

9. *Digital Form Finding & Paneling*

La obras mejor es la que sostiene por su forma

Edoardo Torroja

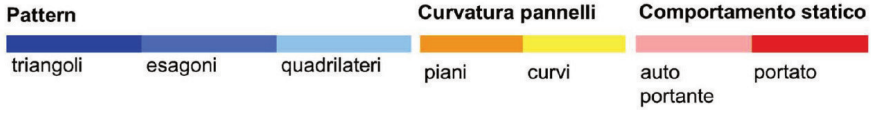
Digital shells

«Creatività ed invenzione nascono da relazioni che il pensiero fa con ciò che conosce: è la possibilità di innescare relazioni favorite dalla conoscenza che genera l'innovazione¹».

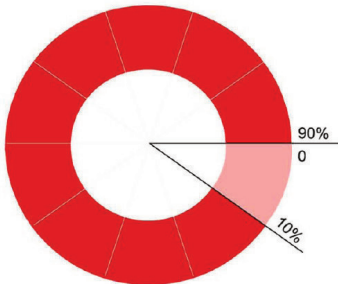
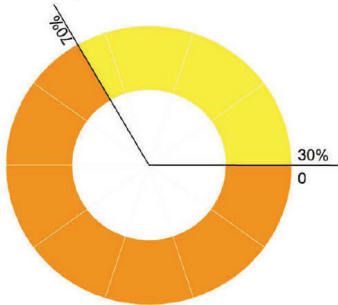
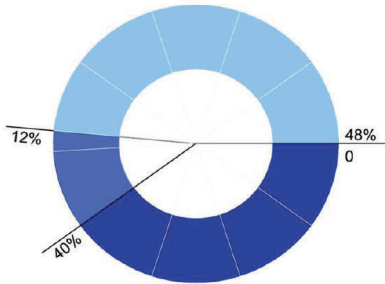
Lo studio delle tecniche di *Paneling* di superfici complesse affrontato all'interno della parte seconda di questo volume mediante l'analisi e la sistematizzazione dei principi teorici e delle procedure pratiche poste alla base dei processi di razionalizzazione discreta (panelli piani), semidiscreta (pannelli curvi sviluppabili), e mista (pannelli piani e curvi) trova applicazione in una serie di casi studio e di esperimenti digitali la cui trattazione è finalizzata alla comprensione dei processi sostenibili di realizzazione delle forme complesse. Incrociando i risultati derivanti dall'analisi di un campione di architetture caratterizzate dalla

¹ Munari 2012, p.29.

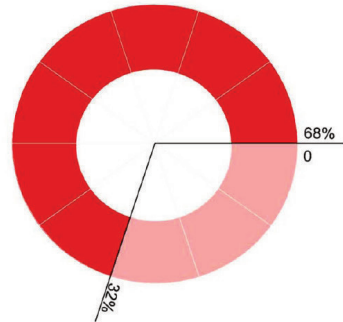
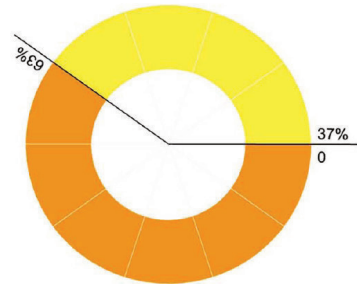
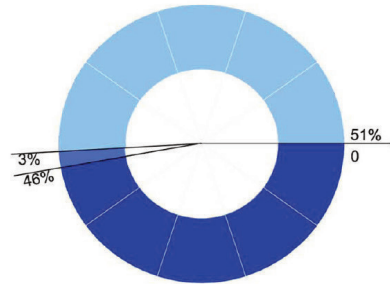
Shaping & Paneling

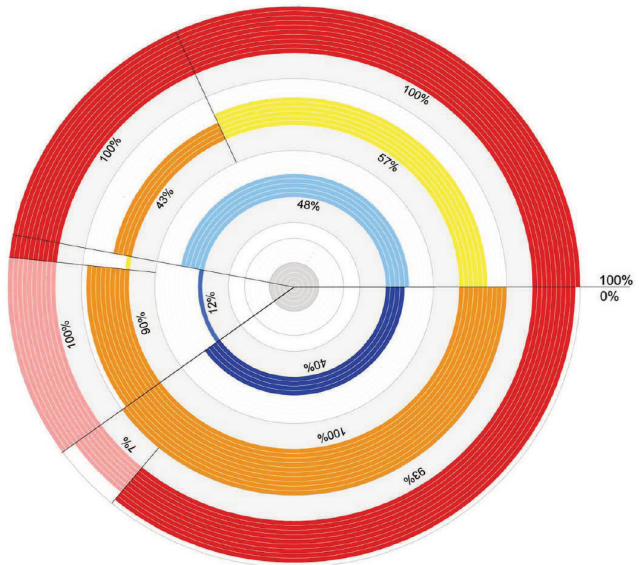
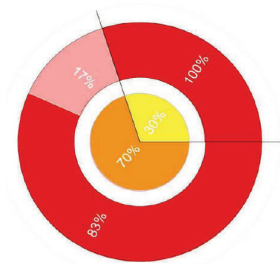
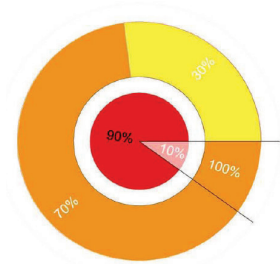
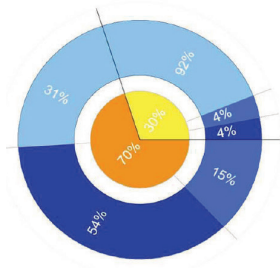
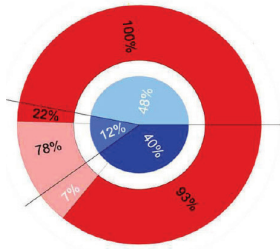


Sistema pannelli



Sistema sottostruttura





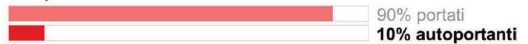
Pattern



Curvatura pannelli



Comportamento statico



Shaping & Paneling

Fig. 1/ A pagina precedente: analisi delle percentuali distributive dei tipi di pattern, della curvatura dei pannelli e del comportamento statico (portante/autoportante) relativi ad un campione di architetture caratterizzate dalla presenza di superfici discretizzate. (Analisi ed elaborazione dell'autore).

Fig. 2/ A pagina precedente: confronto tra i dati percentuali riportati separatamente in fig. 1. (Analisi ed elaborazione dell'autore).

presenza di involucri, facciate o coperture di forma complessa con i risultati derivanti dall'analisi delle proprietà dei *pattern* e della curvatura delle superfici si è ritenuto opportuno approfondire ed integrare quelle tecniche che, nonostante appaiano le più convenienti in termini di ottimizzazione costruttiva, economica ed estetica, ad oggi sono ancora meno utilizzate (figg. 1,2). La tassellazione esagonale ed i sistemi composti da modelli semidiscreti (gruppi di superfici rigate e sviluppabili) finalizzati alla realizzazione di sistemi autoportanti sono oggetto di studi altamente specialistici sviluppati nel campo dell'*Architectural Geometry*.

Pertanto, la terza parte è dedicata ad una serie di sperimentazioni di *Digital Form Finding* finalizzate alla ricerca e all'ottimizzazione delle condizioni geometriche che consentano di coniugare l'identità formale di superfici complesse autoportanti con le tecniche di razionalizzazione ritenute più idonee per il raggiungimento di un risultato complessivamente sostenibile. I *software open source* utilizzati per tali applicazioni sono *Rhino* e *Grasshopper (plug-in)* completo degli *add-on Kangaroo, LunchBox* e *Weavebird*. *Kangaroo* consente la simulazione di forze, grandezze fisiche vettoriali, tra cui *Unary Forces* (Forza peso), *Catenary* (catenarie) e *Pressure* (Pressione) applicate e agenti sui punti che compongono un sistema discreto di *input* e la planarizzazione del *pattern* successivamente distribuito sulle superfici ricavate in seguito alla deformazione dei sistemi di partenza. Come dimostrato nei capitoli precedenti, *LunchBox* e *Weavebird* sono *add-on* che consentono la tassellazione delle superfici. Dagli studi e dalle sperimentazioni condotte si evince che le superfici con curvatura gaussiana prevalentemente positiva rispondono meglio alla discretizzazione mediante pannelli esagonali piani e che le superfici con curvatura gaussiana prevalentemente negativa o nulla

(o di entrambe i tipi) rispondono meglio alla distribuzione di pannelli cilindrici o di strisce sviluppabili senza apportare profonde alterazioni morfologiche alla superficie continua di partenza². Dunque, è interessante applicare i contenuti acquisiti attraverso una serie di ulteriori sperimentazioni finalizzate alla ricerca di forme che favoriscano l'utilizzo di tali tecniche. Computare e verificare le soluzioni a priori (pre-razionalizzazione) favorisce la progettazione di forme dinamiche e performanti. Le forme complesse non rappresentano, dunque, la semplice espressione di una nuova estetica legata ad un particolare momento culturale e socio-economico, ma possono essere considerate il luogo geometrico per sperimentare ed ottimizzare le soluzioni mirate alla realizzazione di architetture sostenibili³.

La sfida consiste nel coniugare la fase di *shaping* con i sistemi di *Paneling* ritenuti più idonei per il raggiungimento di tale obiettivo. La crescente complessità della progettazione architettonica contemporanea richiede lo sviluppo di approcci finalizzati all'ottimizzazione dei processi e alla minimizzazione delle risorse disponibili. L'obiettivo è quello di gestire il processo a partire dalla fase creativa dell'opera affinché la fattibilità della stessa non venga compromessa. Attraverso approcci *Digital Form Finding* gli strumenti parametrico-generativi veicolano la forma fondendo la fase creativa con quella di analisi strutturale: è la struttura stessa a definire la propria forma, la quale coinciderà con la condizione di equilibrio del sistema sottoposto all'azione di carichi applicati.

Dalle catenarie di Gaudì (fig. 3), alle membrane invertite di Heinz Isler (fig. 4), il modo per ottimizzare la ricerca della forma, prima dei recenti sviluppi in ambito parametrico-computazionale consisteva nella realizzazione di modelli fisici. Tuttavia, uno degli aspetti più interessanti che caratterizza e favorisce l'uso degli strumenti computazionali consiste nella

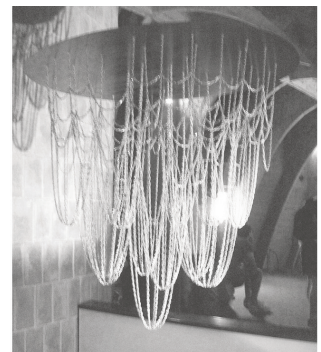
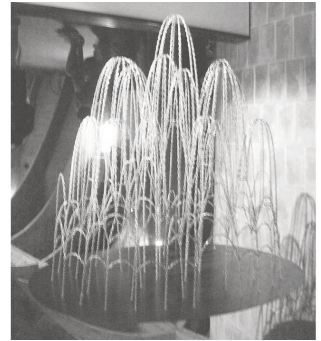


Fig. 3, 4/ Antoni Gaudì. Sistema di catenarie appese ed invertite.

Fig.5/ Heinz Isler. Modello fisico di membrana invertita.

2 Geometrie.tuwien.ac.at/ARC/publications.html

3 Liu 2006.

possibilità di osservare e di modificare le trasformazioni morfologiche del sistema in tempo reale senza dovere attendere i risultati derivanti dalla realizzazione dei corrispondenti modelli materiali.

L'ipotesi è che i processi di *Digital Form Finding* che consentono la deformazione globale di una superficie generino dei cambi di curvatura graduale a cui corrisponderà un *pattern* di curve più regolare.

Tale approccio agevola la genesi di geometrie complesse ed ottimizzate dal punto di vista del comportamento meccanico evitando il ricorso ad altre tecniche di modellazione o di *editing* della forma che potrebbero comportare delle scomode approssimazioni locali e brusche variazioni della curvatura delle superfici³. L'approccio mira alla simulazione di forze fisiche applicate ai punti e alle curve che discretizzano una superficie di partenza: la deformazione del sistema di riferimento genera diverse configurazioni formali. La simulazione digitale consente di modificare le forme in maniera interattiva e di visualizzare in tempo reale la distribuzione della curvatura gaussiana delle superfici estratte da tali configurazioni.

In seguito all'azione delle forze ed in base al tipo di simulazione che si desidera realizzare un sistema discreto e piano di partenza si trasformerà in una membrana rilassata (*Unary Force*) (fig. 6), in una struttura pneumatica (*Pressure*) (fig. 7), oppure in un guscio composto da un sistema consecutivo di "cavi appesi" o catenarie (*Catenary*) (fig. 8).

