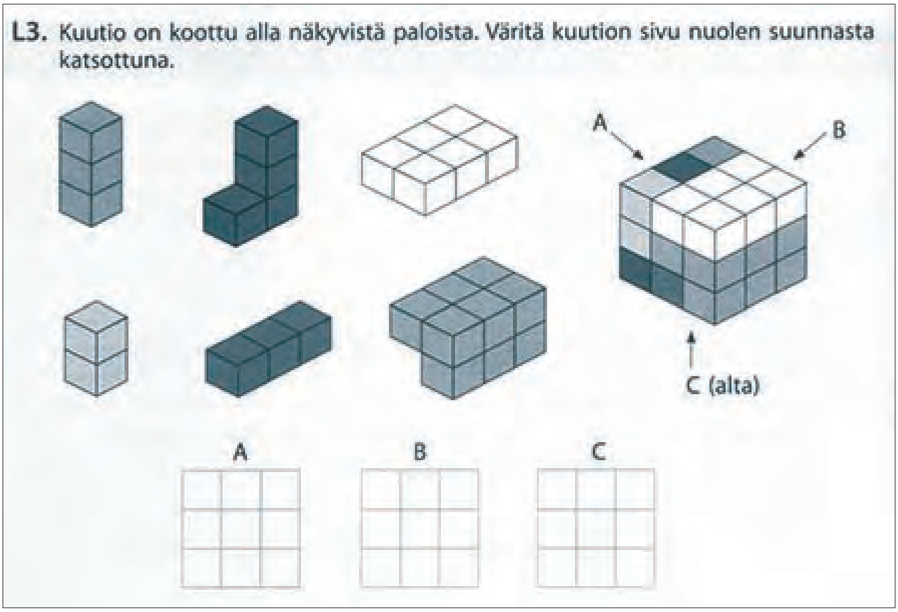


Fig. 23 – Test 4 – Matikka 5 Syksy*, p. 122*

La figura 24 mostra i risultati della ricerca.

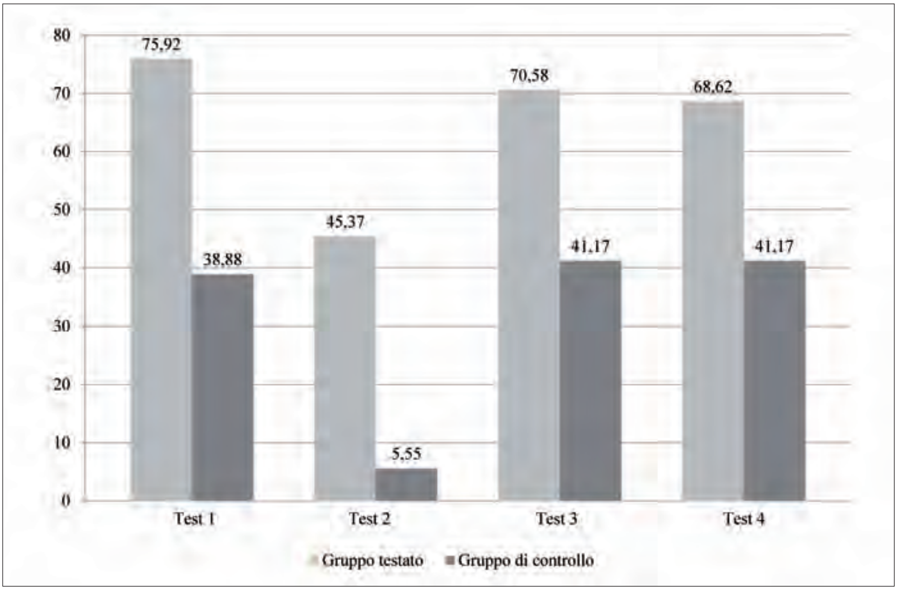


Fig. 24 – Immagine mentale… o cubo di Rubik? Risultati del test in %

ISBN 9788835101581

Conclusioni – In tutti e quattro i test del cubo le capacità immaginative dello spazio tridimensionale risultano superiori nel gruppo trattato rispetto a quello di controllo.

2.5. La Matematica finlandese a Lucca: i risultati di una ricerca

I risultati di questa ricerca sono stati presentati all'EDA (European Dyslexia Association) Autumn Seminars di Monaco di Baviera nell'ottobre 2017 (Piccinini, 2017).

Scopo della ricerca – Verificare le abilità logiche, di calcolo e la capacità di risoluzione dei problemi degli alunni di due classi quinte impegnate nei test INVALSI che, nei cinque anni della scuola primaria, hanno utilizzato un libro di Matematica in lingua finlandese, oltre che una metodologia che ne completa gli obiettivi.

Procedura – Gli alunni hanno svolto il test INVALSI di Matematica della classe quinta, seguendo la regolare procedura. I risultati sono stati tabulati e confrontati con quelli delle classi campione (vedi tabella 3).

Conclusioni – Le risposte corrette del gruppo trattato risultano superiori a quelle delle classi campione (70,56% vs 56,3%).

Considerazioni – Fare un'analisi approfondita richiederebbe molto tempo, resta però da dire che il test INVALSI di Matematica dell'anno scolastico 2016-2017 è stato la naturale conclusione di un percorso di studi durato cinque anni e basato sul piacere di studiare la Matematica seguendo strade alternative a quelle tradizionali.

Indubbiamente gli item nazionali di Matematica rappresentano una bella sfida per tutti i bambini italiani. Questa sfida è stata raccolta e affrontata dalle due classi con il piacere di potersi "battere" in un campo a loro familiare, quello della pratica didattica quotidiana.

Alcune riflessioni – In questi cinque anni, per quanto riguarda gli aspetti "logistici":

– sono stati assegnati pochi compiti a casa;
– i compiti delle vacanze sono stati "operativi" e vicini ai bisogni reali dei bambini (gioca a scacchi, prepara un dolce, cuci un vestito alla bambola, salta la corda…);
– **è stata fatta una pausa di 15 minuti ogni 45 di lezione**, durante la quale i bambini sono usciti regolarmente in giardino;
– in generale si è cercato di rendere autonomi i bambini nello svolgimento dei compiti loro assegnati.

ISBN 9788835101581

Tab. 3 – Risultati – INVALSI a.s. 2016/2017 – Classe V – Totale risposte corrette

D1	*D2*					*D3*	*D4*	*D5*	*D6*	*D7*	*D8*	*D9*	*D10*		
	A	*B*	*C*	*D*	*E*								*A*	*B*	*C*
62,40	70,00	73,10	91,66	59,50	81,10	75,85	75,45	59,20	70,20	45,50	62,15	62,3	46,05	56,75	83,65
71,90	55,30	70,80	85,90	58,10	79,00	54,40	55,10	35,40	56,80	30,70	41,60	26,7	39,30	46,40	47,50

D11	*D12*	*D13*		*D14*	*D15*			*D16*	*D17*	*D18*	*D19*	*D20*	*D21*	*D22*	
		A	*B*		*A*	*B*	*C*							*A*	*B*
67,70	72,55	86,55	64,65	59,20	69,90	91,95	92,10	70,20	83,75	35,05	67,25	62,00	59,20	89,20	91,80
46,09	60,00	76,60	34,30	22,50	77,70	81,50	61,30	61,60	58,80	55,60	42,20	41,10	29,30	81,40	85,22

D23	*D24*				*D25*	*D26*	*D27*	*D28*	*D29*	*D30*	*D31*	*D32*	*D33*
	A	*B*	*C*	*D*									
70,5	75,75	80,85	75,75	81,0	58,9	45,75	45,75	56,4	86,55	86,4	83,65	83,65	73,1
40,4	66,9	70,2	74,8	57,4	47,0	39,8	39,4	58,6	73,3	69,1	68,8	70,9	82,5

Alunni che usano metodica finlandese – risposte corrette 70,56%

INVALSI gruppo di controllo – risposte corrette 56,3%

ISBN 9788835101581

A proposito del libro utilizzato:

– problemi ed esercizi non sono banali, le modalità di presentazione sviluppano la capacità di osservazione, di riflessione e logiche (vedi, come esempio, la figura 25: Che cosa chiede il problema? Ne sono certo? Quali dati ho a disposizione?...);
– per le sue particolari caratteristiche anche la lingua finlandese si è rivelata un potente mezzo per sviluppare la logica. Essendo una lingua agglutinante, infatti, i bambini hanno dovuto dividere le parole in parti significative, intuirne la radice, individuare nell'ordine random della sua particolare sintassi la costruzione soggetto-verbo-oggetto… per comprendere il testo di un problema;
– essi, inoltre, hanno dovuto utilizzare la triangolazione finlandese-inglese-italiano per giungere a un significato sintatticamente e logicamente corretto.

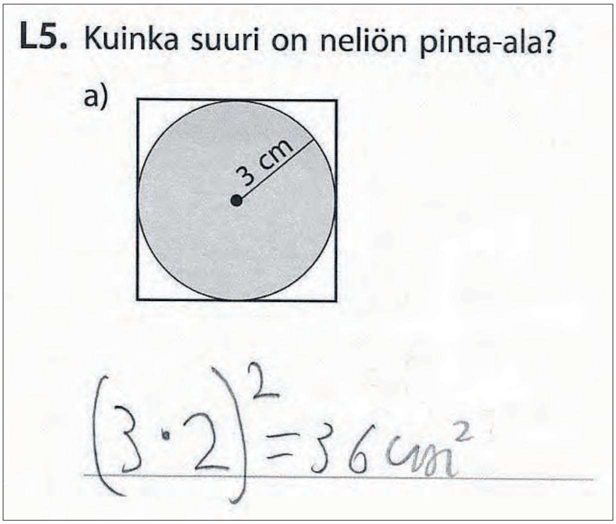


Fig. 25 – Matikka 5 Syksy*, p. 168*

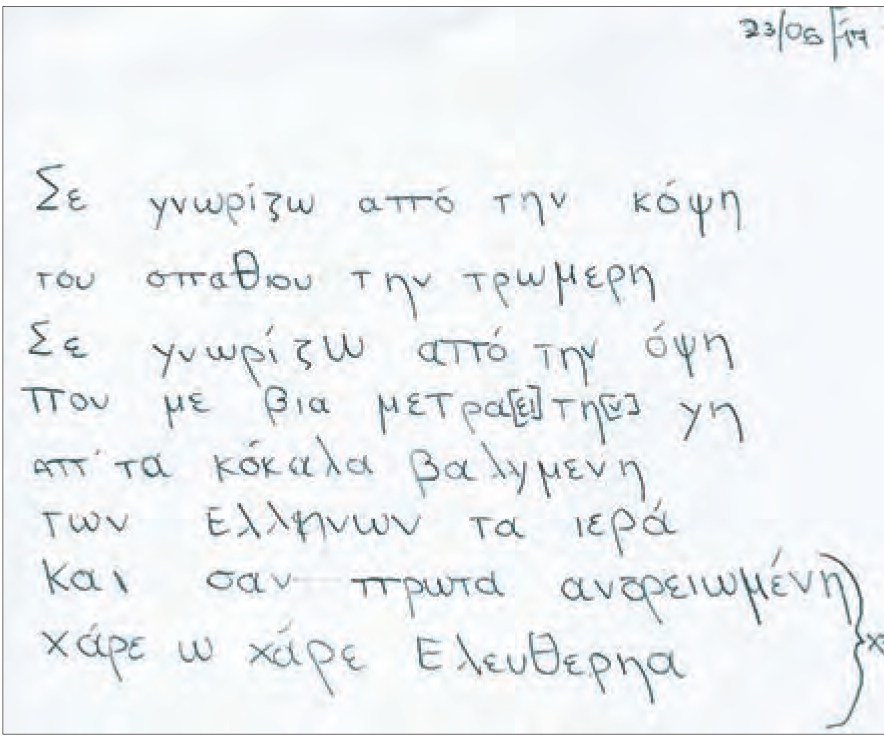
Ecco le riflessioni di un bambino in classe terza: "Maestra, il traduttore di Google dice che *neliö* vuol dire *piazza* ma nel problema la parola *piazza* non c'entra per nulla… sai che faccio? Provo con l'inglese…

Ho trovato: in inglese *neliö* si traduce con *square* che vuol dire *piazza* ma vuol dire anche *quadrato*. Ecco, ora ho capito, si parla di un *quadrato*!". E così è stato per *kiertä* che, nel testo del problema, non poteva essere una *ruota* ma, assumendo il significato di *to go around*, indicava un percorso di cui si richiedeva la misura…

ISBN 9788835101581

Anche le canzoni imparate dai bambini sono state utili perché hanno potenziato:

– la discriminazione uditiva, consentendo di riconoscere nel testo di un problema o di un esercizio parole presenti in altri contesti;
– la memoria di parole e di non parole;
– la curiosità verso le lingue in generale. I bambini cantano con una buona pronuncia gli inni nazionali della Finlandia, della Francia, del Regno Unito, degli USA, della Germania, della Grecia e quello dell'Europa in latino. Naturalmente conoscono la versione integrale dell'inno d'Italia). Vedi, come esempio, l'inno nazionale della Grecia nella figura 26.


23/05/17

Σε γνωρίζω από την κόψη
του σπαθιου την τρωμερη
Σε γνωρίζω από την όψη
που με βια μετρα[ει] τη[ν] γη
απ' τα κόκαλα βαλγμενη
των Ελληνων τα ιερά
και σαν πρωτα ανδρειωμένη
χάρε ω χάρε Ελευθερηα
x3

Fig. 26 – L'inno nazionale greco scritto da un bambino durante una verifica

L'attività didattica, come si può capire, è stata intensa ma anche stimolante e piacevole e i bambini hanno frequentato volentieri e con profitto. Nel mese di agosto 2016, a completamento del lavoro svolto, è stata organizzata una vacanza-studio presso la Pansion Koulu di Turku, in Finlandia. Inutile dire che l'entusiasmo è salito alle stelle.

ISBN 9788835101581

Riferimenti bibliografici

Cazzago P. (1986), *Psicomotricità e spazio-tempo, strutture e ritmi*, La Scuola, Brescia.

Furth G., Wachs H. (1980), *Il pensiero va a scuola*, Giunti Barbèra, Firenze.

Okkonen-Sotka P., Sintonen A.M., Uus-Leponiemi T. (2012), *Matikka 1-6 Syksy-Kevät*, Sanoma Pro Oy, Helsinki (Finlandia).

Piccinini P. (2013, ottobre), *Agnosie tattili e calcolo: il tablet può essere una risorsa?,* relazione presentata al congresso annuale AIRIPA-Onlus su “I disturbi dell’apprendimento”, Pordenone, Abstract pubblicato negli atti del convegno.

Piccinini P. (2014, ottobre), *Lo studio di una lingua straniera può aiutare a sviluppare le capacità mnemoniche e di discriminazione uditiva nei bambini?*, relazione presentata al congresso annuale AIRIPA-Onlus su I” disturbi dell’apprendimento”, Lucca, abstract pubblicato negli atti del convegno.

Piccinini P. (2015, ottobre), *Moltiplicare o dividere? Testo vs immagine per risolvere i problemi matematici*, poster presentato al congresso annuale AIRIPA-Onlus su “I disturbi dell’apprendimento”, Pesaro, abstract pubblicato negli atti del convegno.

Piccinini P. (2016, ottobre), *Immagine mentale… o cubo di Rubik?*, relazione presentata al congresso annuale AIRIPA-Onlus su “I disturbi dell’apprendimento”, Pesaro, abstract pubblicato negli atti del convegno.

Piccinini P. (2017, ottobre), *Can Finnish Mathematics be an help for Dyslexic Students?*, poster presentato al Seminario di autunno dell’Associazione europea della dislessia, Monaco, Germania, abstract pubblicato negli atti online del convegno.

ISBN 9788835101581

10. La difficoltà dei quesiti di riflessione sulla lingua nelle prove INVALSI

di Zuzana Toth

Il presente lavoro esamina i risultati di alcune domande di riflessione sulla lingua nelle prove INVALSI di Italiano, somministrate nelle classi II della scuola secondaria di II grado. In questo ordine di scuola si manifesta una differenza costante nei risultati ottenuti dalle varie tipologie d'istituto (licei, istituti tecnici e istituti professionali). La percentuale più alta di risposte corrette si osserva nei licei, seguiti dagli istituti tecnici e dagli istituti professionali. La differenza tra licei e istituti professionali si muove tra circa 14 e 45 punti percentuali, e la dimensione di tale distanza non sembra direttamente collegabile né alla difficoltà della domanda a livello nazionale, né all'argomento grammaticale messo a fuoco dal quesito.

L'assenza di una relazione diretta tra queste variabili suggerisce che l'esito di una domanda sia influenzato da una varietà di fattori, non solo di natura cognitiva, ma anche di tipo socio-affettivo. Il presente lavoro si configura come uno studio pilota e fa parte di un progetto di ricerca più ampio[1], volto a esplorare i fattori che incidono sulle risposte degli studenti ai quesiti grammaticali nelle varie tipologie di istituto. Lo studio si basa sull'analisi dei ragionamenti grammaticali di alcuni studenti di un istituto professionale, che spiegano le loro risposte ad alcuni quesiti INVALSI, per capire se è possibile ricavarne qualche indicazione circa i fattori che influenzano le loro risposte.

[1] Questo lavoro è stato svolto nell'ambito di un assegno di ricerca conferito dall'INVALSI, per un progetto PON dal titolo "Misurazione diacronico-longitudinale dei livelli di apprendimento degli studenti".

ISBN 9788835101581

1. La riflessione sulla lingua nelle prove INVALSI

Come si evince dal Quadro di riferimento della prova di Italiano (INVALSI, 2013, p. 4), la capacità di riflettere sulla lingua è valutata attraverso una serie di quesiti grammaticali, che costituiscono circa il 20% della prova di Italiano. Tali quesiti sono formulati con l'obiettivo di valutare "la capacità di operare analisi di tipo funzionale e formale, anziché una categorizzazione astratta e fine a se stessa" (ivi, p. 42). Per rispondere a queste domande è dunque necessario ragionare su dati e fenomeni linguistici, sfruttando non solo le conoscenze esplicite circa il funzionamento della lingua apprese a scuola, ma anche la propria sensibilità linguistica.

1.1. I risultati dei quesiti di riflessione sulla lingua

In base ai risultati, analizzati secondo il modello di Rasch, i quesiti INVALSI possono essere suddivisi in tre gruppi: domande difficili, domande di difficoltà media e domande facili. La relativa difficoltà di una domanda è ricavabile dall'indice "Delta", uno score standardizzato con media 0 e deviazione standard 1.

L'indice Delta viene calcolato in base ai risultati osservati a livello nazionale. Inoltre, i risultati relativi alla seconda classe della scuola secondaria di II grado vengono scorporati per tipo di scuola e riportati in termini percentuali nel Rapporto sui risultati pubblicato ogni anno sul sito internet dell'INVALSI. Questi dati rivelano una distanza significativa tra i risultati ottenuti nelle varie tipologie di istituto. La percentuale più alta di risposte corrette si osserva nei licei, seguiti dagli istituti tecnici e infine dagli istituti professionali. Questo fenomeno emerge con regolarità, ed è osservabile in tutte le domande di grammatica INVALSI somministrate nel periodo tra l'a.s. 2011-2012 e l'a.s. 2016-2017.

Per il presente studio sono state esaminate trenta domande, somministrate nel periodo sopra indicato, afferenti ai seguenti ambiti di riflessione sulla lingua:morfologia, sintassi e testualità. Diciassette domande hanno un indice Delta compreso fra -1 e +1, e sono considerate di media difficoltà. Quattro domande hanno una difficoltà superiore a +1, nove domande invece hanno una difficoltà inferiore a -1. Come si evince dalla tab. 1, che riporta queste domande in ordine di distanza crescente tra licei e istituti professionali, lo svantaggio degli istituti professionali varia da un minimo di 14,8% a un massimo di 45%, mentre non è osservabile una relazione diretta tra la dimensione della distanza e la difficoltà della domanda a livello nazionale, indicata dall'indice Delta, e/o l'argomento su cui verte la domanda.

ISBN 9788835101581

Tab. 1 – Domande di II secondaria di II grado in ordine di distanza crescente tra tipologie d'istituto

Codice domanda	*Distanza tra licei e istituti professionali %*	*Argomento della domanda*	*Delta*
E5, 2013	14,8	Significato di una congiunzione	-0,52
E9, 2017	16,5	Congiuntivo dubitativo	-2,5
E4, 2017	17,9	Accordo	-1,64
E8, 2013	19,2	"Si" passivante	2,29
F2, 2012	20,2	Soggetto (frase marcata)	-1,07
F7, 2016	20,8	Significato di una congiunzione	-2,14
F2, 2016	21,2	Sostituzione del pronome relativo "di cui"	-0,24
E8, 2017	21,6	Ruolo tematico del soggetto	-0,01
E3, 2014	21,9	Categorie lessicali	-1,33
E8, 2014	22,7	Funzione sintattica della virgola	-0,05
E4, 2014	24,0	Significato di una congiunzione	-0,24
E9, 2013	26,3	Soggetto assente (verbo zerovalente)	0,01
E3, 2017	27,1	"Se" valore semantico e sintattico	1,24
E7, 2015	27,6	Struttura della frase complessa	-0,43
E9, 2014	30,3	Frase soggettiva	-0,05
F9, 2012	31,2	Anafora	-1,03
E10, 2017	31,6	"Prima" parola polifunzionale	1,11
E6, 2017	32,2	Struttura argomentale del verbo	-0,82
E10, 2013	32,5	Punteggiatura	-0,89
E1, 2013	34,6	Predicato nominale	-0,75
F3, 2016	34,8	Significato di un connettivo	-0,86
F1, 2016	36,1	"Lo" funzione di articolo o pronome	-1,11
F5, 2012	36,8	Segmentazione del testo	-0,01
E2, 2014	37,0	Categorie lessicali	-0,82
E8, 2015	37,3	Infinito in funzione di nome	-1,14
E4, 2013	37,5	Paradigma verbale	2,38
E6, 2015	38,3	Sostituzione pronome relativo "dove"	-1,27
E3, 2015	38,3	Valori del "perché" (causale, finale)	-0,89
F10, 2012	42,7	Funzione sintattica della punteggiatura	-0,55
F6, 2016	45,0	Struttura della frase complessa	0,00

In alcuni casi, la distanza tra tipologie d'istituto varia in modo significativo anche in presenza di domande che vertono su argomenti simili. La domanda 1 (codice F2 del 2016), riportata sotto, riguarda la sostituzione del pronome invariabile "di cui" con il corrispondente pronome variabile, tenendo conto del contesto frasale. Questa domanda è di media difficoltà a

ISBN 9788835101581

livello nazionale, l'indice Delta è -0,24. Lo scarto tra licei e professionali è del 21,2%, che può essere considerato moderato, dato che la distanza minima corrisponde a 14,8%.