Più precisamente, l'approccio utilizzato per le seguenti prove è quello di sottoporre all'azione delle forze virtuali una serie di regioni piane dal bordo curvo o poligonale successivamente suddivise in un numero regolare di elementi triangolari o quadrilateri, dunque trasformate in *mesh* (membrane), oppure un sistema di curve ancorate agli estremi (catenarie). La *mesh* esplosa in vertici e segmenti viene trasformata in un sistema elastico attraverso l'apposi-

Digital Form Finding & Paneling

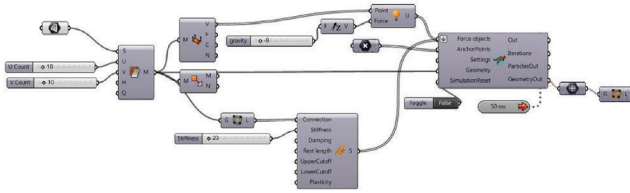


Fig.6/ Digital Form Finding: Unary Force (Rhino - Grasshopper - Kangaroo). Genesi e inversione della membrana. (Elaborazione dell'autore)

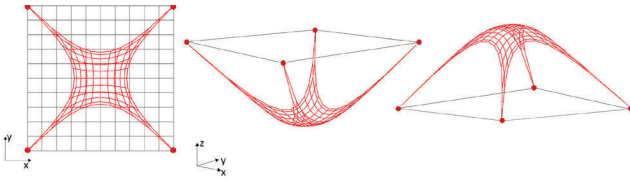


Fig.7/ Digital Form Finding: Pressure, (Rhino - Grasshopper - Kangaroo) (Elaborazione dell'autore)

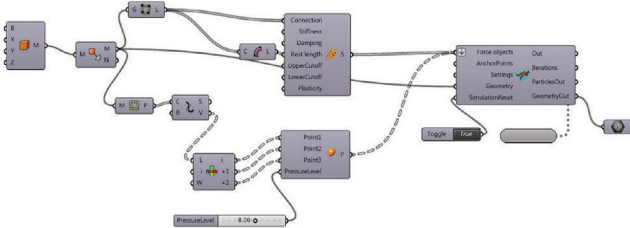
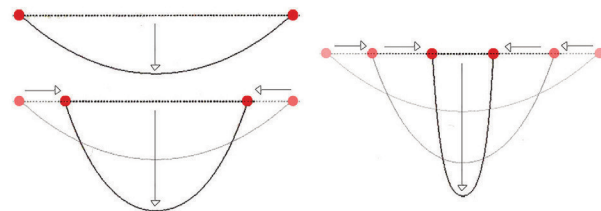
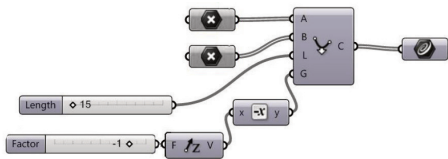
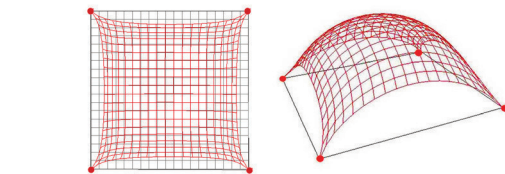


Fig.8/ Digital Form Finding: Catenary, (Rhino - Grasshopper). Genesi e inversione dell'arco catenario. (Elaborazione dell'autore)



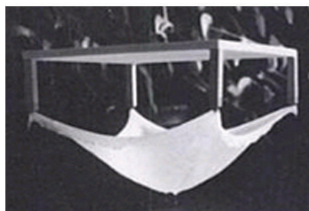


Fig.9/Heinz Isler: modelli di membrane invertite. Fonte: Wikimedia Commons.

Fig.10/Heinz Isler, Disegni di studio sui gusci. Fonte: Wikimedia Commons.

Fig.11/Il *Naturtheater Grötzingen*, Heinz Isler (1976). Fonte: Wikimedia Commons.

4 Sasaki 2005.

to *spring component* ("molla") (*Grasshopper - Rhino*). La simulazione dell'azione delle forze avviene mediante l'applicazione di vettori aventi direzione parallela all'asse z su ciascuno dei punti che compongono il sistema discreto ed elastico. Il verso del vettore dipende dal tipo di forza simulata mentre, nel caso di catenarie e membrane, l'intensità sarà pari al valore corrispondente alla Forza Peso.

È necessario indicare i punti di ancoraggio del sistema (*anchor points*) che rimarranno fissi durante la simulazione. I punti, le connessioni lineari, le forze e gli *anchor points* sono inseriti all'interno del "simulatore di forze" (*Kangaroo Engine*). Le particelle subiscono una perturbazione, raggiungono uno stato di equilibrio e le *mesh* piane si trasformano in sistemi rilassati ed elastici.

Membrane & *hexagonal Paneling*

Lo scopo delle seguenti applicazioni è quello di sfruttare le tecniche di *Digital Form Finding* per la ricerca di superfici a curvatura prevalentemente positiva, idonee per la distribuzione e planarizzazione di celle esagonali sghembe distribuite sulla superficie.

Come dimostrato all'interno della parte seconda di questo volume, tale curvatura consente di conservare la convessità degli elementi esagonali piani. L'impiego del *pattern* esagonale per il *Paneling* di superfici complesse è attualmente oggetto di studi e di ricerche. Tuttavia, in architettura, tale *pattern* è ancora molto poco utilizzato nonostante i numerosi vantaggi elencati, tra cui le note proprietà di *offset* necessarie per la realizzazione di sistemi multistrato e quindi utili per favorire le prestazioni energetiche e strutturali di involucri e facciate.

I componenti *Unary Force* e *Pressure*, unitamente a specifiche condizioni di vincolo, generano principalmente superfici convesse capaci di risponde-

re soprattutto a sollecitazioni di compressione⁴. Il principio delle membrane sottili appese e successivamente invertite è stato sviluppato con successo dal tecnico svizzero Heinz Isler nel 1950⁵. Il suo metodo consisteva nell'immergere un telo ancorato ai vertici in una miscela di acqua e gesso. A contatto con l'aria il sistema rilassato solidifica e la "crosta" ricavata può, dunque, essere capovolta.

Heinz Isler e Frei Otto eseguirono numerosi esperimenti mediante l'uso di tale tecnica (figg.9, 10). La forma della membrana rilassata dipende dalla forma del confine della griglia piana iniziale e dalla posizione dei punti di ancoraggio. In ambiente digitale, la simulazione dell'approccio è consentita dal componente-forza *Unary Force* che permette il passaggio da una superficie NURBS piana ad un sistema discreto rilassato fisicamente e strutturalmente simile alle reali condizioni di un reticolo materiale.

Il *Naturtheater Grötzingen* (1976), progettato da Isler e Balz (fig.10), rappresenta un interessante caso di membrana invertita approfondito allo scopo di verificarne e riproporne l'approccio progettuale per favorire la genesi di forme complesse ottimizzate a curvatura gaussiana positiva.

Simulando l'approccio *Form Finding* in ambiente digitale la superficie piana di partenza viene discretizzata e trasformata in una *mesh*: è necessario stabilire il numero di curve iso-parametriche u e v che ne definiscono la suddivisione in entrambe le direzioni (fig. 12).

La discretizzazione della superficie consente di simulare le fibre di una membrana reale di tessuto elastico. La maglia iniziale viene esplosa in vertici e curve. Su ciascuno di tali punti è applicata una forza unitaria, *Unary Force*, agente secondo una direzione che è necessario indicare utilizzando dei vettori orientati. La maglia piana appartiene al piano xy : pertanto, il vettore che rappresenta la forza peso sarà diretto secondo l'asse z e verso il basso. La simulazione

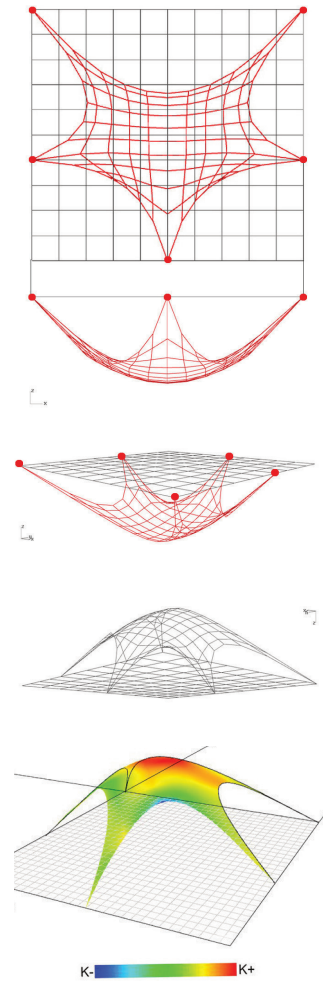


Fig.12/ Simulazione digitale della membrana del *Naturtheater Grötzingen*: rilassamento ed inversione con analisi della curvatura gaussiana della superficie *patch* ricavata. (Elaborazione dell'autore)

5 Maure 2013.

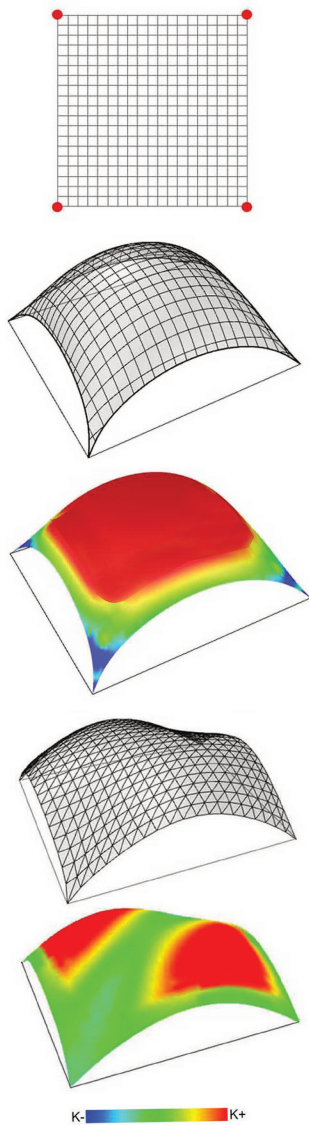


Fig. 13/ *Digital Form Finding*. Utilizzo del componente Pressure per la ricerca di superfici a curvatura gaussiana positiva adatte per la tassellazione con elementi esagonali piani e convessi. La maglia quadrilatera, a differenza da quella triangolare caratterizzata da una maggiore rigidità, favorisce una deformazione più "omogenea" della membrana. (Elaborazione dell'autore).

dell'azione della forza di gravità sui vari punti della *mesh* richiede la scelta di un certo numero di *anchor points* necessari per evitare che la rete si "stacchi" dal supporto durante la simulazione modificando la configurazione di progetto. La trasformazione dei vari elementi discreti in "molle ideali" consente il controllo di una serie di parametri, tra cui la rigidità (*stiffness*) del materiale ipotizzato per la simulazione del sistema. È necessario impostare adeguati valori di rigidità per impedire che la membrana si rilassi all'infinito. Fissato il valore della forza-peso agente e variando i parametri "rigidezza" delle molle o il numero di curve iso-parametriche u e v è possibile osservare delle variazioni morfologiche durante la fase di rilassamento della membrana.

I valori indicati per la rigidità ed il grado di rilassamento del sistema sono inversamente proporzionali: spetta al progettista veicolare l'azione e controllare gli esiti che derivano dalla variazione di tali parametri. Inoltre, aumentando il numero delle curve iso-parametriche e lasciando inalterato il parametro "rigidezza" è possibile ottenere una maggiore deformazione derivante dall'infittimento della *mesh* piana di origine. In tal caso, al fine di contenere la deformazione del sistema, sarà necessario aumentare il valore assegnato al parametro "rigidezza". Infine, una volta terminata la simulazione, interpolando i punti o le curve che compongono la membrana rilassata con lo strumento *patch* è possibile ricavare una superficie NURBS tassellabile. La figura 12 mostra il modello digitale del guscio del *Naturtheater Grötzingen* di Isler. Questo approccio consiste in un processo di *shaping* ricorsivo: un metodo altamente creativo ma, al tempo stesso, dipendente dalle proprietà dei materiali utilizzati e dal conseguente comportamento strutturale delle forme generate. La scelta del profilo piano di partenza e della posizione degli *anchor points* influisce in maniera sostanziale

sulla forma finale della superficie, come dimostrato attraverso gli esperimenti eseguiti. Sulla base della simulazione precedente, la prima prova è stata eseguita a partire da una superficie piana rettangolare suddivisa in elementi triangolari e ancorata ai quattro vertici. Il grafico della curvatura gaussiana mostra che la *patch* ricavata è prevalentemente di segno positivo. A dimostrazione di quanto descritto seguono le immagini dei risultati conseguiti in seguito alla sperimentazione di un metodo speditivo per la ricerca di forme ottimizzate a curvatura gaussiana positiva, quindi adatte per la tassellazione con elementi esagonali piani e convessi.