Domanda 1 (F2, 2016)

Leggi attentamente il testo riportato qui sotto, poi rispondi alle domande che lo seguono.

Qualcuno lo potrebbe definire lo smartphone più "di tendenza" fra i giovanissimi, anche se i suoi diretti concorrenti lo superano ampiamente per le numerose funzioni di cui dispongono. A dispetto di questo limite, lo "Space TS 400" lo si ritrova fra le mani di moltissimi ragazzi e straccia tutti gli altri smartphone nelle vendite.

Quale delle forme seguenti può sostituire correttamente il pronome relativo "di cui" nella subordinata "di cui dispongono" (righe 2-3 del testo)?

a) dei quali
b) con cui
c) che
d) delle quali

La domanda 2 (codice E6, 2015) verte sullo stesso fenomeno linguistico, nel senso che richiede la sostituzione di un pronome relativo tenendo conto del contesto frasale. Questa domanda risulta facile a livello nazionale, l'indice Delta è pari a -1,27. In questo caso però, lo scarto tra i due tipi di istituto aumenta significativamente, è pari al 38,3%.

Domanda 2 (E6, 2015)

Nella frase "Nel cassetto dove di solito mettiamo i documenti non ho trovato niente", ***dove*** **è un pronome relativo che può essere sostituito da** ....

Questi dati suggeriscono che la relativa difficoltà di un quesito sia influenzata dall'interazione di una serie di fattori, non esclusivamente di natura cognitiva, ma anche di tipo socioaffettivo. La difficoltà, infatti, come osservano Housen e Simoens (2016, p. 167), non è una nozione statica e monolitica, ma un costrutto dinamico e multidimensionale. Nel caso di compiti linguistici, Housen e Simoens (*ibid.*) suggeriscono una distinzione tra due dimensioni fondamentali: una difficoltà oggettiva, legata alle caratteristiche del compito

ISBN 9788835101581

e dell'elemento linguistico messo a fuoco, e una difficoltà soggettiva, legata alle caratteristiche dell'individuo. L'alta variabilità dei risultati ottenuti dalle diverse tipologie d'istituto potrebbe essere almeno in parte attribuibile a una dimensione soggettiva della difficoltà, legata all'interazione di fattori come il coinvolgimento linguistico degli studenti e la loro consapevolezza linguistica. Il paragrafo successivo sarà dedicato all'approfondimento di questi concetti.

2. La consapevolezza linguistica e il coinvolgimento linguistico

Come si evince dal QdR (INVALSI, 2013, p. 7), la competenza grammaticale si articola in due dimensioni. La competenza implicita, acquisita in modo incidentale durante l'infanzia, consente ai parlanti di una lingua di usare migliaia di regole grammaticali in modo automatico, senza rendersene conto. Si tratta dunque di una competenza di tipo procedurale, che permette ai parlanti di adeguarsi a una norma linguistica comune, almeno per quanto riguarda i fenomeni non soggetti a variazione sociolinguistica (Paradis, 2009, pp. 2-3). Come osserva Lo Duca (2004, p. 22), la competenza implicita è "immagazzinata e già all'opera" nella testa degli alunni quando entrano a scuola, ma può essere consolidata e sollevata a livello di conoscenza esplicita grazie all'apprendimento scolastico.

La conoscenza esplicita è invece frutto di un apprendimento intenzionale, che richiede un'attenzione consapevole a fenomeni linguistici, una riflessione sulla lingua vista come sistema, mettendo in atto operazioni come l'osservazione, la classificazione, l'ordinamento di dati linguistici, la formulazione di ipotesi ecc. (Lo Duca, 2004, p. 22). Si tratta di un concetto affine a quello di consapevolezza linguistica (*language awareness*), definito dall'Association for Language Awareness come "explicit knowledge about language, and conscious perception and sensitivity in language learning, language teaching and language use".

Secondo una serie di studi condotti da Svalberg (2009, 2012, 2016, 2017), la consapevolezza linguistica è il risultato di un coinvolgimento linguistico, *engagement with language* nella terminologia della studiosa. Tale coinvolgimento ha non solo una dimensione cognitiva, ma anche una dimensione affettiva e sociale, e viene definito da Svalberg (2016, p. 11) come

> a cognitive, and/or affective, and/or social process in which the learner is the agent and language is object (and sometimes vehicle).
>
> *Cognitively*, the Engaged individual is alert, pays focused attention and constructs their own knowledge.

ISBN 9788835101581

Affectively, the Engaged individual has a positive, purposeful, willing and autonomous disposition towards the object (language, the language and/or what it represents).

Socially, the Engaged individual is interactive and initiating.

La costruzione della consapevolezza linguistica è dunque concepita come un processo complesso, che emerge dall'interazione di aspetti cognitivi e socio-affettivi. La non-linearità dell'evoluzione della consapevolezza linguistica, collegata alla complessità e alla dinamicità del processo (Larsen-Freeman, 2013), è confermata da una serie di studi che adottano il concetto di *engagement with language* (per esempio, Baralt *et al.*, 2016; Philp e Duchesne, 2016; Svalberg e Askham, 2014; Svalberg, 2015), per esaminare lo sviluppo della consapevolezza linguistica attraverso il lavoro su compiti linguistici. Il presente esperimento sposta l'attenzione verso la relazione tra il coinvolgimento dello studente e la difficoltà di un compito linguistico, un aspetto finora poco esplorato dalla ricerca.

3. Uno studio pilota condotto in un istituto professionale

L'obiettivo del presente studio pilota è stato osservare come gli studenti affrontano compiti linguistici, costituiti da quesiti grammaticali somministrati all'interno delle prove INVALSI, per ottenere informazioni circa il modo in cui il loro coinvolgimento linguistico e la loro consapevolezza linguistica possono influenzare la difficoltà soggettiva del compito.

Le domande di ricerca che hanno guidato l'esperimento sono le seguenti:

1) Che tipo di coinvolgimento linguistico è osservabile durante la soluzione di compiti linguistici?
2) In quale misura il coinvolgimento linguistico sembra influenzare le riflessioni linguistiche degli studenti?
3) Che tipo di consapevolezza linguistica emerge dagli episodi di coinvolgimento cognitivo?

3.1. Metodologia

Conformemente all'obiettivo del lavoro, la metodologia di raccolta dei dati è stata ideata in modo da poter osservare come gli studenti formulano la loro risposta ad alcuni quesiti di riflessione sulla lingua lavorando in gruppi. Se il lavoro di gruppo non rispecchia la situazione in cui gli studenti affrontano le prove INVALSI, esso permette di osservare il modo in cui i ragazzi af-

ISBN 9788835101581

frontano la grammatica lavorando tra pari, senza la presenza dell'insegnante o di un ricercatore. Per questo motivo il lavoro di gruppo è stato privilegiato all'intervista, dove la presenza dell'intervistatore e il suo modo di formulare le domande possono influenzare il coinvolgimento dei partecipanti e le loro risposte (Talmy, 2010).

Per elicitare una discussione su argomenti grammaticali, agli studenti è stato chiesto di girare un video tutorial in cui spiegano come rispondere a una serie di quesiti INVALSI. Durante il lavoro l'autrice del presente contributo e l'insegnante degli studenti si trovavano in classe, e si sono rese disponibili per chiarimenti, ma non sono intervenute nel lavoro.

Gli studenti sono stati selezionati in base alla disponibilità delle scuole, senza alcun criterio di campionamento. Nella selezione dei quesiti, tra quelli riportati nella tab. 1, si è tenuto conto della loro difficoltà a livello nazionale e della distanza tra tipologie di istituto nelle risposte corrette. Si è cercato di proporre agli studenti sia quesiti risultati facili a livello nazionale, ma che hanno generato un'ampia distanza tra tipologie d'istituto, sia quesiti più difficili a livello nazionale, per le quali la distanza tra tipologie d'istituto è risultata minore.

La raccolta dei dati si è svolta in una classe seconda dell'IPSIA "Primo Levi" di Parma[2]. I ragazzi presenti sono stati suddivisi in quattro gruppi composti da quattro o cinque persone[3]. A ciascun gruppo è stato chiesto di scegliere un coordinatore, a cui è stato affidato il compito di riprendere i compagni e moderare la discussione, in modo che ogni domanda possa essere commentata da tutti i membri del gruppo.

I video sono stati trascritti secondo le convezioni sviluppate per il corpus VOICE (*Vienna Oxford International Corpus of English*), con pochi adattamenti all'italiano. I dati sono stati analizzati in forma testuale, secondo l'approccio deduttivo dell'analisi qualitativa del contenuto (Mayring, 2014). Questa analisi consiste nella segmentazione di un testo in unità di contenuto e la classificazione di tali unità in categorie sviluppate su base teorica. In quest'ottica, anche il video è trattato come un dato testuale: "video material is treated as a text, because the categories have to be defined as a text" (Mayring, 2014, p. 44).

[2] Un ringraziamento molto sentito al preside dell'istituto, prof. Giorgio Piva e alle professoresse Margherita Campanini e Stefania Colombari, che hanno reso possibile la raccolta dei dati in una classe dell'Istituto, nonché agli studenti che hanno accettato di partecipare alla ricerca.

[3] Per mantenere l'anonimato dei partecipanti, gli studenti sono identificati con un codice composto da un numero progressivo e un numero che si riferisce al gruppo di cui facevano parte. Per esempio, il codice GR2S1 si riferisce allo studente 1 del gruppo 2.

ISBN 9788835101581

Il testo delle trascrizioni è stato segmentato in unità che suggeriscono la presenza o la mancanza di un coinvolgimento linguistico. Tali unità sono state classificate in due categorie principali, il coinvolgimento cognitivo e il coinvolgimento socio-affettivo. Gli episodi che suggeriscono un coinvolgimento cognitivo sono stati suddivisi in sotto-categorie, in base al tipo di riflessione grammaticale svolta dagli studenti, tenendo conto degli studi di Lo Duca (2004, 2012) e Bialystok (2001) sulla capacità di riflessione esplicita sulla lingua. Tali sottocategorie sono, per esempio, la messa a fuoco di un elemento linguistico, la riflessione sulle caratteristiche morfosintattiche oppure sul significato di un'espressione o una sequenza linguistica, il ricorso alla conoscenza esplicita e/o alla competenza implicita ecc.

Il primo ciclo di analisi ha riguardato circa il 50% dei dati. In questa fase a ogni categoria di classificazione sono state associate alcune unità testuali esemplificative, per agevolare successive decisioni di codifica. Per esempio, il coinvolgimento socioaffettivo dello studente GR2S1 sembra evidente nell'estratto 1, dove lo studente GR2S2 risponde in modo sbrigativo a un item, ma il suo compagno lo ferma, dimostrando la propria volontà di impegnarsi e approfondire il compito:

Estratto 1.

GR2S1 sì (.) ma mi fai leggere la frase (.) prima di dire congiunzione o eh (.) magari (.) eh?

G2RS2 non l'avevi finito? GR2S1 no.

Il coinvolgimento cognitivo sembra invece evidente nell'estratto 2, dove lo studente GR1S1 non solo indica correttamente la frase dove il verbo all'infinito assolve la funzione di nome, ma cerca anche di motivare la propria scelta in base alla sua conoscenza esplicita della lingua. Lo studente applica un criterio tipico della grammatica tradizionale, per la quale il nome è "la parte del discorso specializzata per designare 'persone, oggetti o cose'" (Simone, 2011).

Estratto 2.

GR1S1 noi abbiamo scelto la B. "il troppo ridere mi ha fatto venire le lacrime agli occhi" (.) abbiamo scelto il "troppo ridere" perché si può intendere sia come verbo all'infinito che nome (.) cioè il troppo (.) ridere (.) è un'azione che compio ma è anche una cosa.

Dopo aver completato l'analisi del 50% dei dati, le sottocategorie sono state riviste e leggermente modificate. Per esempio, le categorie di coinvolgimento sociale e affettivo sono state unite perché in molti casi la distinzione

ISBN 9788835101581

tra queste due dimensioni sembrava problematica e non direttamente rilevante per l'obiettivo del lavoro.

4. Analisi dei dati

La frequenza delle prese di parola all'interno dei gruppi, riportata nella tab. 2, allude alla presenza di un'ampia variabilità nel coinvolgimento degli studenti, da un punto di vista sia quantitativo che qualitativo (Svalberg, 2009). Il coinvolgimento socio-affettivo appare ridotto nei gruppi 1, 3 e 4, dove la bassa frequenza dei turni di parola è collegata alla mancanza di interazione fra gli studenti. Il compito viene svolto da una sola persona, mentre gli altri si limitano a interventi occasionali. Il gruppo 2 invece si mostra più coinvolto degli altri, ed è l'unico gruppo in cui tutti e quattro gli studenti intervengono sui video.

Tab. 2 – Frequenza delle prese di parole all'interno dei gruppi

	Gruppo 1	*Gruppo 2*	*Gruppo 3*	*Gruppo 4*
Frequenza di turni di parola	4	120	13	17

Un limite collegato alla metodologia del presente esperimento è l'impossibilità di osservare la qualità del coinvolgimento da parte di ragazzi più timidi, che possono assumere il ruolo di "active listener" (Svalberg e Askham, 2014, p. 132) e impegnarsi nella soluzione del compito senza esplicitare ad alta voce il proprio ragionamento. Nello studio condotto da Svalberg e Askham (2014) e da Svalberg (2015), questo limite metodologico è stato affrontato conducendo delle interviste con gli studenti, e chiedendo loro di annotare in un diario le proprie impressioni sul lavoro svolto. Data la disponibilità limitata dei ragazzi, raccogliere dati di questo tipo non è stato possibile nel caso del presente esperimento. I paragrafi che seguono si limiteranno all'analisi degli episodi in cui il coinvolgimento degli studenti è deducibile in primo luogo dalle loro interazioni verbali.

4.1. Il coinvolgimento socio-affettivo

Come anticipato nel paragrafo precedente, la mancanza di interazione tra i ragazzi del gruppo 1 suggerisce un ridotto coinvolgimento socio-affettivo. Questo gruppo affida lo svolgimento del compito a un solo ragazzo, che si impegna molto e gira tutti i video da solo. Gli altri studenti preferiscono non

ISBN 9788835101581

intervenire, al contrario, qualche volta si alzano e si allontanano dal gruppo. Questo atteggiamento suggerisce che il loro silenzio non sia dovuto alla timidezza, ma a un ridotto coinvolgimento socio-affettivo, che si traduce anche in una mancanza di coinvolgimento cognitivo.

Il gruppo 4 appare più impegnato. Sebbene le domande siano commentate da una sola persona, occasionalmente intervengono anche gli altri studenti. I loro interventi sono per lo più richieste di specificazione, come osservabile nell'estratto 4[3].

Estratto 3.
GR4S1 io metterei la [frase] *e* il primo(.) GR4S2: è la principale quindi?
GR4S1: la *e* è la principale
GR4S2: LA frase principale è la *e* (.)

I membri del gruppo 3 dividono i compiti fra di loro e girano i video prevalentemente in autonomia, con pochi interventi da parte dei compagni. Il loro coinvolgimento nel compito appare moderato dal punto di vista socioaffettivo. Lo studente GR3S3 gira due video su quattro, e in entrambi i casi si limita a indicare la risposta che ritiene corretta, senza dilungarsi sui motivi della sua scelta. Lo studente GR2S1 invece mostra volontà di impegnarsi e cerca di riflettere ad alta voce. Tuttavia, i compagni lo spingono a rispondere in fretta, senza approfondire le sue riflessioni. Su alcuni video in sottofondo si sentono due ragazzi che discutono di argomenti non inerenti al compito.

Il coinvolgimento socio-affettivo più ampio si osserva nel gruppo 2, l'unico in cui tutti e quattro gli studenti intervengono sui video, sono aperti alla discussione, seguono i ragionamenti dei compagni e interagiscono fra di loro. Il coinvolgimento socio-affettivo permette ai ragazzi di non arrendersi di fronte a compiti che appaiono difficili, come osservabile nell'estratto 4. Questo estratto rappresenta uno dei casi, abbastanza frequenti in questo gruppo, in cui uno degli studenti perde la pazienza e la volontà di affrontare il compito, ma l'impegno degli altri membri del gruppo permette di portare avanti la discussione.

Estratto 4.
GR2S1 […] sì (.) ciao (.) capito niente.

GR2S2 no (.) dai (.) ho capito (.) eh? dobbiamo sostituire (.) GR2S1 dai (.) basta (.) da da da (.) GR2S2 no (.) dobbiamo sostituire.

[4] L'estratto 1 si riferisce a una domanda che chiede di rappresentare in uno schema le relazioni sintattiche all'interno di un periodo, già suddiviso in frasi contrassegnate da lettere (domanda F6, 2016).

ISBN 9788835101581

La disponibilità del gruppo 2 a lavorare in modo autonomo, uno dei descrittori della dimensione affettiva del coinvolgimento (Philp e Duchesne, 2016, p. 56), si manifesta non solo nella qualità, ma anche nella quantità dei video girati. Questo gruppo, dopo aver preparato i quattro video dell'unità assegnata, ha accettato di girarne altri tre[5].

4.2. Il coinvolgimento cognitivo

L'interazione del coinvolgimento socioaffettivo con la dimensione cognitiva sembra uno dei fattori che possono aumentare la difficoltà soggettiva delle domande. Questo fenomeno è osservabile in alcuni video girati da gruppi meno coinvolti, per esempio quello relativo alla domanda 1 (codice F2, 2016), girato dal gruppo 3. Per la comodità del lettore si ricorda che la domanda riguarda la sostituzione del pronome *di cui* nella frase "Qualcuno lo potrebbe definire lo smartphone più 'di tendenza' fra i giovanissimi, anche se i suoi diretti concorrenti lo superano ampiamente per le numerose funzioni di cui dispongono".

Estratto 5.
GR3S3: in questo punto qua F2 (.) devi puntare anche qua (.) dice che con quale pronome possiamo sostituire il pronome "di cui" (.) come possiamo sostituire nella frase "di cui dispongono" (1) io dire: i (.) ehm (.) "dei quali" (.) però non so spiegare perché (.) cioè il video finisce così (.) ragazzi (1) non ho capito neanch'io (.) finito.

L'affermazione di non aver capito il compito può riferirsi alla mancata comprensione del termine tecnico "pronome relativo" utilizzato nella consegna. Tuttavia, il suo significato è deducibile dal contesto. La domanda chiama in causa soprattutto la competenza implicita, nel senso che lo studente può limitarsi a scegliere l'alternativa che non urta la sua sensibilità linguistica, senza spiegare esplicitamente che in questo caso il pronome "di cui" sostituisce "le numerose funzioni", perciò la forma analitica corrispondente è "delle quali", che concorda nel genere e numero con l'antecedente.

L'estratto 5, che rappresenta il testo completo del video, suggerisce che la scelta di una risposta errata in questo caso sia riconducibile al coinvolgimento dello studente, che appare ridotto in tutte le sue dimensioni, cognitivo, affettivo e sociale. Lo studente infatti non fa alcun riferimento al contesto o alle altre alternative di risposta, e nemmeno gli altri membri del gruppo cercano di sviluppare un ragionamento più analitico.

[5] I video aggiuntivi girati dal gruppo 3 non sono stati presi in considerazione per confrontare il numero dei turni di parola tra i gruppi.

ISBN 9788835101581

L'elevato coinvolgimento di un singolo studente, che non si lascia scoraggiare dal distacco dei suoi compagni, è invece osservabile nel gruppo 1. Questo gruppo affida il compito a una sola persona, che assomma su di sé tutte le caratteristiche di uno studente coinvolto, nel senso che è "cognitively alert and focused on the task, affectively purposeful, willing, and autonomous, and socially interactive and initiating" (Svalberg e Askham, 2014, p. 122).

Questo studente gira da solo tutti e quattro i video cercando, qualche volta, di coinvolgere anche i compagni. Egli risponde correttamente a tre domande su quattro, motivando esplicitamente le proprie scelte. Le sue spiegazioni sono piuttosto sintetiche, ma corrette o almeno accettabili dal punto di vista grammaticale, come osservabile nell'estratto 6, che si riferisce alla domanda 3 (codice E3, 2017), risultata difficile a livello nazionale, con un indice Delta pari a 1,24.

Domanda 3.

Nei periodi che seguono il *se* introduce o una frase ipotetica o una frase interrogativa indiretta. Indica la funzione sintattica del *se* in ciascun periodo.

Metti una crocetta per ogni riga.

		Se introduce una frase ipotetica	*Se introduce una frase interrogativa indiretta*
a)	Non mi hanno ancora detto se vengono a cena	☐	☐
b)	Se mi chiedessero la strada per il Duomo non saprei rispondere	☐	☐
c)	Vogliono partire oggi, ma se non si sbrigano…	☐	☐
d)	Volevo sapere se aveva fame o sete, ma non capivo la sua lingua	☐	☐
e)	Possiamo parlare con calma se vieni a casa mia verso le otto	☐	☐
f)	Gli chiese se per caso avesse sentito suonare il campanello	☐	☐

Lo studente osserva che mentre una frase ipotetica "ipotizza", un'interrogativa indiretta "è una domanda senza però il punto di domanda". Facendo affidamento a questa definizione, come si può osservare nell'estratto 6, lo studente risponde correttamente a tutti gli item di questa domanda, alla quale solo l'11% degli studenti degli istituti professionali ha saputo rispondere a livello nazionale.

ISBN 9788835101581

Estratto 6.

GR1S1: A (.) “non mi hanno ancora detto se vengono a cena” (.) per noi è una frase interrogativa indiretta perché (.) perché (.) è una domanda però senza il punto di domanda (.) B (.) “se mi chiedessero la strada per il Duomo non saprei rispondere” (.) per me è una frase ipotetica perché ipotizzo (.) che se mi chiedessero la strada per il Duomo non saprei come rispondere (.) quindi ipotizzo (.)

4.3. La consapevolezza linguistica

La qualità degli episodi di coinvolgimento cognitivo è collegata anche alle conoscenze esplicite dello studente e alla sua capacità di mettere a fuoco e analizzare gli elementi linguistici necessari alla soluzione del compito.