La stessa definizione è stata adottata anche per sperimentare l'azione del componente/forza *Pressure (Kangaroo)*: la differenza tra i due processi risiede nella sostituzione, all'interno della definizione, del componente *Unary Force (Kangaroo)* con il suddetto componente. Nei processi di *Digital Form Finding* il carattere parametrico dell'approccio deriva dal considerare anche il materiale come informazione e quindi come parametro variabile⁶. Tuttavia, le simulazioni eseguite all'interno di questa trattazione mirano ad indagare solo le conseguenze di natura formale derivanti dalla simulazione delle forze agenti sul sistema. A tale proposito, è utile segnalare che la maglia quadrilatera, a differenza da quella triangolare caratterizzata da una maggiore rigidità, favorisce una deformazione più "omogenea" della membrana a cui corrisponde una distribuzione della curvatura gaussiana più uniforme e quasi totalmente positiva (fig. 13).

Una volta generata la superficie è possibile procedere con il *Paneling*. Per agevolare la planarizzazione delle celle esagonali sghembe distribuite sulla superficie⁷ si procede alla sottrazione delle aree che presentano una variazione di curvatura.

La planarità delle celle esagonali viene verificata me-

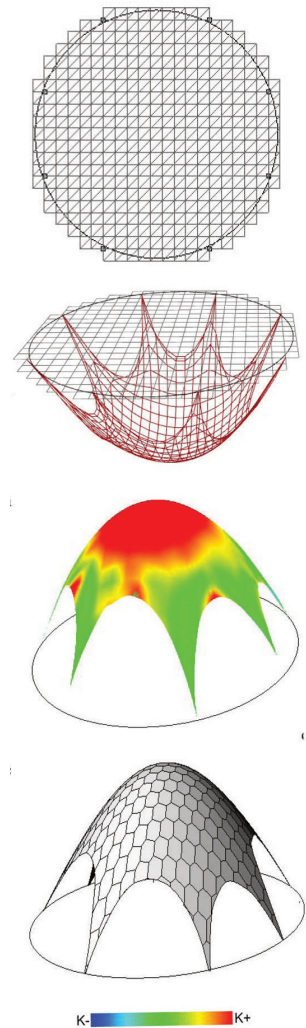


Fig. 14/ Discretizzazione di superfici piane di forma circolare, rilassamento della membrana e discretizzazione del guscio con pannelli esagonali piani. (Elaborazione dell'autore).

6 Tedeschi 2014, pp. 353-359.

7 La procedura di planarizzazione è stata illustrata all'interno della Parte Seconda, par. *Pattern esagonale*.

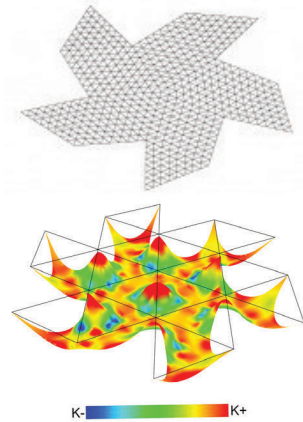
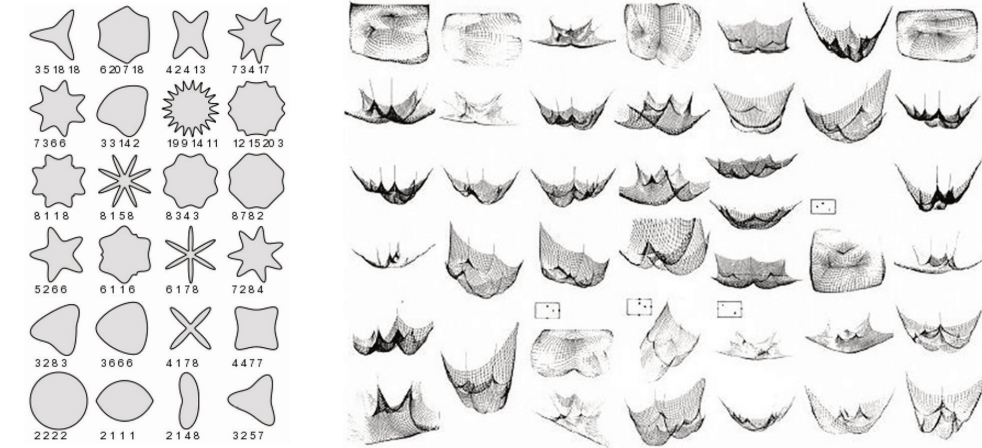


Fig.15/ *Supershapes*: tramite pochi parametri la superformula consente di ricavare moltissime forme geometriche.

Fig.16/ F. Otto, Disegni di studio sulle membrane invertite.

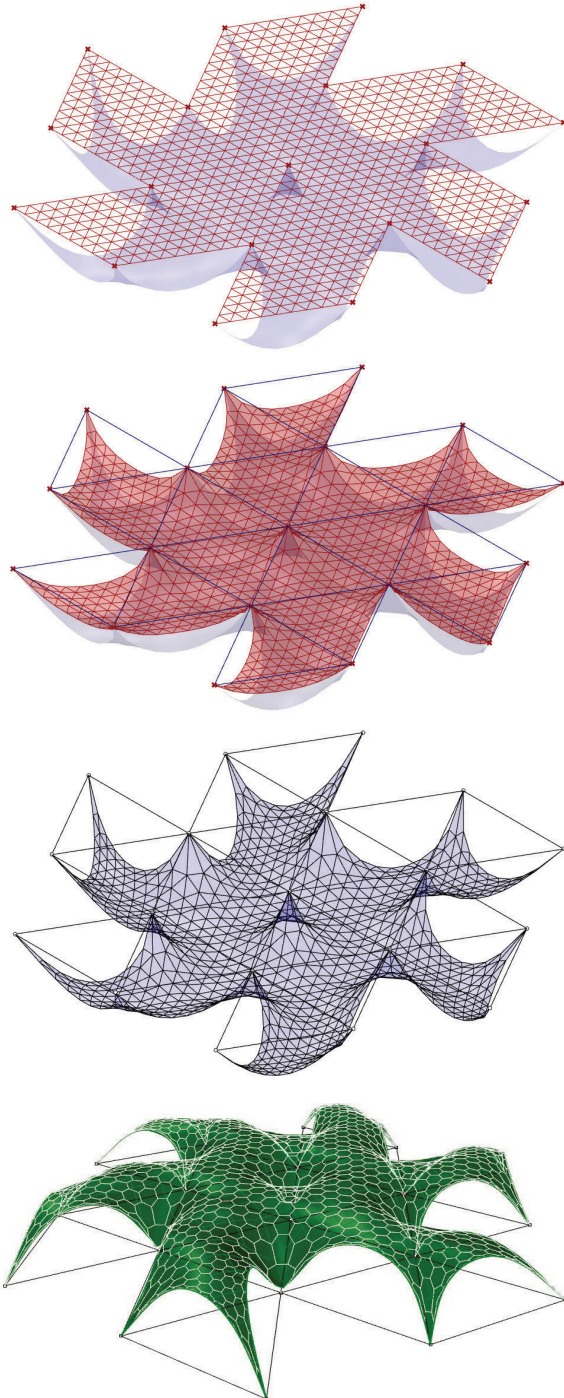
Figg. 17, 18/ *Lo Shellstar Pavilion* di Matsys + Riyad Joucka (HKU) + Ricci Wong (*Art Lab HK*) e gli studenti del di Architettura delle Chinese University e Hong Kong University.

dianete l'analisi della curvatura di ciascuno degli elementi. Per verificare la validità di questa tecnica è stata sperimentata la stessa procedura su griglie piane, continue o forate, di forma poligonale, circolare, etc (figg. 14). In caso di figura piana caratterizzata da un confine curvo da cui generare la *mesh* di partenza, tra le soluzioni possibili è possibile procedere approssimando l'area della superficie con una griglia modulare. Il processo richiama il metodo di esaurimento, noto procedimento matematico per il calcolo delle aree delle figure geometriche piane. Tale metodo consiste nella costruzione di una successione di poligoni che convergono alla figura data. Riflettere sulla forma della griglia piana di partenza rappresenta uno stimolo interessante per sperimentare numerose soluzioni formali (figg. 15, 16).

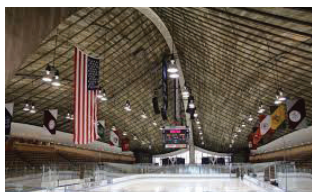
Catenarie & *DStrips*

Le ricerche, le sperimentazioni e le analisi condotte sul caso indagato nel capitolo precedente stimolano nuove riflessioni in merito a come le differenti tipologie di pannelli curvi che compongono i modelli semidiscreti ed i sistemi misti si distribuiscano su una superficie complessa (*Panel Fitting*).

La curvatura gaussiana delle superfici rigate è sem-



Figg. 19-24/ Le immagini mostrano il processo di *shaping & paneling* della membrana. Per il rilassamento della membrana è stato utilizzato il *plug-in Grasshopper (Rhino)*, mentre per la distribuzione e planarizzazione degli esagoni è stato usato il *plug-in Evolute Tools Pro (Rhino)*. (Elaborazione dell'autore).



Figg. 25-27/ Foto dell'esterno, dell'estradosso e dell'intradosso della copertura del *David S. Ingalls Hockey Rink* di Eero Saarinen (1958).

Fig. 28/ A pagina seguente: *Minima/Maxima*, 2017, Astana (Kazakistan) di MARC FORNES / THE VERY MANY. Fonte: Naaro.

Fig. 29/ A pagina seguente: dettaglio dell'opera *Minima/Maxima*, 2017, Astana (Kazakistan) di MARC FORNES / THEVERYMANY. Fonte: Courtesy by Inception and MARC FORNES / THEVERYMANY.

8 Flory 2012, p. 57.

9 Tedeschi 2014, pp. 353-359.

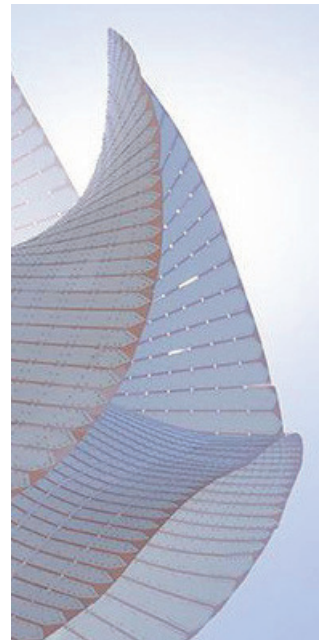
10 L'equazione della curva catenaria è $y = a \cos(h(x/a))$. Galileo, studiando la curva di sospensione di una catena, erroneamente, identificò la catenaria con la parabola. Nel 1669, il matematico tedesco Joachim Jungius (1587-1657), dimostrò che quella curva non era una parabola.

pre negativa o nulla: ne deriva che l'uso di strisce sviluppabili è particolarmente idoneo per approssimare le superfici a curvatura gaussiana negativa⁸. Inoltre è dimostrato che le *Conical Mesh* e le *Circular Mesh*, particolarmente vantaggiose per le proprietà descritte, derivino dalla razionalizzazione di superfici a curvatura Gaussiana negativa. Le riflessioni sulla maggiore o minore sovrapponibilità tra superfici aventi curvatura dello stesso segno ispirano e favoriscono la ricerca di sistemi capaci di generare delle forme a curvatura gaussiana prevalentemente negativa o nulla, dunque idonee per la distribuzione di porzioni di superficie (pannelli) a singola curvatura o a doppia curvatura rigate. Come per il caso delle facciate degli *Eiffel Tower pavilion*, per ottenere superfici a curvatura nulla o negativa gli *anchor points* sono stati collocati lungo l'intero bordo del sistema di partenza. In particolare, mediante approccio *Digital Form Finding*, il componente *Catenary (Grasshopper)*, creato da Giulio Piacentino nel 2010, si è dimostrato particolarmente utile per la genesi di tali superfici: tale componente contiene al suo interno l'equazione della curva catenaria⁹. La catenaria è la forma che un cavo o una catena ancorata agli estremi a due supporti assume sotto il proprio peso¹⁰. Gaudì è stato uno dei primi ad utilizzare tale sistema per progettare strutture complesse. Analogamente alle membrane appese, la catenaria è una configurazione che, se invertita, resiste soprattutto agli sforzi di compressione e per questo motivo ritorna utile per generare molteplici soluzioni architettoniche, tra cui padiglioni o sistemi di copertura. A tale proposito, è interessante citare il caso della copertura del *David S. Ingalls Hockey Rink* (1958), progettato da Eero Saarinen (figg.25-27). Il componente *Catenary*, per simulare il principio di base del comportamento fisico di una catenaria, richiede qua-

li dati di *input* l'identificazione dei due punti estremi di una curva necessari per l'ancoraggio, l'indicazione della lunghezza della curva da "sospendere" e della direzione (asse z) del vettore rappresentante la forza di gravità. L'*output* è rappresentato dalla curva catenaria. Sul piano xy sono state tracciate delle curve, successivamente suddivise in punti. È necessario congiungere tali punti (*anchor points*) con dei segmenti che inseriti all'interno del componente *Catenary* vengono automaticamente trasformati in curve catenarie. Variando la lunghezza ed il numero di tali curve (catene) o il valore della forza peso e gestendo opportunamente il "rilassamento" degli archi catenari è possibile ricavare diverse configurazioni¹¹ (fig. 30).