L’interazione di queste variabili è osservabile nell’estratto 7, che si riferisce alla domanda 2 (codice E6, 2015), riportata nel paragrafo 1.1. Questa domanda riguarda la sostituzione della parola “dove”, usata come pronome relativo, nella frase “Nel cassetto dove di solito mettiamo i documenti non ho trovato niente”.

Estratto 7.

GR2S3 innanzitutto il pronome è quello che (1)

GR2S2 ehm (.) che viene prima del nome (.) no? ehm (.) vedi (.) GR2S3 no (.) no

GR2S1 no

GR2S3 il pronome: GR2S1 il pronome è: è: è:

GR2S2 perché *pro* (.) cioè prima (.) e nome è nome

GR2S1 comunque (.) come potremmo formulare la frase? perché “Nel cassetto dove di solito mettiamo i documenti non ho trovato niente” (.) quindi è “nel”? “nel cassetto” è “nel” il pronome? quindi potremmo sostituirlo con “il” invece che “nel”.

Come si vede, in questo caso la difficoltà soggettiva della domanda sembra almeno in parte attribuibile all’interazione tra il coinvolgimento cognitivo e la conoscenza esplicita della lingua. Non aver capito che il compito era incentrato sulla parola “dove”, usata come pronome relativo, come chiaramente indicato dalla consegna stessa, allude a un ridotto coinvolgimento cognitivo. La definizione di *pronome* come “[parola] che viene prima del nome” rivela invece una lacuna nelle sconoscenze esplicite degli studenti.

Dall’estratto 7 si evince dunque che una competenza esplicita più sicura, unita a un coinvolgimento cognitivo più elevato, avrebbe permesso ai ragazzi di cogliere informazioni esplicitamente date nella consegna e di mettere a fuoco l’elemento linguistico su cui lavorare.

ISBN 9788835101581

Un esempio affine è la riflessione del gruppo 4 relativamente alla domanda F6, 2016. Questa domanda richiede di rappresentare in uno schema le relazioni di coordinazione e subordinazione tra le frasi che formano il periodo che segue, già suddiviso in frasi, contrassegnate da lettere: (a) Se vogliamo arrivare alla stazione in tempo / (b) in modo da prendere l'ultimo treno / (c) e arrivare a casa prima di notte / (d) dobbiamo rinunciare alla gita / (e) e fare subito le valigie.

Lo studente GR4S1 sembra riconoscere le relazioni di coordinazione e subordinazione, ma non riesce a esplicitare i criteri di analisi da utilizzare, come osservabile nell'estratto 8. Anche se individua correttamente la frase principale, egli inserisce nel riquadro riservato alla frase principale la frase e, mentre riporta la frase *d* nel riquadro della coordinata alla principale.

Estratto 8.

GR4S2: dobbiamo capire qual è la frase principale.

GR4S1: allora (.) io direi (.) dobbiamo rinunciare alla gita e fare subito le valigie (.) e: in modo da prendere (.) in modo da prendere l'ulti l'ultimo treno (.) no (2) dobbiamo rinunciare alla gita (.) io direi dobbiamo rinunciare alla gita poi (.) io direi dobbiamo rinunciare subito alla gita e fare subito le valigie (1)

[…]

L'assenza di qualsiasi riferimento alle caratteristiche sintattiche dei diversi tipi di frase suggerisce la mancanza di conoscenze esplicite, mentre l'inserimento della frase principale nel riquadro sbagliato può essere interpretato come la spia di un ridotto coinvolgimento cognitivo.

Per riassumere, dagli estratti 7 e 8 si deduce che una competenza esplicita più sicura e un coinvolgimento cognitivo più elevato avrebbero permesso agli studenti di individuare la risposta corretta. La difficoltà soggettiva delle domande commentate dai ragazzi sembra dunque collegata all'interazione di questi due fattori.

5. Conclusioni

I dati presentati in questo contributo sono pochi, e vanno certamente integrati per poterne ricavare una qualche conclusione generale. L'ambizione principale di questo esperimento è stato infatti ottenere indicazioni metodologiche per impostare ricerche più mirate.

L'analisi dei dati suggerisce che la difficoltà soggettiva dei compiti sia influenzata da una varietà di fattori che interagiscono, formando un sistema complesso (Larsen-Freeman, 2013). Il coinvolgimento degli studenti sembra

ISBN 9788835101581

uno di questi fattori. Spesso infatti la scelta di una risposta errata sembra dovuta al mancato coinvolgimento socioaffettivo da parte del gruppo, che si traduce in uno scarso impegno cognitivo. Gli studenti nei gruppi meno coinvolti danno spesso risposte sbrigative, senza leggere attentamente il compito ed esaminare i dati linguistici proposti, come osservabile nell'estratto 5.

Un limite metodologico di questa ricerca è l'impossibilità di esaminare perché alcuni studenti restano in silenzio, e di approfondire i casi in cui gli studenti danno risposte sbrigative. Per questo motivo, una ricerca più mirata dovrà prevedere delle interviste basate sui video e anche un riscontro informale da parte degli studenti, come proposto da Svalberg e Askham (2014).

L'analisi degli episodi di coinvolgimento cognitivo suggerisce che la necessità di ricorrere alla conoscenza esplicita della lingua costituisca un elemento di difficoltà. Questo tipo di difficoltà è osservabile nei compiti che utilizzano una terminologia tecnica, ma soprattutto nei compiti che richiedono un'analisi morfologica o sintattica di dati linguistici, come esemplificato negli estratti 7 e 8.

Naturalmente non mancano casi in cui il coinvolgimento consente allo studente di focalizzare la propria attenzione sul compito e sfruttare la propria consapevolezza linguistica indicando la risposta corretta, anche quando la domanda risulta difficile a livello nazionale (estratto 6).

Una ricerca più mirata è necessaria per esaminare più a fondo come queste variabili possono incedere sulla difficoltà dei compiti, raccogliendo dati non solo in un istituto professionale ma anche in un liceo.

Riferimenti bibliografici

Baralt M., Gurzynski-Weiss L., Kim Y. (2016), "Engagement with the language. How examining learners' affective and social engagement explains successful learner-generated attention to form", in M. Sato, S. Ballinger (*eds.*), *Peer Interaction and Second Language Learning. Pedagogical potential and research agenda*, John Benjamins, Amsterdam/Philadelphia.

Bialystok E. (2001), *Bilingualism in Development: Language, Literacy, and Cognition*, Cambridge University Press, Cambridge.

Housen A., Simoens H. (2016), "Introduction: Cognitive Perspectives on Difficulty and Complexity in L2 Acquisition", *Studies in Second Language Acquisition*, 38, pp. 163-175.

INVALSI (2013), *Quadro di riferimento della Prova di Italiano. La prova di Italiano nell'obbligo di istruzione*, versione aggiornata il 02.04.2013, https://INVALSI-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR_Italiano_Obbligo_Istruzione.pdf, data di consultazione 5/9/2019.

ISBN 9788835101581

Larsen-Freeman D. (2013), “Introduction. Complexity Theory: A New Way to Think”, *Revista Brasileira de Linguística Aplicada*, 13, pp. 2, 369-373.

Lo Duca M.G. (2004), *Esperimenti grammaticali. Riflessioni e proposte sull’insegnamento della grammatica dell’italiano*, Carocci, Roma.

Lo Duca M.G. (2012), “Tra competenza metalinguistica e curricolo grammaticale: una lezione inascoltata di Monica Berretta”, in G. Bernini, C. Lavinio, A. Valentini, M. Voghera (a cura di), *Competenze e formazione linguistiche. In memoria di Monica Berretta*, Guerra, Perugia.

Mayring P. (2014), *Qualitative Content Analysis: Theoretical Foundation, Basic Procedures and Software Solution*, Gesis, Klagenfurt, http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0168-ssoar-395173, data di consultazione 5/9/2019.

Paradis M. (2009), *Declarative and Procedural Determinants of Second Language*, John Benjamins, Amsterdam.

Philp J., Duchesne S. (2016), “Exploring Engagement in Tasks in the Language Classroom”, *Annual Review of Applied Linguistics*, 36, pp. 50-72.

Simone R. (2011), “Nomi”, in G. Berruto, P. D’Achille (a cura di), *Enciclopedia dell’Italiano*, Istituto dell’Enciclopedia Italiana, Roma, http://www.treccani.it/enciclopedia/nomi_(Enciclopedia-dell%27Italiano)/ data di consultazione 5/9/2019.

Svalberg A.M.L. (2009), “Engagement with Language: Interrogating a Construct”, *Language Awareness*, 18, pp. 3-4, 242-258.

Svalberg A.M.L. (2012), “Thinking Allowed: Language Awareness in Language Learning And Teaching: A Research Agenda”, *Language Teaching*, 45, pp. 3, 376-388.

Svalberg A.M.L., Askham, J. (2014), “Student Teachers’ Collaborative Construction of Grammar Awareness: The Case of a Highly Competent Learner”, *Language Awareness*, 23, pp. 1-2, 123-137.

Svalberg A.M.L. (2015), “Understanding the Complex Process in Developing Student Teachers’ Knowledge About Grammar”, *The Modern Language Journal*, 99, pp. 3, 529-545.

Svalberg A. M.L. (2016), “Language Awareness research: where we are now”, *Language awareness*, 25, pp. 1, 4-16.

Svalberg A.M.L. (2017), “Researching Language Engagement; Current Trends and Future Directions”, *Language Awareness*, 27, pp. 1-2, 21-39.

Talmy S. (2010). “Qualitative Interviews in Applied Linguistics: From Research Instrument to Social Practice”, *Annual Review of Applied Linguistics*, 30, pp. 128-148.

VOICE Project (2007), *VOICE Transcription Conventions [2.1]*, https://www.univie.ac.at/voice/page/transcription_general_information, data di consultazione 5/9/2019.

ISBN 9788835101581

11. Le prove INVALSI di Italiano e sviluppo degli apprendimenti dell'Asse geo-storico-artistico

di Elisabetta Dell'Atti

Il lavoro proposto descrive una sperimentazione didattica per i docenti della scuola primaria e secondaria di I grado, per costruire prove oggettive di comprensione testuali, focalizzate soprattutto sul contenuto geostorico e artistico.

La proposta è finalizzata a utilizzare e creare prove parallele come strumento di condivisione di pratiche docimologiche condivise e rigorose tra ordini di scuola differenti e tra i vari dipartimenti disciplinari; altresì, a rendere congruente curricolo dichiarato e curricolo agito, rafforzando in modo concreto la trasversalità della lingua e la coerenza tra progressione degli apprendimenti nelle aree linguistiche e geostorico-artistiche, anche nelle relative modalità di valutazione; intende, inoltre, favorire nel corpo docente la diffusione della consapevolezza che l'uso competente delle prove oggettive costituisce parte della progettazione/realizzazione di un intervento didattico di qualità; infine, tale lavoro di ricerca mira a costruire un database di prove negli apprendimenti di area geostorico-sociale e artistica a partire dalla progettazione delle unità di apprendimento pluridisciplinari, fondate su parole-chiave/nuclei concettuali fondanti le suindicate discipline di studio.

I risultati attesi al termine della ricerca sono relativi alla promozione delle competenze degli apprendimenti di area storico-geografica e artistica, mediante il rafforzamento delle competenze lessicali, di comprensione del testo, con uso frequente di testi misti e non continui (immagini d'arte da descrivere, linee del tempo, grafici ecc.); e, inoltre, all'utilizzo in modo sistematico e diffuso nelle prove di mediatori iconici quali strumenti compensativi per gli alunni BES e DSA, valutandone le ricadute in termini di prestazioni ottenute nella prova.

Inoltre, gli esiti in uscita verteranno anche ad verificare il livello raggiunto nell'arricchimento del lessico specifico di alcune discipline degli studenti,

ISBN 9788835101581

sia a livello di comprensione che di utilizzo; a favorire lo sviluppo di processi cognitivi sottesi allo studio della storia e processi di associazione/concettualizzazione di parole-immagini sottesi allo studio della storia dell'arte, coniugando processi logico-analitici di comprensione linguistica con processi analogici-intuitivi, di comprensione del linguaggio non verbale.

1. Premessa

Le Rilevazioni nazionali annuali sugli apprendimenti linguistici e logico-matematici costituiscono ormai uno strumento d'indagine sistematico e generalizzato, funzionale sia alla Valutazione di sistema che alla riflessione che, all'interno di ciascun istituto, viene attivata da parte dei Nuclei interni di valutazione per l'analisi richiesta dal RAV e per la conseguente definizione del PdM.

Tuttavia ci si chiede se tale rilevazioni, "pane quotidiano" per i gruppi ristretti dei docenti impegnati in processi di autoanalisi e autovalutazione d'istituto, siano nel contempo anche "attrezzo da lavoro" diffusamente utilizzato dalla classe docente, o se invece valga la pena impegnare risorse ed energie – è questo lo scopo e la direzione di senso del presente contributo – al fine di far cogliere, a fasce sempre più allargate di docenti, la *valenza formativa* di tali strumenti in termini di accrescimento di quelle competenze, disciplinari, metodologico-didattiche e valutative, fondanti il profilo professionale docente.

Se da un lato siamo soddisfatti di leggere che a livello nazionale il fenomeno del cheating presenta un trend in calo[1], dall'altro riteniamo che il rischio del *teachting to test*[2], in un sistema scolastico quale quello italiano, nel quale la cultura valutativa, rispetto ad altri sistemi scolastici (Stancarelli, Fatai e Urzì, 2014, p. 12), stenta ancora a divenire patrimonio consolidato e condiviso di consapevolezze culturali e deontologiche, nonché di tecniche docimologiche e di logiche progettuali e didattiche, resta pur sempre dietro l'angolo. Il fenomeno tuttavia potrebbe forse essere ulteriormente ridotto, e il rischio scongiurato, proprio andando ad allargare la consapevolezza dello *scopo* delle Prove, la conoscenza dei loro *meccanismi di formulazione*, l'*uso*

[1] Cfr. "Le rilevazioni degli apprendimenti A.S. 2016-17. I primi risultati delle prove INVALSI 2017 in 10 punti", p. 2, luglio 2017 https://INVALSI-areaprove.cineca.it/docs/file/Sintesi_in_10_punti_2017.pdf, data di consultazione 14/11/2019.

[2] Si intende la sostituzione dell'insegnamento ordinario con un'attività di addestramento finalizzata al superamento dei test: un'operazione meccanica e mnemonica per sviluppare automatismi.

ISBN 9788835101581

che se ne può fare in termini di ricaduta sul piano progettuale, didattico e valutativo.

Il presente contributo nasce dalla convinzione che un reale miglioramento della didattica della lettura possa far seguito solo a una problematizzazione approfondita sia di ciò che nelle Prove nazionali è l'oggetto dell'accertamento (processi di comprensione e lessico), sia di ciò che è modalità di accertamento (costruzione delle prove e relativi quesiti).

Si ritiene che tale problematizzazione, lungi dal poter essere risolta in poche ore di illustrazioni teorica, potrebbe e dovrebbe ispirare un percorso di ricerca educativa finalizzato al miglioramento, nel medio e nel lungo termine, delle pratiche progettuali, didattiche e valutative relative all'insegnamento linguistico e agli insegnamenti disciplinari.

2. Quadro teorico di riferimento ed elementi di contesto

La comprensione in lettura è un processo complesso, un dialogo fra lettore e testo, denso di implicazioni di natura cognitiva, culturale e linguistica.

L'acquisizione del lessico è un processo di natura non solo linguistica, strettamente legato alla relazione fra esperienza (pratica o intellettuale), pensiero e linguaggio: non può esserci arricchimento lessicale senza arricchimento concettuale, e non può esserci arricchimento concettuale senza apprendimenti significativi.

La **competenza lessicale** è legata dunque al patrimonio concettuale posseduto e a sua volta consente allo studente di interiorizzare la **concettualità specifica** delle discipline: la comprensione testuale, insieme prodotto e strumento della padronanza concettuale, concorre inoltre a promuovere anche importanti *competenze chiave di cittadinanza*, quali l'imparare a imparare, nei suoi aspetti di acquisizione e padronanza d'uso di strategie di comprensione, interpretazione, rielaborazione di input concettuali; la competenza digitale, nei suoi aspetti di comprensione e riuso di informazioni e dati ricavati dalla rete; la consapevolezza e l'espressione del patrimonio culturale, nei suoi aspetti di fruizione consapevole, colta del patrimonio culturale, materiale e immateriale.

Le *Indicazioni nazionali per il primo e il secondo ciclo*[3] segnalano l'educazione linguistica come responsabilità trasversale a tutti gli insegnamenti:

[3] Non a caso nelle *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del I ciclo d'istruzione*, le prime rilevanti affermazioni sull'insegnamento linguistico sono contenute nel paragrafo dedicato a "Costituzione e cittadinanza": esso è prioritariamente obiettivo di cittadinanza.

ISBN 9788835101581

la lingua italiana è pertanto specifico *oggetto di insegnamento e di riflessione* del docente d'Italiano, ma, essendo veicolo dei contenuti culturali presenti nelle diverse discipline, richiede che tali contenuti siano *linguisticamente mediati*: tale mediazione linguistica degli apprendimenti disciplinari promuove contestualmente la significatività degli apprendimenti specifici, l'arricchimento lessico-concettuale, la padronanza della lingua italiana.

Tutti gli insegnanti sono pertanto chiamati a progettare percorsi didattici mirati agli apprendimenti specifici e, contestualmente, all'acquisizione del Relativo lessico, alla comprensione testuale e alla produzione testuale disciplinare.

In base alle affermazioni fin qui fatte, una didattica che miri alla promozione della comprensione in lettura non può ignorare né i meccanismi che presiedono a tale attività, né i fattori linguistici che inibiscono o condizionano l'apprendimento disciplinare degli studenti, né ancora le strategie più efficaci di mediazione linguistica di contenuti culturali diversi. L'attuale formazione di base e l'attuale formazione in servizio degli insegnanti non garantiscono loro la padronanza dei processi sottesi a un'educazione linguistica trasversale e delle possibili strategie a essa funzionali.

3. Proposta metodologica e ambito di applicazione del percorso di ricerca multidisciplinare

L'ipotesi di partenza tiene conto del livello iniziale di consapevolezza delle prove standardizzate da parte dei docenti, rispetto ad alcuni indicatori strategici, quali: scopo, meccanismi di formulazione e uso in termini di ricaduta progettuale, didattica, valutativa delle stesse.

Relativamente alle prove, gli insegnanti nel complesso dispongono di informazioni di carattere generale circa le caratteristiche tipologiche della prova di Italiano (*tipologia di testi*, *formato dei quesiti*); maggiori incertezze si riscontrano rispetto alle caratteristiche tecniche, quali: i criteri di attribuzione del punteggio agli item esatti, i tipi di *compito* richiesti da ciascun quesito, ovvero quali abilità linguistiche/processi cognitivi accertino. In particolare non è patrimonio concettuale e operativo mettere in correlazione aspetti della competenza linguistica e i tre blocchi di processo indagati dalle prove con progettazione e realizzazione del curricolo per competenze.

Pur essendo consolidata la pratica della somministrazione delle prove parallele non è diffusa quella relativa alla costruzione di prove parallele avendo come modello i meccanismi di formulazione e misurazione e valutazione delle indagini nazionali.

ISBN 9788835101581

Relativamente al livello iniziale di percezione sull'insegnamento della lingua italiana e dei linguaggi disciplinari, è opinione diffusa che l'insegnamento linguistico debba essere trasversalmente sviluppato; tuttavia negli insegnamenti disciplinari non vi sono strategie di insegnamento continuativamente miranti allo sviluppo della competenza linguistica, quale *veicolo* di sviluppo degli apprendimenti disciplinari. Meno percepita, invece, la percezione dell'educazione linguistica come *approccio trasversale* allo sviluppo di processi cognitivi.

Le discipline di studio non sempre sono "osservate" e "manipolate" in fase progettuale e didattica nei suoi statuti epistemologici, per individuarne la semantica (categorie specifiche di oggetti e loro relazioni) e la sintassi (operazioni specifiche sottese ai metodi di ricerca di ciascun campo disciplinare) e, conseguentemente le aree di connessione tra discipline, come pure ben esplicitato nelle Indicazioni nazionali[4]. L'oggetto specifico di insegnamento resta complessivamente 'vissuto' ancora dal docente come "materia", come insieme di contenuti proposti in una logica lineare e parziale e, non brunerianamente come "sistemi di simboli e strumenti che potenziano la struttura cognitiva dell'individuo e gli forniscono le chiavi interpretative della realtà: strutture di pensiero" (Bortone, 2012).

Ciò sul piano progettuale e didattico si traduce in azioni che necessitano di essere riviste al fine di concorrere a promuovere l'educazione linguistica in ottica trasversale quale presupposto e strumento per lo sviluppo degli apprendimenti disciplinari.

4. Percorso

Il percorso di lavoro si sviluppa in alcune fasi: a) *conoscere INVALSI*, b) *conoscere i processi di lettura*, c) *analisi e riflessione sui dati*, d) *condivisione del percorso, revisione e miglioramento*.

Nella prima fase, *Conoscere INVALSI*, l'indagine di partenza permetterà una riflessione guidata sulle prove, sui meccanismi sottesi, sugli scopi nazionali, sui dati raccolti; un esame degli item di ogni quesito di alcune prove esaminate, esplicitando il processo mentale implicato (*Individuare informazioni – Ricostruire il significato del testo – Interpretare e valutare*), degli ambiti e degli aspetti delle competenza di lettura che ogni quesito vuole ac-

[4] *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del I ciclo d'istruzione,* si veda il paragrafo: "L'organizzazione del curricolo. Aree disciplinare e discipline" (DM 254/2012).

ISBN 9788835101581

certare; un'analisi ragionata sulla motivazione che porta a scartare le risposte sbagliate e a scegliere quella esatta; ipotesi di attività didattica da mettere in pratica coerente per promuovere quei processi/aspetti. Nella seconda fase, *Conoscere i processi di lettura*, l'indagine di partenza sarà sulle pratiche attualmente in uso da parte dei docenti di Italiano e delle diverse discipline e prevederà altresì, la raccolta dati, lettura guidata dei dati; riflessione guidata sui processi di lettura; sulle diverse caratteristiche testuali dei testi narrativi e informativi; sugli aspetti linguistici implicati nelle strutture concettuali delle discipline; su un'analisi condivisa di pratiche di lettura funzionali di testi diversi.

La terza fase, *Analisi di testi*, procederà con un'analisi collettiva e guidata di testi (narrativi e informativi) e la successiva individuazione dei processi implicati nella loro comprensione. I testi scelti saranno testi a contenuti letterario e espositivo a contenuto geostorico artistico.