Variando il profilo di ancoraggio delle catenarie è possibile veicolare la moellazione di una *patch* in funzione della curvatura generando una varietà di forme prevalentemente convesse, idonee per il *Paneling* esagonale piano, o concave, idonee per la distribuzione di pannelli a singola curvatura e a doppia curvatura rigati e per la computazione di sistemi discreti particolarmente vantaggiosi dal punto di vista geometrico costruttivo, tra cui le *Circular Mesh*, le *Conical Mesh* e le *Developable Strips*. Le curve rilassate rappresentano le sezioni consecutive necessarie per generare una superficie *loft* successivamente invertita allo scopo di ottenere una configurazione strutturalmente ottimizzata.

Le strisce della superficie *loft* delimitate dalle curve catenarie assumono curvatura prevalentemente negativa o nulla (fig. 31). Queste applicazioni dimostrano che l'ottimizzazione dell'intero processo ha origine in fase morfologico-progettuale: è importante sperimentare ed arricchire le tecniche di *shaping* e *Paneling* oggi rese possibili dai *digital tools* per il raggiungimento di risultati che siano il più possibile sostenibili (figg. 28, 29).



11 È possibile simulare il comportamento di una catenaria applicando lo stesso processo utilizzato per rilassare una membrana. In questo caso è necessario discretizzare la curva in punti e segmenti, successivamente trasformati in *springs* (molle). Queste, insieme ai vettori *Unary force* (applicati su ciascuno dei punti) e ai punti di ancoraggio coincidenti con gli *end points* delle curve, rappresentano il sistema di forze da inserire nel *Kangaroo Engine* per simulare la sospensione della catenaria.

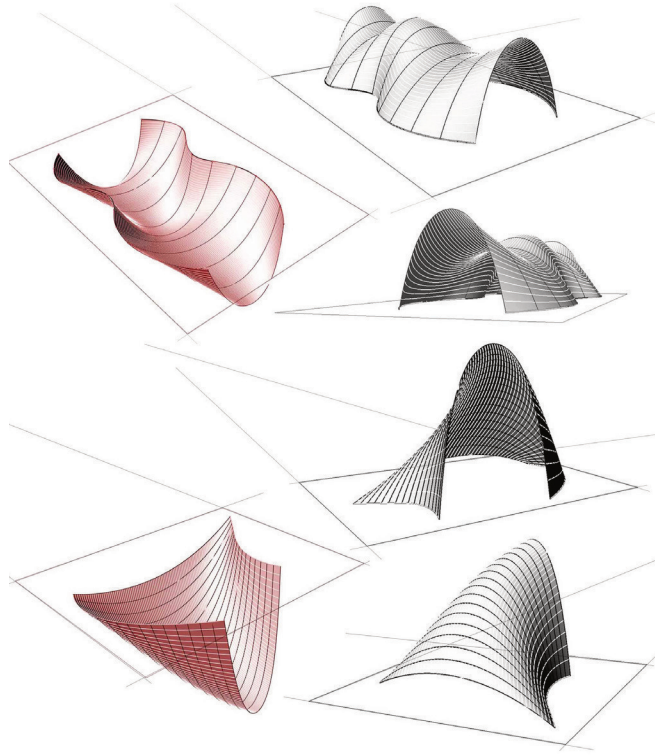
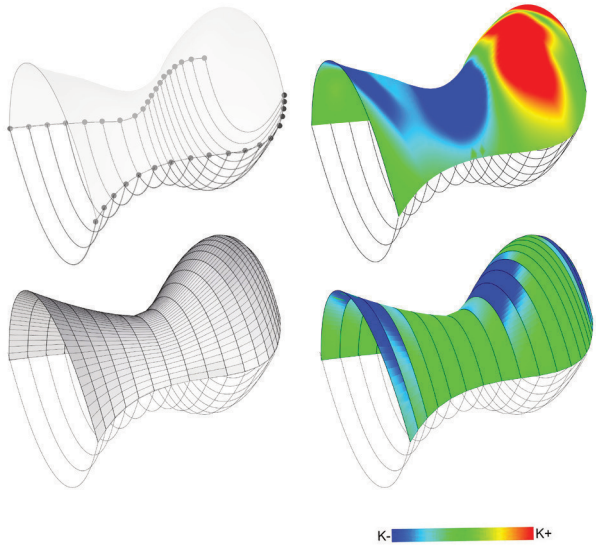


Fig. 30/ *Shaping* di membrane generate da sequenze di curve catenarie. L'analisi della curvatura gaussiana dimostra che la scelta del profilo curvo di ancoraggio influisce sulla curvatura della superficie. (Elaborazione dell'autore).

Fig. 31/ Le strisce della superficie *loft* delimitate dalle curve catenarie assumono curvatura prevalentemente negativa o nulla. (Elaborazione dell'autore).



Offset Mesh & Digital Stereotomy

L'*offset* di sistemi discreti composti da elementi piani esagonali e quadrilateri può essere sfruttato per trasformare un sistema di facce piane in un insieme di "elementi volumetrici" adiacenti. Le facce di tali elementi possono essere piane o curve in quanto è comunque possibile eseguire l'*offset* di una superficie curva e della rete di celle poligonali sghembe su di essa distribuiti dagli strumenti di *Paneling* disponibili. Lo scopo è quello di ricavare un insieme di "conci" costituiti da facce prevalentemente piane, dunque un insieme di poliedri. Consideriamo uno dei gusci ricavati dalle prove precedentemente eseguite completato dalla distribuzione e planarizzazione del *pattern* esagonale (fig. 32).

I *software* a disposizione per la sperimentazione non consentono di eseguire l'*offset* di un insieme di punti. Dunque, per eseguire l'*offset vertex* di tale insieme è stato effettuato l'*offset* della superficie *patch* ricavata interpolando i vertici di ciascuno dei tasselli esagonali in corrispondenza dei quali sono state ricavate le normali alla stessa. L'intersezione tra le normali alla *patch* e la superficie "offsettata" consente di individuare i vertici di un nuovo insieme di tasselli esagonali posti ad una distanza arbitraria dai vertici della tassellazione di partenza. Infine, è possibile congiungere i vertici dei tasselli di origine con i vertici dei corrispondenti elementi "offsettati". Tutti i segmenti individuati rappresentano gli spigoli di un "concio" le cui facce superiori ed inferiori coincidono con gli esagoni del sistema discreto di partenza e di quello "offsettato", mentre le facce laterali sono rappresentate da superfici curve. Per ottimizzare ulteriormente la geometria dei conci ricavati è possibile eseguire l'estrusione lineare dei lati dei tasselli esagonali piani del sistema discreto di partenza generando delle superfici piane adiacenti costruite sui bordi degli esagoni di base.

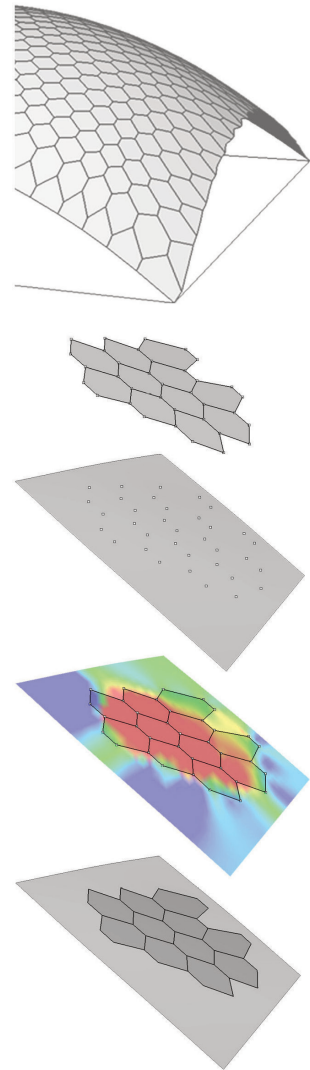
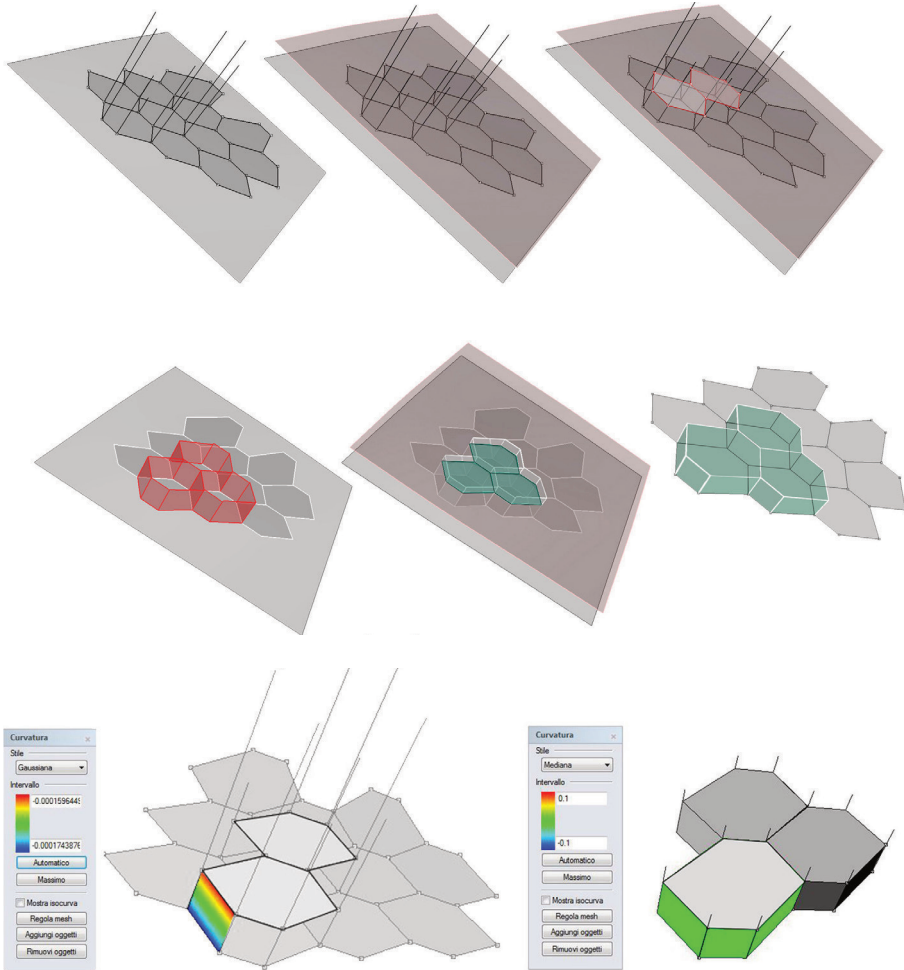


Fig. 32/ Generazione di una superficie *patch* ricavata costruita sui vertici dei pannelli esagonali. È interessante notare che, in corrispondenza degli esagoni, la *patch* assume curvatura positiva. (Elaborazione dell'autore).

Shaping & Paneling



L'intersezione di tali superfici piane con l'*offset patch* precedentemente generata individua i lati degli elementi esagonali piani di un ulteriore sistema discreto. In questo modo tutte le facce dei poliedri che compongono il sistema sono piane (fig. 33).

Questo vantaggio favorisce la possibilità di valutare un possibile approccio stereotomico per la fabbricazione di forme complesse.

Un sistema stereotomico, in virtù del numero di suddivisioni, può restituire alla vista la percezione dell'esatta curvatura del sistema continuo di origine.

La stereotomia è un settore che studia le costruzioni in pietra da taglio composte da elementi realizzati fuori opera secondo accurati processi di prefabbricazione, il cui insieme costituisce un'apparecchiatura che sussiste nella sua forma per le sole geometrie delle parti che la compongono. La forma delle parti deve essere progettata fuori opera per essere opportunamente posata a secco a comporre un insieme architettonico organico¹².

In sostanza, tale scienza studia il disegno, per mezzo di regole proiettive, delle sagome delle facce dei conci di un sistema per consentirne il taglio e quindi la realizzazione¹³. Nell'ambito della Stereotomia è possibile distinguere tre principi-invarianti: l'invariante prefigurativo, ovvero la capacità di suddividere un sistema in parti, l'invariante tecnico/geometrico, ovvero la capacità di descrivere tanto la geometria del sistema, quanto quella degli elementi che lo discretizzano e l'invariante statico, ovvero la capacità di assicurare l'equilibrio statico del sistema architettonico mediante l'assemblaggio a secco dei conci¹⁴. Sulla base di tali principi, la progettazione stereotomica studia la suddivisione in parti di una sistema continuo: la geometria di ogni elemento, o concio, è indissolubilmente legata alla natura e alle trasformazioni dell'intero sistema. Dunque, analogamente a quanto accade per i sistemi discreti indagati la parte viene descritta non in sé, estrapolata dal contesto di appartenenza, ma è fortemente dipendente dalla configurazione del tutto¹⁵.

Pertanto, è interessante proporre l'applicazione di tali principi per indagare una soluzione alternativa al problema della realizzazione delle forme complesse. In un approccio che nasce dall'*offset* di un sistema discreto generato in seguito alla discretizzazione di una superficie complessa i "conci" ricavati saranno necessariamente tutti differenti gli uni dagli altri.

Fig. 33/ A pagina precedente: l'intersezione tra le normali alla *patch* e la superficie "offsetata" consente di individuare i vertici di un nuovo insieme di tasselli esagonali posti ad una distanza arbitraria dai vertici della tassellazione di partenza. Congiungendo i vertici dei tasselli di origine con i vertici dei corrispondenti elementi "offsetati" è possibile ricavare gli spigoli di un "concio" aventi le superfici laterali di chiusura curve. Per ottimizzare ulteriormente la geometria dei conci ricavati, è possibile eseguire l'estrusione lineare dei lati dei tasselli esagonali piani del sistema discreto di partenza, generando delle superfici piane adiacenti, costruite sui bordi degli esagoni di base. (Elaborazione dell'autore).

12 Salvatore 2009, p. 486.

13 Fallacara 2007, p. 36.

14 *Ibidem*, p. 40.

15 *Ibidem*, p.144.



Fig. 34/ ICD/ITKE Research Pavilion, 2011. Fonte: Wikimedia Commons. Autore: MSeses.

Fig. 35/ BUGA Heilbronn 2019 - Bionischer Holzpavillon, Joachim Köhler, 2019. Fonte: Wikimedia Commons.

Lo sviluppo di tale tecnica necessita di una trattazione teorica mirata che muove dai principi descritti all'interno dei trattati antichi di stereotomia e indagati dalle successive ricerche sviluppate sul tema¹⁶. Grazie all'affinità concettuale con gli attuali sistemi integrati di progettazione e *Digital Fabrication* la stereotomia si configura, dunque, come una scienza più che mai attuale. Le fasi che scandiscono un processo di *Digital Stereotomy*¹⁷ sono: *Form Finding* (o *shaping*), tassellazione, taglio dei conci (*vousoir*) e assemblaggio¹⁸.

Tra i gruppi impegnati nello sviluppo di approcci di *Digital Stereotomy* emergono il *Bloch research Group* dell'ETH Zurich¹⁹ (Svizzera), le cui ricerche mirano a sviluppare dei metodi per la tassellazione di sistemi voltati complessi mediante la distribuzione di blocchi pieni e l'*ICD_Institute for Computational Design and Construction* dell'Università di Stoccarda (Germania) (figg. 34, 35).

La possibilità di sfruttare le *Offset-mesh* nel campo della *Digital Stereotomy* dimostra l'utilità del lavoro di indagine e sistematizzazione dei principi teorici di base, in quanto, alla base di una progettazione di tipo stereotomico inevitabilmente risiedono le conoscenze necessarie per il controllo geometrico della morfologia complessiva dell'organismo architettonico e delle sue parti²⁰.

Pertanto, è interessante coniugare la conoscenza approfondita della natura delle superfici complesse e delle tecniche di razionalizzazione con le conoscenze dei principi di base della scienza stereotomica. Lo studio pubblicato all'interno di questo volume intende contribuire alle ricerche finalizzate allo sviluppo di un approccio consapevole alle problematiche derivanti dall'uso delle superfici complesse nei campi dell'architettura e del *design*.

In campo architettonico, la gestione della complessità favorisce la creazione di nuove soluzioni in grado di dialogare e di dirimere le problematiche contempora-

16 Salvatore 2012 - Fallacara 2007.

17 Rippmann, Block 2011a.

18 Rippmann, Block 2011b, p.183.

19 Block.arch.ethz.ch/brg/research/project/digital-stereotomy

20 Salvatore 2009, p.486.

nee poste dalla sfide ambientali ed economico-sociali. Lo scopo di questo volume è quello di ispirare lo sviluppo di nuove soluzioni promuovendo l'adozione o l'avanzamento di tecniche consolidate o sperimentali legate alla fabbricazione e costruzione dell'architettura. In conclusione, i contenuti di questo volume ed i conseguenti spunti di riflessione che ne derivano intendono rappresentare una fonte teorico-applicativa da cui attingere per contribuire al fermento di ricerche rivolte allo studio dei processi di creazione e gestione di forme complesse la cui intima natura geometrica si presti "spontaneamente" all'applicazione delle tecniche ritenute più vantaggiose dal punto di vista costruttivo, economico ed estetico.

English abstracts

First part

A complex shape could coincide with one or more complex surfaces. Instead a complex surface will always coincide with a complex shape.

Unlike point or line, on the surface it represents a geometric entity whose nature strictly depends on the mutual relations existing between its parts. According to this interpretation, a surface is an optimal support for expressing and managing complexity. Its main goal is to respond quickly and expressively architectural and environmental challenges. This book is composed of three parts. The first part critically introduces and analyzes architectural surfaces as speculative, interactive and iconic support for expressing complex innate and induced contents and relationship. Shaping, discretization, optimization and industrialization structure the workflow. Multidisciplinary research field involved is Architectural Geometry. Over the centuries, geometry has been the key to understanding and solving complex architectural issues. Moving from tradition to innovation, geometry allows to extract hidden traces under the shape to produce molds. Surfaces are made by stitching single portions or patches geometrically defined Paneling the digital prototypes. This operation computes guides to manufacture individual elements, translating imprints into tangible and recognizable architectural elements. Geometry experts and computational designers approach and optimize Paneling processes to discretize a complex surface computing planar, developable and mixed panels (decomposition of a complex surface into single and double curvature pieces). One of the main focus is the role that architects, and not only computational designers or programmers, play in this process.

Shaping & Paneling

Second part

The second part introduces the topic of Paneling complex surfaces. Hypotheses are based on the analysis of a sample of Paneling architecture. Materials and Digital Fabrication advances allow product industrialization. The main contribution of this book is to investigate and demonstrate the link between curvature of complex surfaces and rationalization techniques to optimize manufacturing and construction. Complexity is not the expression of a new aesthetic due to a particular cultural and socio-economic moment. It represents the geometric place to experiment and optimize solutions for a new ecological awareness. According to this hypothesis, research shows that Gaussian curvature analysis represents a design tool to convey and optimize manufacturing process of a surface from shaping to Paneling. This tool is closely involved in the process and outcomes about pattern distribution (curve networks, tessellations, complex and developable curved panels) to realize a complex architectural element. A "computational architect" researches and manipulates a series of data to provide sustainable performance to different, new challenges and environmental architectural needs. Virtual manipulation focuses attention on the geometric properties of the shape to break down and simplify complexity. A specific chapter reports discrete (flat panels), semidiscrete (developable panels), and mixed (flat and curved panels) rationalization techniques. Ruled surfaces are more convenient and manageable to break down architectural complexity. Differential classification of surfaces allows optimized distribution of regular patterns (triangular, hexagonal and quadrangular) and it provides optimal geometric solution.

Third part

From theory to practice, third part is about analysis and reworking of emblematic case studies: double curvature envelopes and facades. About hexagonal planarization, a chapter shows the results of a pavilion shaping, manufacturing and assembly experience as a result of participating in a workshop. The prototype represents the basis for the development of a more advanced solution. About curved panels, a chapter shows an emblematic case study of transforming a double-curved surface into single-curved pieces. The case study investigates the relationship of collaboration between architects, geometry experts and engineers to find an optimized solution. According to a structural optimized approach, the book shows a series of reflections and experiments about Digital Form Finding inspired by the case studies shown in the second part. Investigation of offset properties inspires approaches about Digital Stereotomy and development of Paneling solutions about hexagonal pattern and developable strips to optimize self-supporting architectural shape and complex surfaces manufacturing. This book aims to contribute to the development of a conscious approach about the use of complex surfaces in architecture according to contemporary social, economic and environmental architectural challenges. In conclusion, in a field of contemporary active and advanced research the purpose of this book is to report and systematize emerging approaches about shaping and Paneling to inspire new future solutions for architecture and design.

Bibliografia

- Abbate Francesco, 2006. The Planning and Building Instruments of Architects in the Late Middle Ages. In *Proceedings of the Second International Congress on Construction History [Volume 1]*. Exeter, United Kingdom: Short Run Press.
- Alliez Pierre, Steiner David Cohen, Devillers Olivier, Lévy Bruno and Desbrun Mathieu, 2003. Anisotropic Polygonal Remeshing. *Rapport de Recherche*, n. 4808.
- Anastas Yousef, Gillet Margaux, Rowenczyn Laurie, Baverel Olivier, 2016. Complex Surface Approximation with Developable Strips. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, vol. 57.
- Antoniol Emilio, 2014. Robot e Architettura. *Nuova Finestra*, n. 402.
- Aymonino Aldo, Mosco Valerio Paolo, 2006. *Spazi pubblici contemporanei. Architettura a volume zero*. Milano: Skira Editore.
- Bagger Anne, 2010. *Plate Shell Structure of Glass* (website: https://backend.orbit.dtu.dk/ws/portalfiles/portal/5475675/Anne+Bagger_PhDthesis_April10_incl_cover.pdf).
- Baglioni Leonardo, 2008. *La Discretizzazione delle superfici continue*. Tesi di Dottorato, Dottorato in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo. Università La Sapienza, Roma. XXI ciclo.
- Baglioni Leonardo, 2009. I poliedri regolari e semiregolari con un approfondimento sulle cupole geodetiche. In Riccardo Migliari (a cura di). *Geometria Descrittiva, Volume II – Tecniche e Applicazioni*. Novara: Città Studi.
- Baglioni Leonardo, 2012. Nuove applicazioni della geometria descrittiva: le PQ mesh nell'architettura contemporanea. *Disegnare con*. Vol.5, n.9.

Shaping & Paneling

- Baldassini Niccolò, 2009. Geometry, mechanics and the environment: integrated transparent thinking. In *Laminated Glass/Process/Design, Glass Performance Days. GPD Finland 2019*. (Website: <https://www.glassglobal.com/gpd/downloads/LaminatedGlass-Baldassini.pdf>).
- Baldassini Niccolò, Raynaud Jacques, 2009. Free-form, form finding and anisotropic grid shell. In *Evolution and Trends in Design. Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium*, Valencia. Editorial Universitat Politècnica de València.
- Baldassini Niccolò, Pottmann Helmut, Raynaud Jacques e Schiftner Alexander, 2010. New Strategies and Developments in Transparent Free-Form Design: From Facetted to Nearly Smooth Envelopes. *International Journal of Space Structures*, Vol. 25, n. 3.
- Ball Philip, 2016. *Why nature prefers hexagons. The geometric rules behind fly eyes, honeycombs and soap bubbles*. (Website: <http://nautil.us/issue/35/boundaries/why-nature-prefers-hexagons>). Banham Reyner, 1980. *Theory and Design in the First Machine Age*. Cambridge: The MIT Press (2nd Edition).
- Barbero Luca Massimo, 2014. *Azimuth. Catalogo della mostra (Venezia, 20 settembre 2014-19 gennaio 2015)*. Marsili Editore.
- Basso Paolo, 2012. *Optimal form-finding algorithms for the control of structural shapes*. Tesi di Dottorato di Ricerca in Ingegneria civile. Università di Pavia, Facoltà di Ingegneria, XXIV ciclo.
- Berman Marshall, 1978. *L'esperienza della modernità*. Bologna: Il mulino.
- Berry Michael Victor, Hannay John, 1977. Umbilic points on Gaussian random surfaces. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, Vol. 10, n. 11.
- Bertozzi Paolo, Ghini Agnese, Guardigli Luca, 2006. *Le forme della tradizione in architettura. Esperienze a confronto*. Milano: FrancoAngeli.
- Beyer Jinny, 1999. *Designing Tessellations: the Secrets of Interlocking Patterns*. Chicago: Contemporary Books.
- Biondi Elena, 2006. *Quando l'Architettura nasce da una goccia d'acqua. Le strutture Blob*. Tesi di Laurea. Facoltà di Architettura, Politecnico di Torino.
- Block Philippe, Knippers Jan, Mitra, Niloy J. e Wang Wenping, 2014. *Advances in Architectural Geometry 2014*. London: Springer.
- Bobenko Alexander I., Suris Yuri B., 2008. Discrete Differential Geometry: Integrable structure. Graduate Studies in Mathematics. *American Mathematical Society*, vol. 98.
- Bohm Corrado, Jacopini Giuseppe, 1966. Flow Diagrams. Turing Machines and Languages with Only Two Formation Rules. *Communications of the ACM*, vol. 9, n 5.
- Bommes David, Campen Marcel, Ebke Hans-Christian, Alliez P., Kobbelt Leif, 2013. Integer-Grid Maps for Reliable Quad Meshing. *ACM Transactions on Graphics*, n. 32.
- Boncompagni Baldassarre, 1857. Algoritmi de numero Indorum. In Muhammad ibn Musa al-Khuwarizmi (a cura di). *Trattati d'Aritmetica*. Roma: Tip. delle Scienze Fisiche.
- Borger Egon, 1989. *Teoria della computazione*. Torino: Bollati Boringhieri.
- Brell-Cokcan Sigrid, Reis Martin, Schmiedhofer Heinz and Braumann Johannes, 2009. Digital Design to Digital Production. Flank Milling with a 7-Axis CNC. In *Computation: the New Realm of Architectural Design. 27th eCAADe Conference Proceedings*. Edited by Gülen Çağdas and Birgül Colakoglu. eCAADe: Conferences. Istanbul, Turkey: Istanbul Technical University, Faculty of Architecture.
- Brell-Cokcan Sigrid, Schmiedhofer Heinz, Schiftner Alexander and Ziegler Rene, 2009. Structurize, Planarize, Materialize. Designing Arbitrary Multi-Layered Freeform Building Envelopes with