Prevederà, conseguentemente la costruzione collettiva e guidata di attività didattiche funzionali alla comprensione; e lo svolgimento autonomo, da parte dei docenti, di compiti relativi all'analisi testuale e alla costruzione di attività didattiche e, a seguire, la realizzazione delle attività didattiche e somministrazione dei compiti agli allievi.

Il prodotto finale consisterà nella costruzione di una prova per classi parallele sul modello delle Prove nazionali, a contenuto geostorico-artistico del patrimonio culturale del territorio di riferimento, anche come ulteriore modalità di accertamento dei livelli di competenza degli studenti di trasferimento di competenze linguistico-trasversali e disciplinari (storia, geografia, storia dell'arte) in contesti/situazioni di realtà.

Seguirà la raccolta dati e riflessione guidata sui dati raccolti.

Nella quarta e ultima fase, *Condivisione del percorso, revisione e miglioramento*, si darà avvio all'analisi metacognitiva del percorso svolto e dei risultati ottenuti e alla documentazione del percorso e della costruzione di relazioni illustrative/argomentative (individuali o di gruppo) per la socializzazione dell'esperienza e la successiva revisione e inserimento della stessa come parte integrante e permanente dell'innovazione progettuale e didattica.

5. Prospettive

È possibile ridurre le criticità di partenza e migliorare a livello trasversale le pratiche di lettura di testi di vario tipo e formato, attraverso percorsi formativi e di ricerca centrati sull'analisi disciplinare e su metodologie trasversali. L'ambito di applicazione di questo percorso è centrato sulla necessità di

ISBN 9788835101581

costruire percorsi multidisciplinari di sviluppo trasversale della padronanza linguistica, ovvero di trovare spazi a livello di microprogettazione di tutte le discipline, nei quali siano previsti interventi mirati di sviluppo della competenza linguistica come parte integrante della competenza disciplinare, nel suo essere lingua dello studio e strumento di mediazione tra il soggetto che apprende e gli oggetti culturali.

Attività di manipolazione linguistico-cognitiva dello specifico oggetto disciplinare costituiscono il terreno privilegiato di questa ipotesi di ricerca.

6. Obiettivi della ricerca

La proposta di lavoro ha un duplice ambito di intervento: l'accrescimento del competenze professionali, e il miglioramento degli esiti interni e dei processi di progettazione e valutazione didattica. Relativamente al primo ambito, si mira a incrementare il livello di condivisione di scopi e modalità di costruzione delle prove INVALSI: tipologia e formati testuali, meccanismi di formulazione dei quesiti, di attribuzione dei punteggi e delle valutazioni. Rispetto al secondo ambito, risultano significativi differenti sottobiettivi, a partire dall'eliminazione del fenomeno del cheating; all'innalzamento dei risultati nelle Rilevazioni nazionali; sino all'innovazione della didattica sia della lettura da parte degli insegnanti di Italiano, che della didattica disciplinare da parte degli insegnanti disciplinaristi; con l'adozione, da parte loro, di pratiche d'uso didattico della lingua. La costruzione condivisa e consapevole di prove di comprensione in lettura su testi narrativi e su testi espositivi a contenuto disciplinare, di vario tipo e formato permetterà di lavorare con efficacia sullo sviluppo di competenze linguistiche e logico-trasversali e di competenze disciplinari.

Attraverso lo sviluppo di percorsi multidisciplinari, a partire da situazioni/compiti di realtà si costruiranno strumenti progettuali per osservare, sviluppare e certificare dimensioni delle competenze nell'area della consapevolezza di sé e del patrimonio culturale e dell'imparare a imparare.

Ciò pare oltremodo cogente, alla luce delle ultime innovazioni in materia di valutazione degli apprendimenti, contenuti nel d.lgs. 62/2017, attuativo dalla L. 107/2015 e del DM 741/2017, in particolare nella parte in cui si chiarisce che tra le tipologie oggetto della prova di produzione in lingua italiana degli Esami conclusivi del I ciclo, è possibile prevedere la comprensione e la sintesi di un testo letterario, divulgativo, scientifico, anche con richieste di riformulazione.

ISBN 9788835101581

7. Risultati attesi ed evidenze osservabili

I docenti dell'istituto dovrebbero divenire *team teaching* rispetto all'educazione linguistica, ovvero essere un gruppo di professionisti che lavora con uno scopo comune e condiviso.

Nel riferirsi ai Quadri di riferimento INVALSI nella ridefinizione della progressione degli apprendimenti attesi nelle competenze linguistiche, definendo ambiti specifici del docente di Italiano e spazi di intervento dei docenti disciplinaristi, si potrà costruire un documento interno e condiviso nell'istituto, circa i "compiti" specifici del docente di Italiano e delle discipline, rispetto alle pratiche didattiche da realizzare per la promozione dello sviluppo linguistico. Il docente padroneggiando gli statuti disciplinari delle discipline quali storia, storia dell'arte e geografia e i principali processi cognitivi sottesi ai processi di insegnamento/apprendimento costruisce un'efficace mediazione didattica tra essi e il soggetto che apprende. La costruzione di strumenti di analisi delle discipline è la via metodologica privilegiata per padroneggiare i nuclei fondanti e rispetto a essi individuare possibili attività di didattica della lettura.

Se ogni docente incrementerà l'uso delle Prove nazionali come modelli per la costruzione delle prove interne parallele, ricalcandone la formulazione dei quesiti, il sistema di misurazione e valutazione, si potrà pervenire alla costruzione di prove standardizzate sul modello delle rilevazioni INVALSI.

8. Documentazione e socializzazione dell'esperienza

I dati emersi dal lavoro andranno comparati con gli esiti degli aa.ss. passati e con l'andamento nel corso del triennio successivo, in vista di un adeguamento della progettazione d'Istituto in direzione di una più puntuale focalizzazione dell'obiettivo trasversale della lettura. Si ridefiniranno i documenti della progettazione curricolare d'istituto dei "compiti" specifici del docente di Italiano e delle discipline con l'esemplificazione di possibili tipologie di attività per lo sviluppo dell'obiettivo trasversale e monitoraggio della congruenza tra il documento, le pratiche didattiche e quelle valutative.

Si creeranno dei prototipi di prove standardizzate per classi parallele a contenuto disciplinare geostorico-artistico, che andranno a costituire gli strumenti per l'accertamento congiunto delle competenze linguistiche e disciplinari.

Per favorire stabilmente modalità di miglioramento continuo della didattica della lettura da parte degli insegnanti di Italiano a livello d'istituto,

ISBN 9788835101581

si Progetteranno e realizzeranno attività di manipolazione guidata dei testi divulgativi vari e manuali scolastici, sia a livello individuale che collettivo, come pratica sistematica e finalizzata all'interiorizzazione nello studente della rete concettuale specifica della disciplina. Il docente di Italiano approfondirà la riflessione metatestuale.

Contestualmente, per incrementare anche il miglioramento della didattica della lettura e dell'uso didattico della lingua da parte degli insegnanti delle diverse discipline a livello d'Istituto, le attività di manipolazione dei testi divulgativi vari e manuali scolastici, saranno pratiche estese anche ai docenti disciplinaristi, che approfondiranno la pragmatica di uno specifico manuale di studio.

Riferimenti bibliografici

Balboni P.E. (2013), *Fare educazione linguistica. Insegnare italiano, lingue straniere e lingue classiche*, UTET; Torino.

Balboni P.E., Mezzadri M. (2014), "L'italiano L1 come lingua dello studio", *I Quaderni della Ricerca*, Loescher, Torino.

Biggio B., Pieraccioni G. (2010), "L'italiano dello studio: il caso dell'insegnamento della storia", *In.IT*, 23, pp. 10-17.

Bortone R. (1993), "Il problema dei contenuti", *Insegnare*, 4, pp. 21-25.

Bortone R. (2012a), "E se ricominciassimo a parlare delle conoscenze?", *Scuola e amministrazione*, XXII, 1, gennaio, pp. 73-79.

Bortone R. (2012b), "Indicazioni" per un'educazione linguistica trasversale", *Scuola e amministrazione*, XXII, 11, dicembre, pp. 17-36.

Bruner J.S. (1993), *La ricerca del significato*, Bollati Boringheri, Torino.

Bruner J.S. (1964), *Dopo Dewey. Il processo di apprendimento nelle due culture*, Armando, Roma.

Ciaccio S. (2010), "Lggere per apprendere: il difficile caso del testo di storia", *Italiano LinguaDUE2*, 1 , pp. 177-206, http://riviste.unimi.it/index.php/promoitals/article/viewFile/1233/1466, data di consultazione 14/11/2019.

Colombo A. (2002), *Leggere. Capire e non capire*, Zanichelli, Bologna.

Corno D. (1987), *Lingua scritta. Scrivere e insegnare a scrivere*, Paravia, Torino.

Corno D., Pozzo G. (2004), *Mente linguaggio apprendimento*, La Nuova Italia, Firenze.

Damiano E. (2004), *Insegnare i concetti*, Armando, Roma.

De Beni R., Carretti B., Cisotto L. (2001), *Psicologia della lettura e della scrittura*, Erickson, Trento.

De Beni R., Carretti B., Cornoldi C. (2003), *Nuova guida alla comprensione del testo*, Erickson, Trento.

De Beni R., Pazzaglia F. (1991), *Lettura e metacognizione*, Erickson, Trento.

ISBN 9788835101581

Gagnè R.M. (1990), *Le condizioni dell'apprendimento*, Armando, Roma.
Gotti M. (1991), *I linguaggi specialistici. Caratteristiche linguistiche e criteri pragmatici*, La Nuova Italia, Firenze.
Giscel (1975), *10 testi per l'educazione linguistica democratica*, https://giscel.it/dieci-tesi-per-leducazione-linguistica-democratica/, data di consultazione 14/11/2019.
Longo G. (2011), "Creazione di testi disciplinari facilitati per uso scolastico", in P.C. Diadori, S. Semplici (a cura di), *Progettazione editoriale per l'italiano L2*, Gierra, Perugia, pp. 173-182.
Lucisano P. (1989), *Lettura e comprensione*, Loescher, Torino.
Minuz F. (2001), "Italiano L2 e insegnamenti disciplinari: il caso della geografia", in E. Jafrancesco (a cura di), *La gestione della classe plurilingue nella scuola dell'obbligo, Atti del X Convegno nazionale ILSA, Firenze*, Comune di Firenze, Firenze.
Minuz F., Bosc F. (2010), "I manuali disciplinari: perché sono difficili", in F. Bosc, S. Mosca, C. Onesti (a cura di), *Conoscere l'italiano per studiare*, DVD, USR, Torino.
Poggi I. (1987), *Le parole nella testa. Guida a un'educazione linguistica cognitiva*, il Mulino, Bologna.
Pontecorvo C., Pontecorvo M. (1986), *Psicologia dell'educazione – Conoscere a scuola*, il Mulino, Bologna.
Stancarelli A., Fatai A., Urzì M. (2014), *La valutazione esterna a scuola: da 'vincolo' a risorsa didattica. Una guida per attività di laboratorio in Italiano e Matematica sulle competenze trasversali a partire dai testi INVALSI*, *I Quaderni della Ricerca*, 10.
Schwab J. (1971), *La struttura della conoscenza e il curricolo*, La Nuova Italia, Firenze.
Silvestrini C. (2007), "Analisi e scomposizione di un testo di storia dell'arte ai fini della costruzione di un modulo di insegnamento/apprendimento di italiano L2", *Studi di Glottodidattica*, 3, pp. 77-84.
Tessara M. (2010, pp.247-277), "La lingua per studiare: una rassegna bibliografica", *Italiano LinguaDue*, 2, http://riviste.unimi.it/index.php/promoitals/article/view/832, data di consultazione 14/11/2019.
Vollmer H. (2010), "Lingua (e) delle altre discipline", *Italiano LinguaDue*, 2, http://riviste.unimi.it/index.php/promoitals/article/view/642/856, data di consultazione 14/11/2019.
Vygotskij L. (1990), *Pensiero e linguaggio*, Laterza, Bari.