- PQ-Meshes. In Paoletti Ingrid (a cura di). *Innovative Design & Construction Technologies. Building complex shapes and beyond*. Milano: Maggioli.
- Brizzi Marco, 1999. *Kas Oosterhuis. Il lato selvaggio dell'architettura*. (Website: <http://architettura.it/files/19991100/>).
- Brough Eric, 2008. *Islamic Geometric Patterns*. UK: Thames & Hudson, Pap/Cdr edizione.
- Burt Michael, 1973. Saddle Polyedra & close-packing. *Zodiac*, n.22.
- Cai Z. Y., Wang S. H., Xu X. D. e Li M. Z., 2009. Numerical simulation for the multi-point stretch forming process of sheet metal. *Journal of Materials Processing Technology*, 209, 1.
- Calvano Michele, 2013. IQ/2 Papers. *Continuità Limitata. Rappresentazioni discrete per il disegno delle forme*. (Website: www.istitutoquasar.com).
- Calvano Michele, 2014. *Impronte Digitali*. (Website: <http://mcarchitetture.blogspot.com/search?q=impronte+digitali>).
- Campi Massimiliano, 2005. *Disegno + Digitale. Esperienze didattiche di rappresentazione e grafica per l'Architettura*. Roma: Editore Aracne.
- Campi Massimiliano, 2007. *L'indagine multimediale della forma. Dal lessico geometrico alle simulazioni previsionali per la rappresentazione dell'Architettura*. Salerno: Editrice Gaia.
- Capone Mara, 2010. *La genesi dinamica della forma*. Napoli: Fridericiana Editrice Universitaria.
- Capone Mara, 2012. *Geometria per l'Architettura*. Napoli: Giannini Editore.
- Capone Mara, Lanzara Emanuela, Nome Silva, Carlos Alejandro e Marsillo Laura, 2019. Responsive complex surfaces manufacturing using origami. In *Architecture in the age of the 4th industrial revolution. Proceedings of eCAADe + SIGraDI Conference 2019*. Porto, 11-13 Settembre 2019. (website: http://papers.cumincad.org/cgi-bin/works/2015+dave&hits=2:/Show?e-caadesigradi2019_407).
- Carmo Mario, 2011. *The Alphabet and the Algorithm*. Cambridge, MA: Mit Press.
- Carmo Mario, 2017. *The Second Digital Turn: Design Beyond Intelligence*. Cambridge, MA: Mit Press.
- Casale Andrea, Valenti Mario Graziano, 2012. *Architettura delle superfici piegate. Le geometrie che muovono gli origami* (con il contributo di Michele Calvano). Roma: Edizioni kappā.
- Castaneda Estéfana, Lauret Aguirregabiria Benito, Lirola Juan M. and Ovando Vacarezza Graciela, 2015. Free-form architectural envelopes: Digital processes opportunities of industrial production at a reasonable price. *Journal of Facade Design and Engineering* 3.
- Catuogno Raffaele, 2007. *Luce, forma e struttura: la geometria come processo conoscitivo dell'opera di Gaudì*. Tesi di Dottorato di Ricerca in Tecnologia e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente. Facoltà di Architettura, Università degli Studi di Napoli "Federico II", Napoli. XIX ciclo.
- Chladni Ernst, 1787. *Entdeckungen über die Theorie des Klanges*. Leipzig: bey Weidmanns Erben und Reich.
- Ceccato Cristiano, Hesselgren Lars, Pauly Marc, Schiffner Alexander, Pottmann Helmut, Wallner Johannes, 2010. *Advances in Architectural Geometry 2010*. Verlag/Wienna: Springer.
- Ciammaichella Massimiliano, 2002. *Architettura in Nurbs*. Torino: Editore Testo & Immagine.
- Ciammaichella Massimiliano, 2007. *La pelle dell'architettura contemporanea*. Roma: Aracne.
- Ciammaichella Massimiliano, 2012. Artefatti in evoluzione. La rappresentazione, matematica fra design generativo e pratiche numeriche. *Disegnare Con*, n. 9.
- Ciammaichella Massimiliano, 2013. Processi di sviluppo delle superfici. Architettura e moda a confronto. In Andrea Casale (a cura di). *Geometria descrittiva e rappresentazione digitale*.

Shaping & Paneling

- Memoria e innovazione, Volume II. Roma: Edizioni Kappa.
- Ciarloni Roberto, 2009. Le teorie e le tecniche della rappresentazione matematica. Strategie di modellazione nei sistemi CAD. In Riccardo Migliari (a cura di). *Geometria Descrittiva, Volume II. Tecniche e Applicazioni*. Novara: Città Studi.
- Cirafici Alessandra, 1996. *Il disegno di architettura e la questione della tecnica: teoria e prassi nell'architettura del ferro*. Tesi di Dottorato in rilievo e rappresentazione del costruito, Università degli studi di Napoli Federico II, Napoli.
- Copernico Niccolò, 1543. *De revolutionibus orbium coelestium*, Basilea.
- Critchlow Keith, 1969. *Order in Space: A Design Source Book*. London: Thames & Hudson.
- D'arcy Wentworth Thompson, 1992. *Crescita e forma*. Torino: Bollati Boringhieri.
- De Carlo Laura, 2019. Le linee curve tra geometria e analisi nel Rinascimento matematico. In De Carlo Laura, Paris Leonardo (a cura di). *Le linee curve per l'architettura e il design*. Roma: FrancoAngeli.
- De Carlo Laura, Baglioni Leonardo, 2009. Le linee curve. In Migliari Riccardo (a cura di). *Geometria Descrittiva. Vol. 2*. Novara: Città Studi.
- De Fusco Renato, 2009. *Storia del Design*. Roma-Bari: Editori Laterza.
- De Fusco Renato, 2012. *Filosofia del Design*. Torino: Giulio Einaudi Editore.
- De Kerckhove Derrick, 2001. *Architettura dell'intelligenza*. Torino: Editore Testo & Immagine.
- Deleuze Gilles. 2004. *La piega. Leibniz e il barocco*. Traduzione Davide Tarizzo. Torino: Einaudi.
- Deleuze Gilles, 1997. *Differenza e ripetizione*. Milano: Editore Cortina Raffaello.
- Demartini Elena, Gatti Cristina, Tonetti Lavinia, Villa Elisabetta P., 2011. *Il nuovo Vivere l'arte 3. Dall'Ottocento ad oggi*. Bologna: Bruno Mondadori.
- De Plaisant Ugo, 1982-87. *Il Disegno come strumento scientifico autonomo. Seminari del corso di disegno*. Il Università degli studi di Roma, Facoltà di Ingegneria.
- di Luggo Antonella, 2013. Tracce di impronte. In Belardi Paolo, Cirafici Alessandra, di Luggo Antonella, Dotto Edoardo, Gay Fabrizio, Maggio Francesco, Quici Fabio (a cura di), *Idee per la rappresentazione 5, Atopie*. Atti del Seminario di Studi. Roma: Artegrafica.
- di Luggo Antonella, 2009. Artefatto/rappresentazione. In Belardi Paolo, Cirafici Alessandra, di Luggo Antonella, Dotto Edoardo, Gay Fabrizio, Maggio Francesco, Quici Fabio (a cura di). *Idee per la rappresentazione 2: Ibridazioni*. Atti del Seminario di Studi. Roma: Formact.
- Duhem Pierre Maurice Marie, 2006. Verificazione e olismo. Mirella Fortino (a cura di). Roma: Armando.
- Ebke Hans Christian, Bommès David, Campen Marcel and Kobbelt Leif, 2013. QEx: Robust Quad Mesh Extraction. *ACM Translation on Graphics*, 32(6).
- Eigensatz Michael, Deuss Mario, Schiffner Alexander, Kilian Martin, Mitra Niloy J., Pottmann Helmut, Pauly Martin, 2010. Case Studies in Cost-Optimized Paneling of Architectural Freeform Surfaces. In *Advances in Architectural Geometry 2010*. Verlag/Wienna: Springer.
- Eigensatz Michael, Kilian Martin, Schiffner Alexander, Mitra Niloy J., Pottmann Helmut, Pauly Mark, 2010. Paneling Architectural Freeform Surfaces. In *ACM SIGGRAPH 2010*. Seoul, South Korea.
- Eigensatz Michael, Schiffner Alexander, 2011. Case Studies in Optimization of Glass-panelized Architectural Freeform Designs. In *Glass Performance Days Conference Proceeding*, Tampere, Finland.
- Eigensatz Michael, Schiffner Alexander, 2011. Paneling the Eiffel Tower Pavilions. Case Studies in Optimization of Glass-panelized Architectural Freeform Designs for the Eiffel Tower Pavilions. In *Glass Performance Days Proceedings*. Tampere, Finland.
- Escher Maurits Cornelis, 2003. *Grafica e Disegni*. Milano: Gruppo Editoriale L'Espresso.
- Fallacara Giuseppe, 2007. *Verso una progettazione stereotomica. Nozioni di stereotomia, ste-*

- reotomia digitale e trasformazioni topologiche: ragionamenti intorno alla costruzione della forma.* Roma: Aracne editrice.
- Fallavolita Federico, 2009. La costruzione di una superficie rigata generica. In Riccardo Migliari (a cura di). *Geometria Descrittiva, Volume II - Tecniche e Applicazioni.* Novara: Città Studi.
- Fantini Filippo, 2009. Teorie e tecniche della rappresentazione numerica o poligonale. In Riccardo Migliari (a cura di). *Geometria Descrittiva, Volume II.* Novara: CittàStudi.
- Farinella Christian, Baglioni Leonardo, 2017. Modello come immagine mentale. La diffusione dei modelli matematici nell'arte d'avanguardia e la superficie sviluppabile di Antoine Pevsner. In *Territori e frontiere della Rappresentazione / Territories and frontiers of Representation. Proceedings of XIV Congresso UID,* Napoli: Gangemi Editore.
- Fassino Mauro, 2012. *La progettazione parametrica come strumento di analisi: dai pattern algoritmici decorativi ai pattern "performanti", esempi nei Beni Culturali.* Tesi di Dottorato di Ricerca in Beni Culturali Politecnico di Torino, XXIV Ciclo.
- Fildhuth T., Knippers J., Odzili-Bindji F., Baldassini Niccolò, Penner S., 2014. Comportamento del vetro laminato piegato a freddo - Analisi numerica e test. In *Challenging Glass 4 Cost Action TU0905 Final Conference.* London: Louter, Bos, Belis & Lebet (EDS), Taylor & Francis Group.
- Florio Riccardo, 2012. *Sul Disegno: riflessioni sul Disegno di Architettura.* Roma. Officina Edizioni.
- Florio Riccardo, 2004. *Origini, evoluzioni e permanenze della classicità in architettura. Un'esperienza di conoscenza. Disegno e rappresentazione dell'architettura.* Roma: Officina Edizioni.
- Foletto Marco, Guagnini Aulo, 2007. Progettare l'involucro edilizio. Risultati delle prime esperienze condotte presso il politecnico di Torino. In Greco Alessandro, Quagliarini Enrico (a cura di). *L'involucro edilizio: una progettazione complessa.* Firenze: Alinea Editrice.
- Frampton Kenneth, 2008. *Storia dell'Architettura moderna.* Bologna: Zanichelli Editore.
- Galasso Daniela, 2008. *Villard de Honnecourt. La rivoluzione strutturale del medioevo.* Archigrafica paperback. (Website: <http://www.archigrafica.org/villard%20galasso.pdf>).
- Galizia Mariateresa, Santagati Cettina, 2012. Architettura e'è Geometria: dalla forma architettonica alla costruzione geometrica. *Disegnare con,* Vol.5, n.9.
- Gauss Carl Friedrich, 1828. *Disquisitiones generales circa superficies curvas.*
- Gershenfeld Neil, 2005. *Fab. Dal personal computer al personal fabricator.* Traduz. di Manzoni I. Torino: Editore Codice. (Website: http://it.wikipedia.org/wiki/Neil_Gershenfeld).
- Ghang Lee, Seonwoo Kim, 2012. Case Study of Mass Customization of Double-Curved Metal Facade Panels Using a New Hybrid Sheet Metal Processing Technique-1322. *Journal of construction Engineering and management.* November.
- Giacopelli Alberto, La Marca Antonio, 2014. *Responsive Morphologies.* Tesi di Laurea. Politecnico di Milano.
- Giedion Siegfried, 2008. *Breviario di Architettura.* Torino: Bollati Boringhieri Editore.
- Gilardi Mario, 1986. *Ritmi e Simmetrie.* Bologna: Editore Zanichelli.
- Giordano Andrea, 2000. *La geometria nell'immagine.* Torino: UTET.
- Glymph James, Shelden Dennis, Ceccato Cristiano, Mussel Judith and Schober Hans Josef, 2004. A parametric strategy for free-form glass structures using quadrilateral planar facets. *Automation in Construction,* n.13.
- Gottfried Arie, 2003. Le strutture. In *Quaderni del Manuale di progettazione edilizia.* Hoepli Editore.

Shaping & Paneling

- Gramazio Fabio, Kohler Matthias, Raffaello D'Andrea, 2013. *Flight Assembled Architecture Editions Hyx*. (Website: <http://www.gramaziokohler.com/web/d/publikationen/index.html>).
- Greco Alessandro, Quagliarini Enrico, 2007. *L'involucro edilizio: una progettazione complessa*. Firenze: Alinea Editrice.
- Grunbaum Branko, Shephard Geoffrey C., 1977. Tilings by Regular Polygons. *Mathematics Magazine*, n.5, vol. 50.
- Hambleton Daniel, Howes Crispin, Hendricks Jonathan, Kooymans Johnand Yolles Halcrow, 2009. Study of Panelization Techniques to Inform Freeform Architecture. In *Architectural Challenges & Solutions. Glass Performance Days*.
- Hazem M. Nour, Z. A. Abd ElGhaffar Afify, 2007. Advanced digital manufacturing techniques (CAM) in architecture. In *Proceedings of 3rd Int'l ASCAAD Conference on Embodying Virtual Architecture, ASCAAD -07*, Ain Shams University. Editors Ahmad Okeil, Aghlab Al-Attili, Zaki Mallasi, Alexandria, Egypt. (Website: ascaad.org/conference/2007/conference.htm).
- He Yuxiao, 2014. *Implementing Customized Metal Panels in Architectural Freeform Surfaces. Studying Knowledges of Complex Geometries and Practice in Digital Workflow*. Graduation Thesis. Architectural Engineering, Delft University of Technology.
- Hesselgren Lars, Kilian Axel, Malek Samar, Olsson Karl Gunnar, Sorkine-Hornung Olga, Williams Chris, 2008. *Advances in Architectural Geometry 2008. Conference Proceedings*. Vienna: Klein Publishing GmbH (Ltd.).
- Hesselgren Lars, Sharma Shrikant, Wallner Joannes, Baldassini Niccolò, Bompas Philippe, Raynaud Jacques, 2012. *Advances in Architectural Geometry 2012*. Vienna: Springer.
- Hobinger Mathias, 2014. *Packing circles and spheres on surfaces*. Diploma Thesis. Institute of Discrete Mathematics and Geometry. Vienna University of Technology.
- Ippolito Alfonso, 2006. *Interazione tra Disegno e Architettura Digitale*. Tesi di Dottorato di Rilievo e Rappresentazione dell'Ambiente. Università degli studi di Roma "La Sapienza".
- Iwamoto Lisa, 2009. *Digital Fabrications Architectural and Material Techniques*. New York: Princeton Architectural Press.
- Jenny Hans, 1967-74. *Kymatic/Cymatics*, 2 vols. Basel: Basilius Presse.
- Kandinskij Vassily, 1968. *Punto, linea, superficie*. Milano: Adelphi Edizioni.
- Khuwarizmi Al, 1857. *Algoritmi de numero indurum*. Roma: Baldassarre Boncompagni.
- Kolarevic Branko, 2003. *Architecture in the digital age: Design and Manufacturing*. London: Editore Spon Press.
- Lamanna Cesare, 2012. *Cos'è il responsive Design*. (Website: <http://www.html.it/pag/32821/cose-il-responsive-design/>).
- Lanzara Emanuela, 2015. *Paneling Complex Surfaces. Razionalizzazione di Superfici Complesse per l'Industrializzazione*. Tesi di Dottorato in Rilievo e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente. Università degli Studi di Napoli Federico II. XXVII Ciclo.
- Lanzara Emanuela, 2019. De pixel a voxel. Arquitectura entre identidad líquida e imagen física. *EGA. Expresión Gráfica Arquitectónica*, Vol. 24, Núm. 36.
- Lanzara Emanuela, Capone Mara, 2019. Kerf-Bending Advances: planar approximation and pattern optimized distribution. In Llorens Corraliza Santiago, Rincón Millán María Dolores y Martín-Pastor Andrés (a cura di). *Avances en expresion gráfica aplicada a la edificación*. Valencia: Tirant humanidades.
- Leduc Nicolas, Raynaud Jacques, Baldassini Niccolò, 2012. Project for the Eiffel Tower: Constructive

- Geometry. In Bos Louter, Nijse Veer (Eds.). *Challenging Glass 3. Conference on Architectural and structural applications of glass*. Delft: IOS Press. Le Ricolais Robert, 1965.
- Le Ricolais Robert, ... A la recherche d'une mécanique des formes.... Paris: Palais de la découverte. Université de Paris. *Les Conférences du Palais de la découverte. Série A. 317, 7.*
- Likai Wei, Li Ta La, Han Liang, Feng Yang, Wang Yingying, Zhen Xin and Xu, 2019. RAF: Robot Aware Fabrication - Hand-motion Augmented Robotic Fabrication Workflow and Case Study. In *Architecture in the age of the 4th industrial revolution. Proceedings of eCAADe + SIGraDI Conference 2019. Porto, 11-13 Settembre 2019*. (Website: http://papers.cumincad.org/data/wor-ks/att/ecaadesigradi2019_360.pdf).
- Linsley Bruce, 2001. *Digital Ghery*. Torino: Editore Testo & Immagine.
- Li Y., Liu Y., Wang W., 2014. Planar Hexagonal Meshing for Architecture. *IEEE Transactions on Visualization & Computer Graphics*, Jan, 21(1).
- Liu Yang, Pottmann Helmut, Wallner Johannes, Yang Yong Liang, Wang Wenping, 2006. Geometric Modeling with Conical Meshes and Developable Surfaces. *ACM Trans. Graphics*. Vol 25 n.3.
- Liu Jianfei, Li Shuixiang, Chen Yongqiang, 2008. A fast and practical method to pack spheres for mesh generation. *Acta Mechanica Sinica*. Vol. 24, Issue 4.
- Liu Yang, Xu Weiwei, Wang Jun, Zhu Lifeng, Guo Baining, Chen Falai e Wang Guoping, 2011. General Planar Quadrilateral mesh Design using conjugate direction field. *Journal ACM Transactions on Graphics*. Vol. 30, n. 6.
- Loria Gino, 1912. *Poliedri, curve e superfici secondo i metodi della geometria descrittiva*. Milano: Editore U. Hoepli.
- Luo Xiaoming, 2009. *Process Planning for an additive/Subtractive rapid Pattern Manufacturing system*. Graduate Theses. Iowa State University, Ames (Iowa), USA.
- Mandelbrot Benoît B., 2000. *Gli oggetti frattali: forma, caso e dimensione*. Torino: Giulio Einaudi Editore.
- Marti Aris Carlos, 2007. *La centina e l'arco. Pensiero, teoria, progetto in architettura*. Milano: Marinotti Editore.
- Maure Tessa, O'Grady Elizabeth, Tung Ellen, 2013. Inverse hanging membrane: the Naturtheater-Grötzingen. In *Evolution of German Shells: Efficiency in form*. (Website: <http://shells.princeton.edu/Grotz.html>)
- Migliari Riccardo, 2007. Per una Geometria Descrittiva Attuale. In Laura De Carlo (a cura di). *Informatica e fondamenti scientifici della rappresentazione*. Roma: Gangemi. (Website: <http://www.arch.uni-ge.it/eve/convegni/lerici/migliari.pdf>).
- Migliari Riccardo, 2009. *Geometria Descrittiva – Volume II – Tecniche e Applicazioni*. Novara: CittàStudi.
- Miura Korio, Tachi Tomohiro, 2010. Synthesis of rigid-foldable cylindrical polyhedra. *Symmetry: Art and Science*. Gmuend (Austria).
- Monge Gaspard, 1771. *Mémoire sur les Développées, les Rayons de Courbure, et les Différens Genres d'inflexion des Courbes a double Courbure*.
- Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi, 1857. Algoritmi de numero Indorum. In Boncompagni Baldassarre (a cura di). *Trattati d'Aritmetica*. Roma: Tip. delle Scienze Fisiche.
- Munari Bruno, 2002. *Design e comunicazione visiva*. Roma-Bari: Editore Laterza.
- Munari Bruno, 2006. *Fantasia*. Roma-Bari: Editore Laterza.
- Munari Bruno, 2010. *Da cosa nasce cosa*. Bari: Editore Laterza.
- Munari Bruno, 2014. *Il cerchio*. Mantova: Corraini Edizioni.

Shaping & Paneling

- Newton Isaac, 1687. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Londini, Jussu Societatus Regiae ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures bibliopolas.
- Nieser Matthias, Palacios Jonathan, Polthier Konrad and Zhang Eugene, 2012. Hexagonal Global Parameterization of Arbitrary Surfaces. *IEEE Transactions on visualization and computer graphics*, vol. 18, n. 6.
- Novak Marcos, 1991. *Liquid architectures in cyberspace*. USA: MIT Press Cambridge.
- Palladio Andrea, 1570. *I quattro libri dell'architettura*. Ristampa. Milano: Hoepli, 1945.
- Paoletti Ingrid, 2006. *Costruire le forme complesse. Innovazione, industrializzazione e trasferimento per il progetto di architettura*. Milano: Libreria CLUP.
- Paoletti Ingrid, Converso Stefano, 2010. *Da Gehry in avanti. Modulo*. BE-MA Editore.
- Papadopoulos Athanase, 2009. *Handbook of Teichmüller Theory*, Volume 2. Zurich: EMS Publishing House.
- Paris Leonardo, 2019. Le linee curve nell'evoluzione del pensiero geometrico nel periodo classico. In De Carlo Laura, Paris Leonardo (a cura di). *Le linee curve per l'architettura e il design*. Roma: FrancoAngeli.
- Pastorello Fabio, 2011. *Applicazione di Algoritmi di Nesting alla robotica industriale*. Tesi di Laurea. Polo di Ingegneria. Università di Padova.
- Paz Octavio, 1999. *I confini della modernità*. Casabella 664.
- Piscitelli Manuela, 2013. *La rappresentazione nell'era digitale*. Roma: Editore Vivarium.
- Pizzi Emilio, 2013. Verso la riduzione della filiera progettuale per ottimizzare i processi produttivi ai fini della innovazione e della competitività. *TECHNE* 06.
- Pone Sergio, 2005. *L'idea di struttura*. Milano: FrancoAngeli.
- Porrino Matteo, 2004. *Saper credere in Architettura: 130 domande a presidi di Architettura, Gianni Braghieri, Benedetto Gravagnuolo, Carlo Magnani, Antonio Monestiroli*. Napoli: CLEAN Edizioni.
- Pottmann Helmut, Wallner Johannes, 2006. *The focal geometry of circular and conical meshes*. *Geometry*, preprint 163. Technische Universität Wien. (Website: hgeometry.tugraz.at/wallner/focal.pdf).
- Pottmann Helmut, 2007. Chapter 15: Developable surfaces and unfoldings. In Pottmann Helmut, Asperl Andreas, Hofer Michael, Kilian Axel (a cura di). *Architectural Geometry*. Bentley Institute Press.
- Pottmann Helmut, Liu Yang, Wallner Johannes, Bobenko Alexander e Wang Wenping, 2007. Geometry of Multi-layer Freeform Structures for Architecture. *ACM Trans. Graphics*. Vol 26, Issue 3.
- Pottmann Helmut, Schiffner Alexander, Bo Peng, Schmiedhofer Heinz, Wang Wenping, Baldassini Niccolò, Wallner Johannes, 2008. Freeform surfaces from single curved panels. In *ACM Transactions on Graphics. Proceedings of ACM SIGGRAPH*, n. 76.
- Pottmann Helmut, Schiffner Alexander, Wallner Johannes, 2008. Geometry of Architectural Freeform Structures. *Internat. Math. Nachrichten*, n. 209.
- Pottmann Helmut, 2013. Architectural Geometry and Fabrication-Aware Design. *Nexus Network Journal*, Vol. 15, Issue 2.
- Poustinchi Ebrahim, 2019. Oriole Beta. A Parametric Solution for Robotic Motion Design Using Animation. In *Architecture in the age of the 4th industrial revolution. Proceedings of eCAADe + SIGraDI Conference 2019*. Porto, 11-13 Settembre 2019. (Website: http://papers.cumin-cad.org/data/works/att/ecaadesigradi2019_355.pdf).
- Pronk A., Van Rooy I., Schinke P., 2009. Double-curved surfaces using a membrane mould. In *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium*. Valencia: Editorial de la UPV.