ISBN 9788835101581

Gli autori

Stefano Babini insegna Matematica e Fisica presso il Liceo artistico statale “Paolo Toschi” di Parma. Appassionato di problem solving, comunicazione didattica e nuove tecnologie applicate alla didattica. Si occupa di processi di apprendimento e valutazione in vari contesti formativi e di sistema. Fa parte del gruppo di ricerca in Didattica della Matematica “Diverticalmath”. Collabora da anni con l’INVALSI.

Simone Banchelli è docente di ruolo di Matematica e Fisica presso l’IIS “E. Mattei” di San Lazzaro di Savena (BO). Collaboratore esterno per l’INVALSI, si occupa di divulgazione e formazione in Matematica, con particolare interesse per l’uso di strumenti (macchine matematiche) nella didattica laboratoriale.

Alice Barana è laureata in Matematica, docente di ruolo di Matematica e Fisica nella scuola secondaria di II grado. Dottoranda presso il Dipartimento di Matematica dell’Università degli Studi di Torino, collabora in numerosi progetti di ricerca sulle metodologie didattiche innovative per l’apprendimento delle discipline scientifiche.

Fabio Brunelli, laureato in Matematica, ha insegnato Matematica e Scienze nella scuola secondaria di primo grado. Ha collaborato con INDIRE come autore di materiali, come esperto nel progetto MPI-INVALSI. Nel luglio 2016 ha partecipato alla Scuola autori INVALSI. Tiene corsi di formazione in istituti comprensivi.

Angela Caruso è docente di scuola primaria dal 1991. È stata docente vicario del DS per 7 anni. Nel 2011 ha conseguito la laurea specialistica in

ISBN 9788835101581

Economia e management internazionale, un master di I livello sui DSA, un master di II livello denominato “Il dirigente scolastico nella scuola dell’autonomia” e nel 2016 ha sostenuto l’esame Auditor Marchio Saperi.

Patrizia Casella Piccinini è stata docente di scuola primaria presso l’IC Lucca 7. Docente SSIS per le Didattiche speciali presso l’Università di Pisa, ha collaborato con INDIRE per il progetto Mat@abel e ha partecipato alla Scuola autori INVALSI. Organizzatrice di convegni internazionali su studenti con BES, sull’argomento ha pubblicato libri per la casa editrice Il Capitello e un protocollo sulla letto-scrittura e il calcolo. È docente dell’Agenzia formativa Formetica Confindustria Toscana Nord per gli studenti dropout.

Elisabetta Dell’Atti, neodirigente presso l’IC di Novoli (LE), già docente di Lettere di scuola secondaria di I grado presso l’IC di Melendugno (LE), prima ancora della scuola dell’infanzia. Formatrice nella progettazione, valutazione e didattica per le competenze. Esperta in progettazione di progetti nazionali ed europei. Nell’attività di insegnamento coltiva: ricerca educativa, sperimentazione metodologica, promozione del benessere relazionale e motivazionale, ricorrendo, tra l’altro, al metodo dello Yoga della Risata. Ha conseguito la laurea in Lettere classiche, un master sui DSA e uno in Dirigenza scolastica.

Francesca Ferrara è professore associato di Didattica della Matematica all’Università di Torino. La sua ricerca si focalizza principalmente sul ruolo delle tecnologie e dell’embodiment nella didattica della Matematica. Si occupa di formazione docenti dall’infanzia alla secondaria. È autrice di svariate pubblicazioni su riviste e volumi internazionali.

Federica Ferretti, PhD in Matematica, è ricercatrice di Didattica della Matematica presso la Libera Università di Bolzano. I suoi principali interessi di ricerca sono il Contratto didattico in tutti i livelli scolastici, la valutazione formativa e l’uso formativo delle valutazioni standardizzate. Svolge da diversi anni corsi universitari e corsi di formazione per insegnanti.

Alessandro Gambini è professore associato di Matematica presso Sapienza Università di Roma. Svolge da anni attività di formazione e divulgazione nel campo della Matematica. La sua ricerca si focalizza sulle valutazioni standardizzate, sul passaggio dalla scuola secondaria all’Università e sulla teoria analitica dei numeri.

ISBN 9788835101581

Chiara Giberti, PhD in Didattica della Matematica, è ricercatrice in Didattica della Matematica presso l'Università degli studi di Bergamo. Collabora con INVALSI e si interessa dell'interpretazione dei risultati delle prove standardizzate ai fini della ricerca in Didattica della Matematica. Insegnante nella scuola secondaria di primo grado e formatrice in Didattica della Matematica.

Ivan Graziani insegna Matematica e Scienze. Formatore in Didattica della Matematica. Appassionato di ICT, problem solving e comunicazione didattica. Fa parte del Gruppo di ricerca e sperimentazione in Didattica della Matematica – PISA" (GRSDM) e del gruppo di ricerca Divertical-Math. Collabora da anni con l'Università di Bologna, INDIRE e INVALSI.

Alice Lemmo, Ph.D., ricercatrice in Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Scienze umane dell'Università dell'Aquila su fondi stanziati dal Ministero dell'Istruzione, dell'università e della ricerca (PON-AIM1849353 -3). I suoi interessi di ricerca riguardano la valutazione computerizzata, in particolare le implicazioni che la scelta dell'ambiente di somministrazione di un compito ha sulla valutazione in Matematica.

Marina Marchisio, professore ordinario dell'Università di Torino, si occupa di insegnamento e apprendimento delle discipline scientifiche con metodologie innovative che usano le nuove tecnologie. Membro del gruppo di lavoro Problem posing and solving del MIUR, gestisce numerosi progetti di ricerca e didattica. Ha tenuto conferenze e organizzato convegni; è autrice di circa 100 lavori scientifici nell'ambito della geometria e della didattica.

Nicoletta Nolli è docente di ruolo di Matematica e Fisica presso il Liceo scientifico Aselli di Cremona, dal 2016/2017 comandata presso l'INVALSI. Si occupa, da diversi anni, di formazione insegnanti e di produzione di materiali per la didattica e la formazione anche con le tecnologie (PNI, Progetto PON m@t.abel, Progetto Labclass, Progetto Macchine Matematiche).

Monica Panero ha conseguito il dottorato di ricerca in Matematica nel 2015 a Torino con una tesi in Didattica della Matematica. Si è occupata di ricerca sul tema della valutazione in Matematica, prima come post-doc all'ENS di Lione nell'ambito del progetto europeo FaSMEd e in seguito come assegnista di ricerca INVALSI. Da settembre 2018 è docente-ricercatrice in Didattica della Matematica presso il Dipartimento Formazione e apprendimento della SUPSI di Locarno, in Svizzera.

ISBN 9788835101581

Laura Rossomando è docente di scuola primaria dal 2001. È stata insegnante della scuola dell'infanzia dal 2010 al 2015. È laureata in Materie letterarie con lode presso l'Università degli Studi di Salerno. Nella scuola di attuale titolarità, la Direzione didattica Montecorvino Rovella (SA), è referente per il miglioramento della didattica in ambito logico-matematico.

Daniela Ruffolo è dirigente scolastico dal 2010 presso la Direzione didattica di Giffoni Valle Piana (SA). Laureata in Lingua e letteratura russa, docente di Lingua e civiltà inglese dal 1994 al 2010, è formatore nell'ambito della Valutazione e Merito nei PNFD, auditor Marchio Saperi, componente dei Nuclei di Valutazione DDSS in Campania e Molise.

Maria Antonietta Russo è dirigente scolastico di ruolo dal 2009, attualmente in servizio presso la DD di Montecorvino Rovella (SA), laureata in Sociologia presso l'Università di Salerno, abilitata in Filosofia, Psicologia e Scienze dell'educazione. Supervisore del tirocinio dal 1999 al 2008 presso la Facoltà di Scienze della formazione primaria.

Chiara Saletti, laureata in materie letterarie nel 1995, è docente di scuola primaria presso l'Istituto comprensivo "Masaccio" di Firenze e autrice di testi scolastici. Inserita nell'elenco ordinario INVALSI degli Esperti SNV e Valu.E., si occupa di valutazione a livello provinciale e regionale, con formazione acquisita presso l'INVALSI e il Politecnico di Milano.

Ketty Savioli è docente di scuola primaria, laureata in Matematica all'Università di Torino. Collabora con il gruppo di ricerca didattica dell'Università e coordina il progetto AVIMES Piemonte per la valutazione e il miglioramento del sistema scolastico. Ha partecipato alla stesura del test TIMSS per il quarto anno della scuola primaria.

Zuzana Toth è assegnista di ricerca presso l'INVALSI. I suoi interessi di ricerca riguardano la conoscenza linguistica, esplicita e implicita, e la riflessione sulla lingua nella L1 e nell'apprendimento multilingue.

ISBN 9788835101581

ISBN 9788835101581

ISBN 9788835101581

Nei giorni 17 e 18 novembre 2017 si è tenuta a Firenze la seconda edizione del Seminario "I dati INVALSI: uno strumento per la ricerca". L'evento è stato un'occasione di incontro e scambio fra ricercatori, docenti, dirigenti scolastici e, più in generale, tutti coloro che hanno interesse nella valutazione del sistema di istruzione e formazione italiano e sui possibili utilizzi dei dati prodotti annualmente dall'Istituto, sia in relazione alle applicazioni nel mondo della didattica, sia in relazione a eventuali correnti di interpretazione di fenomeni complessi come quello educativo. I dati INVALSI, difatti, pur non avendo la pretesa di esaurire al loro interno la complessità del mondo scolastico e della politica in tema di istruzione, possono essere utilizzati per comprendere alcuni fenomeni che proprio nella scuola trovano una loro origine o un loro scopo.

Il Servizio Statistico dell'INVALSI ha deciso di raccogliere i numerosi contributi di ricerca presentati in questa occasione in specifici testi tematici. Questo volume, attraverso i suoi 11 capitoli, mira a evidenziare come le prove standardizzate possano essere uno strumento per interrogarsi sui processi di apprendimento e per migliorare l'attività didattica in classe, entrando quindi nel merito di una pratica riflessiva volta a comprendere in modo approfondito il funzionamento delle prove e l'interpretazione, oltre che l'analisi quantitativa, dei relativi risultati.

Patrizia Falzetti è Responsabile del Servizio Statistico dell'INVALSI, che gestisce l'acquisizione, l'analisi e la restituzione dei dati riguardanti le Rilevazioni nazionali e internazionali sugli apprendimenti alle singole istituzioni scolastiche, agli *stakeholders* e alla comunità scientifica.

FrancoAngeli
La passione per le conoscenze

Unione Europea
FONDI STRUTTURALI EUROPEI
PON 2014-2020
MIUR
PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)