- Pugnale Alberto, 2014. (Digital) form finding. In Tedeschi A. *Algorithms Aided Design. Parametric strategies using Grasshopper*. Napoli: Le Penseur Publisher.
- Reichenbach Hans, 1985. *Da Copernico a Einstein*. Bari: Editore Laterza.
- Rippmann Matthias, Block Philippe, 2011. Digital Stereotomy: Voussoir geometry for freeform masonry-like vaults informed by structural and fabrication constraints. In *Proceedings of the IABSE-IAAS Symposium 2011*. London, UK.
- Rippmann Matthias, Block Philippe, 2011. New Design and Fabrication Methods for Freeform Stone Vaults Based on Ruled Surfaces. In *Proceedings of Design, Modeling Symposium 2011*, Berlin, Germany
- Rossi Michela, 2009. Realtà e immaginazione: nuove forme e antiche simmetrie. *Disegnare, Idee, Immagini*, n.38.
- Rustichelli Luigi, 1992. *La profondità della superficie: Senso del tragico e giustificazione estetica dell'esistenza in Friedrich Nietzsche*. Milano: Ugo Mursia Editore.
- Salvatore Marta, 2012. *La stereotomia scientifica in Amédée François Frézier. Prodromi della geometria descrittiva nella scienza del taglio delle pietre*. Firenze: University Press.
- Salvatore Marta, Trevisan Camillo, 2009. Stereotomia della pietra. In R. Migliari (a cura di). *Geometria Descrittiva – Volume II – Tecniche e Applicazioni*. Novara: Città Studi.
- Sasaki Matsuro, 2005. *Flux Structure*. Tokyo: Toto Publisher.
- Sauer Robert, 1970. *Differenzengeometrie*. Berlin: Springer.
- Savorra Massimiliano, 2013. *La forma e la struttura. Felix Candela, gli scritti*. Milano: Monadori Electa.
- Schiftner Alexander, 2007. *Planar quad meshes from relative principal curvature lines*. Diploma Thesis. Institute of Discrete Mathematics and Geometry, University of Technology, Wien.
- Schiftner Alexander, Eigensatz Michael, Kilian Martin and Chinzi Gery, 2013. Large scale double curved glass facades made feasible. The Arena Corinthians West Facade, Sao Paulo. In *Glass Performance Days Finland Conference Proceedings*. Tampere: Glass Performance Days.
- Schiftner Alexander, Leduc Nicolas, Bompas P., Baldassini Niccolò, Eigensatz Michael, 2012. Architectural Geometry from Research to Practice: The Eiffel Tower Pavilions. In Hesselgren, Sharma, Wallner, Baldassini, Bompas, Raynaud (a cura di). *Advances in Architectural Geometry 2012*. Vienna: Springer.
- Schmiedhofer Heinz, Brell Cokcan Sigrid, Schiftner Alexander, Ziegler René, 2008. Design and panelization of architectural free form surfaces by planar quadrilateral meshes. In *Advances in Architectural Geometry 2008*. Vienna: Springer.
- Schwinn Tobias, Krieg Oliver David e Menges Achim, 2014. Behavioral strategies synthesizing design. *Computation and robotic fabrication of lightweight timber plate structures*. ACADIA. Scolaro Massimo, 2005. *Il Disegno Obliquo. Una storia dell'antiprospettiva*. Venezia: Editore Marsilio.
- Sdegno Alberto, 2001. E.Architecture. L'architettura nell'epoca del computer. *Casabella*, 691.
- Shimada Kenji, Gossard David C., 1995. Bubble Mesh: Automated Triangular Meshing of Non-Manifold Geometry by Sphere Packing. In *Proceedings of 3Rd ACM Symp Solid Modeling and Applications (SMA 1995)*.
- Shumaker Patrik, 2004. *Hadid digitale: paesaggi in movimento*. Torino: Testo & Immagine.
- Sklair Leslie, 2009. Architettura iconica e globalizzazione capitalista. In *Dialoghi Internazionali: Città Nel Mondo*. Milano: Bruno Mondadori.
- Smuts Jan, 1926. *Holism and evolution*. New York: Viking Press/Macmillan.

Shaping & Paneling

- Stavric Milena, Wiltsche Albert and Freissling Christian, 2011. Discretization of free-form surfaces by plane elements derived from tangent planes. In *Glass and Solar in Sustainable Development*. Tampere: Plenty's Oy.
- Stein Oded, Grinspun Eitan and Crane Keenan. 2018. Developability of Triangle Meshes. *SIGGRAPH 2018/ACM Transactions on Graphics 2018*. Vol. 37, n. 4, Article 779.
- Tamagnone Carlo, 2009. *Dal nulla al divenire della pluralità. Il pluralismo ontofisico tra energia, informazione, complessità, caso e necessità*. Firenze: Editore Clinamen.
- Tang Kai, Wang Charlie, 2005. Modeling Developable Folds on a Strip. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 5(1).
- Tedeschi Arturo, 2014. *AAD_Algorithms Aided Design. Parametric strategies using grasshopper*. Napoli: Le Penseur Edizioni.
- Tomici Marko, 2006. *Free Form Geometries in Wood Construction*. Diplomarbeit. Vienna.
- Tonelli Davide, 2012. *Sinossi sull' ingegneria delle forme libere*. (Website: <http://www2.ing.uni.pi.it/griff/files/Sinossi.pdf>).
- Tonelli Davide, 2013. *Progettare Involucri di Forma Libera: Ingegnerizzazione dell'Involucro*. (Website: <http://www2.ing.unipi.it/griff/files/Cm1.2.pdf>).
- Tong Yiyang, Alliez Pierre, Cohen-Steiner David, Desbrun Mathieu, 2006. Designing Quadrangulations with Discrete Harmonic Forms. In *Eurographics Symposium on Geometry Processing. Proceedings of the fourth Eurographics symposium on Geometry processing*. Aire-la-Ville, Switzerland: Eurographics Association.
- Tosi Michele, 2004. *Il mosaico contemporaneo : tradizione, evoluzione, tecnica e conservazione*. Milano: Mondadori.
- Trevisan Camillo, 1999. *Spline NURBS. IUAV Disegno Digitale*. (Website: http://camillotrevisan.weebly.com/uploads/2/3/5/0/23508708/spline_nurbs.pdf).
- Troche Christian, 2008. Planar hexagonal mesh by Tangent plane Intersection. In Pottmann Helmut, Kilian Axel e Hofer Michael (a cura di). *Advances in Architectural Geometry 2008*. (Website: https://www.academia.edu/25616979/Advances_in_Architectural_Geometry_Proceedings_2008).
- Tsikoliya Shota, Kovarik David, Vasko Imro, Garajová Petra, Varga Adam, Osifová Marketa, 2019. InFoamed Matter. Robotic production and assembly of foam-injected structures. In *Architecture in the age of the 4th industrial revolution . Proceedings of eCAADe + SIGraDI Conference 2019*. (Website: http://papers.cumincad.org/data/works/att/ecaadesigradi2019_359.pdf).
- Vàkàr László I., Gaal M., 2004. Cold Bendable laminated glass: new possibilities in design . Structuring Engineering International, 2. (Website: movares.nl/wp-content/uploads/2012/01/Cold-bendablelaminatedglassSEI.pdf).
- Valenti Graziano Mario, Romor Jessica, 2012. Geometria responsiva. *Disegnare Con*, vol.5, n.9.
- Valeri Valerio, 1995. *Corso di Disegno*. La Nuova Italia Editrice.
- Vaudeville Bernard, King Matt, Aubry Simon, Raynaud Jacques, Chaloux Marc, Witt Andrew, 2012. How Irregular Geometry and Industrial Process Come Together: A Case Study of the "Fondation Louis Vuitton Pour la Creation", Paris. In Hesselgren Lars, Sharma Shrikant, Wallner Johannes, Baldassini Niccolò, Bompas Philip, Raynaud Jaques, (a cura di). *Advances in Architectural Geometry 2012*. Vienna: Springer.
- Vico Gianbattista 1744. *Principi di Scienza nuova. Libro Quinto*. Letteratura italiana Einaudi.

- (Website: http://www.letteraturaitaliana.net/pdf/Volume_7/t204.pdf).
- Viollet Le Duc Eugène-Emmanuel, 1854-68. *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle*. BANCE-MOREL de 1854 à 1868.
- Visconti Roberto, 2003. Gli algoritmi. In *Compendio di Informatica-capitolo 2*. Bologna: Edizioni Calderini.
- Vytisková Adéla, 2012. *Diskrétní reprezentace ploch volného tvaru v architektonické geometrii*. Diplomová Práce, Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných ved.
- Waibel Markus, 2011. *Architects Using Robots to Build Beautiful Structures*. (Website: spectrum.ieee.org/automaton/robotics/industrial-robots/robots-in-architecture).
- Wallner Johannes, Pottmann Helmut, Tang Chengcheng, Sun Xiang, Gomes Alexandra, 2014. Form-finding with Polyhedral Meshes Made Simple. *Journal ACM Transactions on Graphics*, Vol.33, Issue 4.
- Wang Charlie C.L., Tang Kai and Yeung M.L. Benjamin, 2005. Freeform surface flattening based on fitting a woven mesh model. *Computer-Aided Design*. Vol. 37, n.8.
- Yang Yong Liang, Yang Yi Jun, Pottmann Helmut and Mitra Niloy J., 2011. Shape Space Exploration of Constrained Meshes. *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 30, n.6.
- Yi Cai Zhong, Hui Wang, Dong Xu Xu, Zhe Li Ming, 2009. Numerical simulation for the multi point stretch forming process of sheet metal. *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 209, n.1.
- Zadravec Mirko, Schiffner Alexandre, Wallner Johannes, 2010. Designing Quad-dominant Meshes with Planar Faces. *Computer Graphics Forum*. Vol. 29, n.5.
- Zerlenga Ornella, 2008. *Rappresentazione geometrica e gestione informatica dei modelli*. Napoli: La Scuola di Pitagora.
- Zimmer Henrik, 2014. *Optimization of 3D Models for Fabrication*. Germany: Shaker Verlag GmbH.
- Zingarelli Nicola, 2014. *Lo Zingarelli. Vocabolario della Lingua Italiana*. Bologna: Zanichelli Editore.

Il volume è dedicato allo studio teorico ed applicativo del *Paneling* di superfici architettoniche complesse. La natura geometrica di una superficie dipende strettamente dalle mutue relazioni esistenti tra le parti che la compongono. Essa rappresenta un supporto attraverso il quale la complessità può manifestarsi ed è, al tempo stesso, luogo di sperimentazione per rispondere in maniera prestante ed espressiva alle sfide architettonico-ambientali.

Dalla tradizione all'innovazione, da sempre lo scopo è quello di individuare in fase progettuale le geometrie guida necessarie per tradurre le impronte digitali impresse sulla forma in elementi tangibili e riconoscibili nelle opere costruite. Il principale contributo di questo volume risiede nella ricerca e dimostrazione del legame esistente tra la curvatura delle superfici e le tecniche di razionalizzazione che mirano ad ottimizzarne la fattibilità. L'ottimizzazione costruttiva, economica ed estetica del processo finalizzato alla realizzazione delle forme complesse favorisce la creazione di approcci integrati attraverso la condivisione di differenti competenze da parte delle figure coinvolte nel campo di ricerca multidisciplinare dell'*Architectural Geometry*. La prima parte introduce, in maniera critica, il tema dell'uso della superficie in architettura, indagata in qualità di supporto iconico ed interattivo per la manifestazione di contenuti e di relazioni complesse, innate o indotte. Le fasi di discretizzazione, ottimizzazione e industrializzazione strutturano la sequenza di azioni necessarie per giungere alla concretizzazione sostenibile della forma. La seconda parte indaga il tema del *Paneling* di superfici complesse ed introduce i materiali e le tecniche di *Digital Fabrication* che favoriscono l'ottimizzazione e l'industrializzazione del prodotto.

La classificazione differenziale delle superfici, finalizzata alla distribuzione ottimizzata di *pattern* regolari (triangolare, esagonale e quadrangolare), fornisce la risposta geometrico-compositiva per ottimizzare l'applicazione delle tecniche di razionalizzazione o *Paneling*. Dalla teoria alla prassi, la terza parte verifica e concretizza i contenuti teorici attraverso la presentazione di casi studio emblematici. Infine, è stata affrontata una serie di sperimentazioni di *Digital Form Finding* finalizzata alla ricerca delle condizioni geometriche ottimali che consentono di coniugare la natura formale delle superfici complesse con le tecniche di razionalizzazione ritenute più idonee.

In conclusione, questo volume rappresenta uno strumento di sistematizzazione di parte degli studi prodotti all'interno di un campo di ricerca attivo ed avanzato, contribuendo allo sviluppo di approcci consapevoli in risposta alle esigenze ed alle problematiche poste dalle sfide socioeconomiche contemporanee e riferite all'uso delle superfici complesse in architettura. Lo scopo principale è quello di ispirare nuove soluzioni future per l'architettura e il design.

Emanuela Lanzara, PhD in Rilievo e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente, dal 2011 collabora a diversi progetti finanziati presso il Dipartimento di Architettura dell'Università degli Studi di Napoli Federico II, svolgendo attività didattica e di ricerca nell'ambito delle applicazioni della geometria descrittiva e modellazione digitale.